

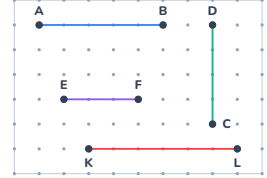
ÇÖZÜMLER

Nokta, Doğru Parçası, Işın, Doğru ve Açık Oluşturma

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1-5

- 1 Bir arkeolojik kazı alanında bulunan duvar kalıntıları, noktalı bir plan kâğıdına aktarılmış ve her kalıntı bir doğru parçası ile gösterilmiştir. Plandaki iki komşu nokta arasındaki uzaklık 1 birimdir ve 1 birim arazide 2 metreye karşılık gelmektedir.



- a) $|AB|$, $|CD|$, $|EF|$ ve $|KL|$ kaç birimdir? Nasıl saydığınızı yazınız.
b) Kazı ekibi bu dört kalıntının tamamını iple çevreleyecektir. Arazide kaç metre ip gerekir? İşlemlerinizi gösteriniz.
c) Bir öğrenci "C ile D arasında 5 tane nokta var, o hâlde $|CD| = 5$ birimdir." demiştir. Bu öğrencinin hatasını açıklayınız.

- a) Uzunluk bulunurken noktalar değil, noktalar arasındaki **birim aralıklar** sayılır:
 $|AB| = 5$ birim, $|CD| = 4$ birim, $|EF| = 3$ birim, $|KL| = 6$ birim.
- b) Toplam uzunluk: $5 + 4 + 3 + 6 = 18$ birim.
1 birim 2 metre olduğuna göre: $18 \times 2 = 36$ metre ip gerekir.
- c) Öğrenci **noktaları** saymıştır. C ile D arasında gerçekten 5 nokta vardır, ancak uzunluk bu noktaların arasında kalan **aralık sayısıdır**. 5 nokta arasında 4 aralık bulunur. Bu yüzden doğrusu $|CD| = 4$ birimdir. (Kısa yol: nokta sayısının 1 eksiği aralık sayısını verir.)

✓ Doğru Sonuç: a) 5, 4, 3 ve 6 birim b) 36 metre c) Nokta değil aralık sayılır → $|CD| = 4$ birim

- 2 Bir havalimanının gece görünümü anlatılırken şu dört ayrıntıdan söz edilmektedir:
I. Kule ekranında uçağın o anki yerini gösteren küçük parlak işaret
II. Pistin başındaki ışıkla sonundaki ışık arasına çizilen kesintisiz beyaz kenar çizgisi
III. Kuleden gökyüzüne doğru tutulan arama ışığının izlediği yol
IV. Pist krokisinde çizilen ve her iki ucunda da ok bulunan eksen çizgisi

- a) Bu dört ayrıntıdan her birinin nokta, doğru parçası, ışın ya da doğru modellerinden hangisi olduğunu yazınız ve her biri için gerekçenizi belirtiniz.
b) Hangilerinin uzunluğu hesaplanabilir? Nedenini açıklayınız.
c) III ile IV'ü birbirinden ayırmak için sorulacak tek bir soru yazınız ve bu sorunun her ikisi için cevabının ne olacağını belirtiniz.

- a)
- I: nokta modeli. Yalnızca bir konum bildirir; eni, boyu ve derinliği yoktur.

devamı →

2 (çözümün devamı)

- **II: doğru parçası modeli.** Başlangıcı ve bitişi bellidir; **iki ucu da** işaretlenmiştir.
 - **III: ışın modeli.** Kuleden, yani **belirli bir noktadan başlar** ve tek yönde uzayıp gider.
 - **IV: doğru modeli.** **İki yönde de** ok vardır; yani iki ucu da sonsuza gider.
 - **b)** Yalnızca **II'nin** uzunluğu hesaplanabilir. Uzunluk ölçmek için şeklin **iki ucunun da belirli** olması gerekir. Noktanın uzunluğu yoktur; ışının bir ucu, doğrunun ise iki ucu sonsuza gittiği için ölçülemezler.
 - **c)** Sorulacak soru: "**Şekil kaç yönde sonsuza gidiyor?**"
 - III (ışın) için cevap: **1 yönde.**
 - IV (doğru) için cevap: **2 yönde.**
- Aynı işi gören başka bir soru: "Şeklin kaç ucu belirlidir?" (ışın: 1, doğru: 0)

✓ **Doğru Sonuç: a) I nokta, II doğru parçası, III ışın, IV doğru b) Yalnız II c) "Kaç yönde sonsuza gidiyor?" → 1 ve 2**

- 3** Bir müzenin güvenlik planında üç farklı lazer hattı çizilmiştir. Planda iki komşu nokta arası 1 birimdir. Birinci hat P ile R arasında kalmakta, ikinci hat S'den başlayıp T yönünde salon duvarını aşarak devam etmekte, üçüncü hat ise V ve Y noktalarından geçerek her iki yönde de salonun dışına uzanmaktadır.



- a) Üç hattı da sembolle gösteriniz ve okunuşlarını yazınız.**
b) Bu üç hattın hangisinin uzunluğu hesaplanabilir? Bu uzunluk kaç birimdir? Diğerleri için neden hesap yapılamadığını açıklayınız.
c) Her bir hattın sembolünde harflerin sırası değiştirilebilir mi? Üç hat için ayrı ayrı karar veriniz ve gerekçelendiriniz.

- **a)**
 - Birinci hat: **[PR]** → "PR doğru parçası" (iki ucu da işaretli).
 - İkinci hat: **[ST →** "ST ışını" (S'de başlar, T yönünde sonsuza gider).
 - Üçüncü hat: **VY doğrusu** (iki yönde de sonsuza gider).
- **b)** Yalnızca **[PR]** ölçülebilir: P ile R arasında 4 birim aralık vardır, yani **|PR| = 4 birim**.
 [ST ışınının bir ucu, VY doğrusunun ise iki ucu da sonsuza gittiği için bu şekillerin uzunlukları hesaplanamaz.
- **c)**

devamı →

3 (çözümün devamı)

- **[PR] = [RP]** ✓ Doğru parçasında harf sırası önemsizdir; hangi uçtan başlarsak başlayalım aynı parçadır.
- **[ST] ≠ [TS]** × Işında **ilk harf başlangıç noktasıdır**. [TS yazarsak T'den başlayıp S yönüne giden, yani **ters yöne** uzayan başka bir ışını göstermiş oluruz.
- **VY doğrusu = YV doğrusu** ✓ Doğrunun başlangıcı olmadığı için harf sırası bir şey değiştirmez.

✓ Doğru Sonuç: a) [PR], [ST, VY doğrusu b) Yalnız [PR] = 4 birim c) Yalnızca ışında sıra değişmez

- 4 Bir belediye, yeni bisiklet yolunu K durağından başlatıp L yönünde ilerletecektir. Yol ileriki yıllarda uzatılacağı için krokide K tarafına nokta, L tarafına ok konularak ucu açık çizilmiştir. Krokiyi inceleyen bir öğrenci defterine şunu yazmıştır:



"Bu hat [KL] biçiminde gösterilir ve uzunluğu 7 kilometredir."

- a) Öğrencinin yazdığı cümlede iki ayrı hata vardır. Bu hataları bulunuz ve her biri için gerekçenizi yazınız.
- b) Krokideki hattın doğru sembolünü yazınız ve nasıl okunduğunu belirtiniz.
- c) Belediye kararını değiştirip yolu yalnızca K ile L arasında yapmaya karar verirse sembol nasıl değişir? Bu durumda uzunluk hesaplanabilir mi? Açıklayınız.

• a)

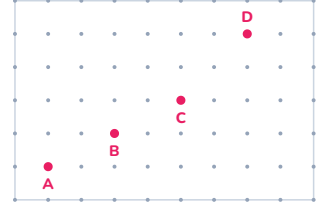
— **1. hata (sembol):** [KL] gösterimi **doğru parçasına** aittir; iki ucu da kapalıdır. Oysa krokide L tarafında **ok** vardır, yani şekil o yönde sonsuza gider. Bu bir **ışındır**.

— **2. hata (uzunluk):** Işının bir ucu sonsuza gittiği için **uzunluğu hesaplanamaz**. "7 kilometredir" ifadesi yazılamaz; ölçülebilen şey yalnızca yolun o an yapılmış olan bölümüdür, ışının kendisi değil.

- **b) Doğru sembol:** [KL → okunuşu "KL ışını". Işın sembolünde **önce başlangıç noktası** (K), sonra uzadığı yöndeki nokta (L) yazılır.
- **c) Yol yalnızca K ile L arasında yapılırsa** iki uç da belirli olur; şekil **doğru parçasına** dönüşür ve sembolü [KL] olur. Bu durumda uzunluk **hesaplanabilir** ve **|KL| = 7 km** biçiminde yazılır. Yani öğrencinin "7 km" bilgisi ancak **bu** durumda doğru olurdu.

✓ Doğru Sonuç: a) Sembol ışın olmalı + ışın ölçülemez b) [KL, "KL ışını" c) [KL] olur, |KL| = 7 km yazılabilir

5 Bir spor sahasında çizgi makinesiyle düz beyaz çizgi çekilecektir. Görevli, ipi gerebilmek için zemine dört kazık çakmıştır. Kazıkların yerleri noktalı planda A, B, C ve D ile gösterilmiştir.



a) Hangi kazıklar aynı doğru üzerindedir? Bunu nasıl anladığınızı, kazıktan kazığa kaç birim gidildiğini yazarak açıklayınız.

b) D kazığı hangi noktaya çakılsaydı dört kazık da aynı doğru üzerinde olurdu? Yerini "kaç sağa, kaç yukarı" biçiminde tarif ediniz.

c) Görevli "Kazıkları ikişerli birleştirerek toplam 6 farklı doğru çizebilirim." diyor. Bu iddiaya katılıyor musunuz? Çizilebilecek doğru sayısını bularak gerekçelendiriniz.

- a) Aynı doğru üzerinde olan kazıklar **A, B ve C**'dir. A'dan B'ye giderken **2 sağa, 1 yukarı**; B'den C'ye giderken yine **2 sağa, 1 yukarı** gidilir. Adımlar aynı olduğu için bu üç nokta aynı hizadadır. C'den D'ye ise **2 sağa, 2 yukarı** gidilmektedir; adım değiştiği için D bu hizanın **dışına** çıkar.
- b) Aynı kuralı bir kez daha uygulamak gerekir: C'den **2 sağa, 1 yukarı**. Yani D kazığı, planın sol alt köşesinden **7 sağa, 4 yukarı** olan noktaya çakılmalıydı. (Şekilde D bir birim fazla yukarıdadır.)
- c) **Katılmıyoruz.** İki noktadan **yalnızca bir** doğru geçer, bu yüzden görevli her ikili için bir doğru düşünmüş ve 6 ikili saymıştır (AB, AC, AD, BC, BD, CD). Ancak A, B ve C **zaten aynı doğru üzerinde** olduğu için AB, AC ve BC ikilileri **aynı doğruyu** verir; bunlar 3 ayrı doğru değil **1 doğrudur**.

Sayalım: A-B-C'nin belirttiği **1 doğru** + D ile A, D ile B, D ile C'nin belirttiği **3 doğru** = **toplam 4 farklı doğru** çizilebilir.

✓ **Doğru Sonuç: a) A, B ve C (her adımda 2 sağ 1 yukarı) b) 7 sağa, 4 yukarı c) Katılmıyoruz; 6 değil 4 doğru**

2. Bölüm Soru 6–10

6 Okul kütüphanesindeki geometri köşesi için bilgi kartları hazırlanacaktır. Kartlarda her kavram için şu dört başlık doldurulacaktır:

1. Belirli uç sayısı • 2. Uzunluğu hesaplanabilir mi? • 3. Sembolle gösterimi • 4. Harflerin sırası değişebilir mi?

a) Doğru parçası, ışın ve doğru için bu dört başlığı doldurunuz. (Sembollerini A ve B noktalarını kullanarak yazınız.)

b) Bu üç kavramı birbirinden ayırmak için sorulması yeterli olan tek bir ölçüt sorusu yazınız ve üç kavram için cevaplarını belirtiniz.

c) Kartları hazırlayan öğrenci "Nokta kartına da uzunluk yazalım, noktanın uzunluğu çok küçüktür." diyor. Bu ifadeye katılıyor musunuz? Gerekçelendiriniz.

• **a)**

— **Doğru parçası:** 2 belirli uç • uzunluğu **hesaplanabilir** ($|AB|$) • sembolü **[AB]** • harf sırası **değişebilir** ($[AB] = [BA]$).

— **Işın:** 1 belirli uç (başlangıç noktası) • uzunluğu **hesaplanamaz** • sembolü **AB** • harf sırası **değişemez** ($AB \neq BA$).

— **Doğru:** belirli uç **yok** (0) • uzunluğu **hesaplanamaz** • sembolü **AB doğrusu** • harf sırası **değişebilir** (AB doğrusu = BA doğrusu).

• **b) Ölçüt sorusu: "Şekil kaç yönde sonsuza gidiyor?"**

— Doğru parçası: **0 yönde** — Işın: **1 yönde** — Doğru: **2 yönde**.

Bu tek soru üçünü de birbirinden ayırır; ayrıca cevabı aynı zamanda uzunluğun hesaplanıp hesaplanamayacağını da söyler (0 yön → hesaplanır).

• **c) Katılmıyoruz.** Noktanın **eni, boyu ve derinliği yoktur**; nokta yalnızca bir **konum** bildirir. Kalemın kâğıtta bıraktığı izin bir büyüklüğü vardır ama o iz noktanın kendisi değil, yalnızca bir **modelidir**. Bu yüzden noktanın uzunluğundan söz edilemez; "çok küçük" de olsa bir uzunluk yazılamaz.

✓ **Doğru Sonuç: a) 2/1/0 uç, yalnız parça ölçülür, [AB] – [AB – AB doğrusu b) "Kaç yönde sonsuza gider?" c) Katılmıyoruz**

- 7** Bir öğrencinin cetvelinin üzerindeki sayılar ve çizgiler tamamen silinmiştir; elinde yalnızca düz kenarlı bir plastik parçası kalmıştır. Öğrenci "Bu cetvel artık işe yaramaz." derken öğretmeni şöyle der:

"Bu cetvelle doğru parçası da, ışın da, doğru da çizebilirsin."

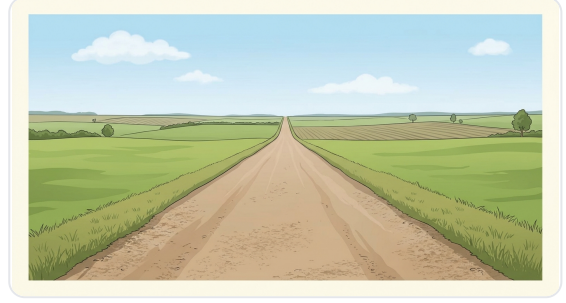
- a) Öğretmenin ifadesine katılıyor musunuz? Kararınızı, çizim için gerçekte neyin gerekli olduğunu açıklayarak gerekçelendiriniz.
- b) Aynı cetvelle öğrenci, uzunluğu $|AB| = 6$ cm olan bir doğru parçası çizebilir mi? Nedenini yazınız.
- c) Günlük hayatta bu cetvelin yerine kullanılabilecek iki nesne yazınız. Ayrıca bu araçla bir ışın çizerken kâğıda mutlaka konulması gereken iki işareti belirtiniz.

- **a) Katılıyoruz.** Bir doğru parçası, ışın ya da doğru çizmek için gereken tek şey **düz bir kenardır**; üzerinde birimlerin bulunması şart değildir. Üzerinde ölçü bulunmayan bu tür araçlara **ölçüsüz cetvel (çizgeç)** denir. Uzunluğu dikkate alınmayan her düz çizim çizgeçle yapılabilir.
- **b) Çizemez.** "6 cm" belirli bir **ölçüdür**; ölçü alabilmek için üzerinde birimleri (santimetre bölmeleri) olan bir cetvele ihtiyaç vardır. Çizgeç yalnızca çizginin **düzlüğünü** sağlar, **uzunluğunu** belirlemez.
- **c)** Kullanılabilecek nesneler: **defter kenarı, kalem kutusu**, kitap kenarı, silgi kenarı gibi düz kenarı olan her nesne.

Işın çizerken konulması gereken iki işaret: **(1)** başlangıç noktasını gösteren **nokta**, **(2)** uzadığı yönü gösteren **ok**. Bu iki işaret olmazsa çizim doğru parçasından ayırt edilemez.

✓ **Doğru Sonuç: a) Katılıyoruz; düz kenar yeterli (çizgeç) b) Hayır, ölçü gerekir c) Defter kenarı/kalem kutusu; nokta ve ok**

- 8** Aşağıdaki fotoğrafta, kırlarda ufka doğru uzanan dümdüz bir toprak yol görülmektedir. Yolun başladığı yerde bir gözlem noktası bulunmakta, yol ise gözün seçemediği kadar ileriye kadar aynı doğrultuda devam etmektedir.

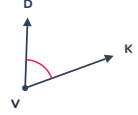


- a) Fotoğrafın çekildiği gözlem noktası ile ufuk arasında kalan yol izi hangi geometrik kavramın modelidir? Gerekçelendiriniz.
- b) "Yol, gözlem noktasından itibaren aynı doğrultuda sonsuza kadar devam ediyor." kabul edilirse yol hangi kavramın modeli olur? Sembolle nasıl gösterilirdi? Açıklayınız.
- c) Gerçek hayatta hiçbir yol sonsuz olmadığı hâlde matematikte doğru kavramına neden ihtiyaç duyulur? Kendi cümlelerinizle yorumlayınız.

- a) Bu iz bir **doğru parçası** modelidir. Çünkü **iki ucu da bellidir**: bir uçta gözlem noktası, diğer uçta ufuk çizgisinin kestiği yer vardır. İki ucu belirli olduğu için bu parçanın uzunluğundan söz edilebilir.
- b) Bu kabulde yol bir **ışın** modeli olur: **belirli bir noktadan (gözlem noktasından) başlar** ve tek yönde sonsuza gider. Gözlem noktasına A, yol üzerindeki ileri bir noktaya B dersek sembolü **[AB** olur ve "AB ışını" diye okunur. Bir ucu sonsuza gittiği için uzunluğu hesaplanamaz.
- c) Örnek yorum: Gerçek nesnelerin hepsinin bir başı ve sonu vardır; ancak matematikte çoğu zaman bir şeyin **nerede bittiği** değil, **hangi doğrultuda** uzandığı önemlidir. Doğru kavramı, uzunluğu hiç hesaba katmadan yalnızca **doğrultuyu ve hizayı** anlatmamızı sağlar. Bu yüzden doğru gerçek bir nesne değil, gerçek nesneleri anlatmak için kullandığımız bir **modeldir**.

✓ **Doğru Sonuç: a) Doğru parçası (iki ucu belli) b) Işın, [AB c) Doğru, doğrultuyu anlatan bir modeldir**

- 9 Bir limandaki vincin dik direği ile yükü taşıyan kolu V noktasında birleşmektedir. Krokide direğin üzerindeki bir nokta D, kolun ucundaki nokta ise K ile adlandırılmıştır. Hem direk hem de kol, V noktasından başlayan birer ışın gibi düşünülmektedir.

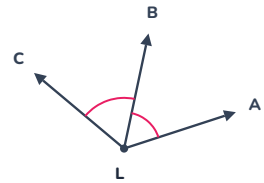


- a) Krokideki açının köşesini ve kollarını oluşturan ışınları sembolle yazınız.
 b) Bu açıyı üç farklı biçimde sembolle gösteriniz ve her birinin okunuşunu yazınız.
 c) Vinç operatörü kolu uzatarak K noktasını V'den iki kat uzağa taşıyor. Açının ölçüsü değişir mi? Kararınızı gerekçelendiriniz.

- a) Açının **köşesi V noktasıdır**; çünkü iki ışın da buradan başlar. Kolları oluşturan ışınlar: **[VD** ve **[VK**. (Işın sembolünde önce başlangıç noktası yazıldığı için ikisi de V ile başlar.)
- b) Üç gösterim:
 — $\hat{V} \rightarrow$ "V açısı"
 — $\hat{DVK} \rightarrow$ "DVK açısı"
 — $\hat{KVD} \rightarrow$ "KVD açısı"
 Üç harfle yazarken **köşe harfi mutlaka ortada** durur; kalan iki harfin sırası değişebilir.
- c) **Değişmez**. Açık, kolların **uzunluğuna** değil, iki kol arasındaki **açıklığa** (bir ışının ne kadar döndürüldüğüne) bağlıdır. Kol uzatıldığında ışının doğrultusu aynı kaldığı için açı da aynı kalır. Zaten kollar birer **ışındır** ve ışınların uzunluğu diye bir şey yoktur; krokide kısa ya da uzun çizilmeleri yalnızca çizim kolaylığı içindir.

✓ **Doğru Sonuç: a) Köşe V; kollar [VD ve [VK b) $\hat{V}$, $\hat{DVK}$, $\hat{KVD}$ c) Değişmez (açı kol uzunluğuna bağlı değildir)**

- 10 Açılan bir yelpazenin telleri L noktasında birleşmektedir. Tellerden üçünün uçları A, B ve C ile adlandırılmıştır. Bir öğrenci yelpazedeki açıları şöyle yazmıştır:
 I. $\hat{ALB}$ II. $\hat{LAB}$ III. $\hat{BLA}$ IV. $\hat{ABC}$



- a) Öğrencinin yazdıklarından hangileri yanlıştır? Her biri için hatanın ne olduğunu açıklayınız.
 b) Yanlış olanları düzelterek yeniden yazınız.
 c) I ve III aynı açıyı mı gösterir? Kararınızı gerekçelendiriniz.

- a) Yanlış olanlar **II ve IV**'tür.
 — **II ($\hat{LAB}$)**: Üç harfle yazılan gösterimde **ortadaki harf köşeyi** belirtir. Burada ortada A vardır, yani köşenin A olduğu söylenmiş olur. Oysa bütün teller **L** noktasında birleşir; köşe L'dir. Ayrıca şapka her zaman **ilk harfin** üzerine konur.

devamı →

10 (çözümün devamı)

— **IV ($\hat{A}BC$)**: Ortadaki harf B'dir, yani köşenin B olduğu iddia edilmiştir. B bir **kolun ucudur**, köşe değildir. B noktasında birleşen iki ışın olmadığı için orada bir açı da oluşmaz.

- **b) Düzeltilmiş hâlleri:**

— II $\rightarrow \hat{A}LB$ (veya $\hat{B}LA$)

— IV $\rightarrow \hat{A}LC$ (veya $\hat{C}LA$)

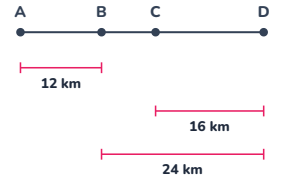
Her ikisinde de köşe harfi **L** ortaya alınmıştır.

- **c) Evet, ikisi de aynı açıyı gösterir.** Her ikisinde de köşe ortadaki harf olan **L**'dir ve kollar **[LA ile [LB**'dir. Kollar aynı olduğuna göre açı da aynıdır; yalnızca kol harflerinin yazılış sırası değişmiştir. (Işınlarda sıra değiştirilemez ama açılarda **köşe ortada kaldığı sürece** kalan iki harfin sırası serbesttir.)

✓ **Doğru Sonuç: a) II ve IV yanlış (köşe harfi ortada olmalı) b) $\hat{A}LB$ ve $\hat{A}LC$ c) Evet, aynı açı**

3. Bölüm Soru 11–14

- 11** Dümdüz uzanan bir otoyolun kenarına dört bilgi taşı yerleştirilmiştir. Taşlar yol boyunca sırasıyla A, B, C ve D'dir. Bazı taşlar arasındaki uzaklıklar şekilde kilometre cinsinden verilmiştir.



a) Bu dört taş kullanılarak kaç farklı doğru parçası adlandırılabilir?

Hepsini sembolle yazınız.

b) $|BC|$ ve $|AD|$ kaç kilometredir? İşlemlerinizi gösteriniz.

c) Aynı dört taş kullanılarak kaç farklı ışın ismi yazılabilir? Bu isimlerden kaç tanesi gerçekte aynı ışını göstermektedir? Örnek vererek açıklayınız.

- **a)** Her nokta ikilisi bir doğru parçası belirtir ve doğru parçasında harf sırası önemsizdir. İkiliyi sırayla yazalım:

[AB], [AC], [AD], [BC], [BD], [CD] $\rightarrow$ 6 farklı doğru parçası.

- **b)** B, C ve D aynı doğru üzerinde ve bu sırada olduğundan $|BD| = |BC| + |CD|$ yazılır:

$$|BC| = |BD| - |CD| = 24 - 16 = 8 \text{ km}$$

$$|AD| = |AB| + |BD| = 12 + 24 = 36 \text{ km}$$

$$(\text{Sağlama: } |AB| + |BC| + |CD| = 12 + 8 + 16 = 36 \checkmark)$$

devamı $\rightarrow$

11 (çözümün devamı)

- c) Işın isminde **ilk harf başlangıç noktasıdır**, bu yüzden sıra önemlidir. Her nokta başlangıç olarak seçilir ve kalan 3 noktadan biri yön için yazılır: $4 \times 3 = 12$ farklı isim yazılabilir.

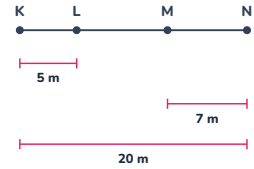
Ancak **aynı noktadan aynı yöne** giden isimler aynı ışını gösterir:

- $[AB = [AC = [AD$ (hepsi A'dan sağa)
- $[BC = [BD$ (B'den sağa), $[BA$ (B'den sola)
- $[CA = [CB$ (C'den sola), $[CD$ (C'den sağa)
- $[DA = [DB = [DC$ (hepsi D'den sola)

Yani 12 ismin gösterdiği **gerçekte farklı ışın sayısı 6'dır**.

✓ Doğru Sonuç: a) 6 doğru parçası b) $|BC| = 8$ km, $|AD| = 36$ km c) 12 isim, ama 6 farklı ışın

- 12 Bir serada dümdüz uzanan sulama borusunun üzerine sırasıyla K, L, M ve N musluklarının takılacağı noktalar işaretlenmiştir. Borunun iki ucu K ve N'dir. Planda bazı uzaklıklar metre cinsinden verilmiştir.



- a) $|LM|$ kaç metredir? Nasıl bulduğunuzu yazınız.
b) $|KM|$ ve $|LN|$ kaç metredir? İşlemlerinizi gösteriniz.
c) Sera sahibi L musluğunu, $|KL| = |LN|$ olacak biçimde kaydırmak istiyor. L musluğu kaç metre ve hangi yöne kaydırılmalıdır? Açıklayınız.

- a) K, L, M, N aynı doğru üzerinde ve bu sırada olduğu için borunun tamamı üç parçaya ayrılmıştır:

$$|KN| = |KL| + |LM| + |MN|$$

$$20 = 5 + |LM| + 7 \rightarrow |LM| = 20 - 12 = 8 \text{ m}$$

- b) $|KM| = |KL| + |LM| = 5 + 8 = 13 \text{ m}$

$$|LN| = |LM| + |MN| = 8 + 7 = 15 \text{ m}$$

$$(\text{Sağlama: } |KM| + |MN| = 13 + 7 = 20 \checkmark)$$

- c) $|KL| = |LN|$ olması, L'nin borunun tam **ortasında** olması demektir.

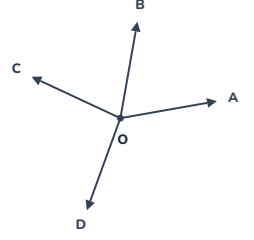
Ortakdaki uzunluk: $20 \div 2 = 10 \text{ m}$. Yani L, K'den 10 m uzakta olmalıdır.

Şu anda $|KL| = 5 \text{ m}$ olduğuna göre: $10 - 5 = 5 \text{ m}$ kadar **N yönüne (sağa)** kaydırılmalıdır.

Kontrol: Yeni durumda $|KL| = 10 \text{ m}$ ve $|LN| = 20 - 10 = 10 \text{ m} \checkmark$

✓ Doğru Sonuç: a) 8 m b) $|KM| = 13 \text{ m}$, $|LN| = 15 \text{ m}$ c) 5 m, N yönüne

13 Bir bahçeye yerleştirilen rüzgâr gülünün dört kanadı, O noktasındaki mile bağlıdır. Kanatların uçları A, B, C ve D ile adlandırılmıştır. Her kanat, O noktasından başlayan bir ışın gibi düşünülmektedir.



a) O köşesinde kaç farklı açı oluşmaktadır? Hepsini sembolle yazınız ve sayıyı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

b) Bir öğrenci "Köşe her açıda O olduğuna göre bunların hepsini $\hat{O}$ ile gösterebilirim." diyor. Bu iddiaya katılıyor musunuz? Gerekçelendiriniz.

Gerekçelendiriniz.

c) $\hat{AOB}$ ile $\hat{BOC}$ açılarının ortak kolu hangisidir? Bu iki açının ortak olmayan kolları hangi açıyı oluşturur? Yazınız.

- a) Bir açı **iki ışınla** oluşur. Dört ışından ikisini seçmenin bütün yollarını yazalım:

$\hat{AOB}, \hat{AOC}, \hat{AOD}, \hat{BOC}, \hat{BOD}, \hat{COD} \rightarrow 6$ farklı açı.

Sayma yolu: A ile 3 eşleşme, B ile (A'yı saymadan) 2 eşleşme, C ile 1 eşleşme $\rightarrow 3 + 2 + 1 = 6$.

- b) **Katılmıyoruz.** Tek harfli gösterim ($\hat{O}$) yalnızca o köşede **tek bir açı** varsa kullanılabilir. Burada köşe gerçekten O'dur ama O'da **6 farklı açı** bulunmaktadır; " $\hat{O}$ " yazıldığında bunlardan hangisinin kastedildiği anlaşılamaz. Bu yüzden her açı **üç harfle**, köşe harfi ortada olacak biçimde yazılmalıdır.
- c) $\hat{AOB}$ 'nin kolları [OA ile [OB, $\hat{BOC}$ 'nin kolları [OB ile [OC'dir. Ortak kol: **[OB**.

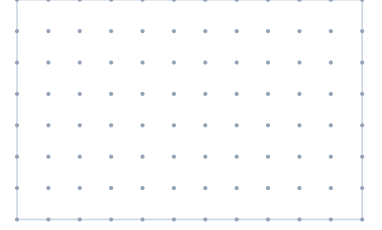
Ortak olmayan kollar [OA ve [OC'dir; bunlar birlikte $\hat{AOC}$ açısını oluşturur. (Yani $\hat{AOB}$ ile $\hat{BOC}$ yan yana duran, kolları bitişik iki açıdır.)

✓ **Doğru Sonuç: a) 6 açı ($\hat{AOB}, \hat{AOC}, \hat{AOD}, \hat{BOC}, \hat{BOD}, \hat{COD}$) b) Katılmıyoruz c) Ortak kol [OB; $\hat{AOC}$ oluşur**

14

Bir gökyüzü gözlem etkinliğinde öğrenciler noktalı kâğıda kendi takımyıldızlarını tasarlayacaktır. Tasarım şu koşulları sağlamalıdır:

- A, B ve C yıldızları **aynı doğru üzerinde** olacak
- $|AB| = 4$ birim ve $|BC| = 3$ birim olacak
- D yıldızı bu doğrunun **üzerinde olmayacak** ve $[BD]$ doğru parçası çizilecek
- D'den başlayıp A yönünde devam eden bir ışın işaretlenecek



a) Koşulları sağlayan bir çizimi, dört yıldızın yerlerini "kaç sağa, kaç yukarı" biçiminde tarif ederek anlatınız. Çizimde işaretlenen ışını sembolle yazınız.

b) $|AC|$ kaç birim olabilir? Bütün olasılıkları yazınız ve her biri için nedenini açıklayınız.

c) Bu dört yıldız ikiye birleştirilirse kaç farklı doğru parçası elde edilir? Aynı yıldızlarla kaç farklı doğru çizilebilir? İki sayının neden farklı olduğunu açıklayınız.

- a) Örnek çizim: **A** → 1 sağa 2 yukarı, **B** → 5 sağa 2 yukarı, **C** → 8 sağa 2 yukarı, **D** → 4 sağa 5 yukarı.

Böylece A, B ve C aynı yatay doğru üzerinde olur; $|AB| = 4$ birim, $|BC| = 3$ birimdir. D bu doğrunun üzerinde değildir ve $[BD]$ çizilebilir.

İşaretlenen ışının sembolü: **[DA** ("DA ışını"). Başlangıç noktası D olduğu için önce D yazılır; D noktasında ayrıca bir **nokta**, A'yı geçtikten sonra da bir **ok** konulmalıdır.

- b) İki olasılık vardır:

— C, B'nin **A'dan uzak** tarafındaysa A ile C arası bütün parçadır: $|AC| = 4 + 3 = 7$ birim.

— C, A ile B'nin **arasındaysa** $|AC| = 4 - 3 = 1$ birim olur. (Bu durumda da üç nokta aynı doğru üzerindedir ve $|BC| = 3$ birimdir, yani koşullar yine sağlanır.)

Soruda C'nin hangi tarafta olacağı belirtilmediği için **her iki cevap da doğrudur**.

- c) Doğru parçası sayısı: her ikili bir parça verir → $[AB], [AC], [AD], [BC], [BD], [CD] = 6$ doğru parçası.

Doğru sayısı: A, B ve C **aynı doğru üzerinde** olduğu için bu üç noktanın belirttiği doğru **tektir** (3 değil 1). Buna D ile A, D ile B, D ile C'nin belirttiği 3 doğru eklenir: $1 + 3 = 4$ farklı doğru.

İki sayının farklı olmasının nedeni: doğru parçası **iki ucu belirli** olduğu için her ikiliye ayrı bir parça karşılık gelir; doğru ise **sonsuz uzandığı** için aynı hizadaki bütün noktalar tek bir doğru üzerinde toplanır.

✓ Doğru Sonuç: a) Örn. **A(1,2), B(5,2), C(8,2), D(4,5)**; ışın **[DA** b) 7 veya 1 birim c) 6 doğru parçası, 4 doğru