

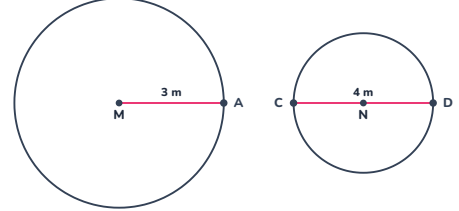
ÇÖZÜMLER

Çember, Yarıçap, Çap ve Daire

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1-5

- 1 Bir bahçe mağazasında iki yuvarlak trambolin satılmaktadır. Etiketle birinci trambolinin **yarıçap uzunluğu 3 metre**, ikinci trambolinin ise **çap uzunluğu 4 metre** olarak yazılıdır.



- a) Birinci trambolinin **çap uzunluğu kaç metredir?**
İşleminizi yazınız.
- b) İkinci trambolinin **yarıçap uzunluğu kaç metredir?**
İşleminizi yazınız.
- c) Hangi trambolin daha geniştir? Kararınızı, iki trambolini aynı ölçüyü kullanarak karşılaştırarak gerekçelendiriniz.

- a) Çap uzunluğu, yarıçap uzunluğunun 2 katıdır:
 $R = 2 \times r = 2 \times 3 = 6 \text{ metre.}$
- b) Yarıçap uzunluğu, çap uzunluğunun yarısıdır:
 $r = R \div 2 = 4 \div 2 = 2 \text{ metre.}$
- c) Karşılaştırma yapmak için iki trambolinin de **aynı ölçüsüne** bakmak gerekir.

— Çaplara bakarsak: 6 m ve 4 m → **birinci trambolin daha geniştir.**

— Yarıçaplara bakarsak: 3 m ve 2 m → yine **birinci** daha geniştir.

Hangi ölçü seçilirse seçilsin sonuç aynıdır; çünkü çap her zaman yarıçapın 2 katı olduğu için ikisi aynı sıralamayı verir. Birinci trambolinde etikette "3", ikincisinde "4" yazması yanıltıcıdır: biri yarıçap, diğeri çaptır.

✓ Doğru Sonuç: a) 6 m b) 2 m c) Birinci trambolin (6 m > 4 m)

2 Bir kurabiye atölyesinde şu dört nesneden söz edilmektedir:

- I. Hamuru kesmekte kullanılan, ortası boş **metal halka kalıbın kendisi**
- II. Kalıpla kesilip fırından çıkan **yuvarlak kurabiyenin üst yüzeyi**
- III. Tepsinin üzerine tebeşirle çizilen, içi boyanmamış **ince yuvarlak çizgi**
- IV. Kurabiyenin üstüne yapıştırılan **yuvarlak şeker pulu**

a) Bu dört nesneden hangileri çember, hangileri daire modelidir? Her biri için gerekçenizi yazınız.

b) Bir nesnenin çember mi daire mi olduğuna karar vermek için sorulacak tek bir soru yazınız.

c) Bir öğrenci "Yarıçap ve çap yalnızca çemberde bulunur, dairede bulunmaz." diyor. Bu ifadeye katılıyor musunuz? Gerekçelendiriniz.

• **a)**

— **I: çember modeli.** Kalıbın yalnızca **kenarı** vardır, ortası boştur; iç bölge nesneye dâhil değildir.

— **II: daire modeli.** Kurabiyenin yüzeyi kenardan merkeze kadar **tamamen doludur**; iç bölge de nesnenin parçasıdır.

— **III: çember modeli.** Yalnızca bir çizgidir, içi boyanmamıştır.

— **IV: daire modeli.** Şeker pulunun bütün yüzeyi doludur.

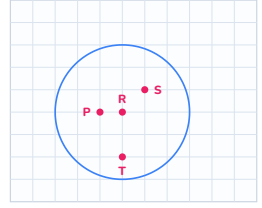
• **b) Sorulacak soru: "İç bölge de şekle dâhil mi?"**

Cevap "hayır, yalnızca kenar" ise **çember**; "evet, içi de dolu" ise **dairedir**.

• **c) Katılmıyoruz.** Dairede de **merkez, yarıçap ve çap** bulunur; çünkü daire, bir çemberin ve onun iç bölgesindeki bütün noktaların birleşimidir. Yani dairenin kenarı zaten bir çemberdir. Aradaki tek fark **iç bölgenin şekle dâhil olup olmamasıdır**, ölçülerin varlığı değil.

✓ **Doğru Sonuç: a) I ve III çember, II ve IV daire b) "İç bölge şekle dâhil mi?" c) Katılmıyoruz**

- 3** Bir lunaparkın krokisinde atlıkarınca'nın dönme alanı çemberle gösterilmiştir. Krokide bir karenin kenarı 1 birimdir ve 1 birim gerçekte 2 metreye karşılık gelmektedir. Çemberin içine P, R, S ve T noktaları işaretlenmiştir; bunlardan biri çemberin merkezidir.



a) Çemberin merkezi hangi noktadır? Nasıl karar verdiğinizi

açıklayınız.

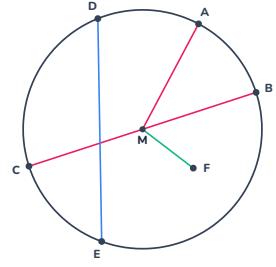
b) Çemberin yarıçap ve çap uzunlukları kaç birimdir? Bunlar gerçekte kaç metredir? İşlemlerinizi gösteriniz.

c) Bir öğrenci merkezi bulmak için "Çemberin en üst ve en alt noktasını birleştirip bu parçanın tam ortasını işaretledim." diyor. Bu yöntem işe yarar mı? Gerekçelendiriniz.

- a) Merkez **R noktasıdır**. Merkez, çember üzerindeki **bütün noktalara eşit uzaklıkta** olan tek noktadır. R'den çembere sağa doğru 3, sola doğru 3, yukarı doğru 3 ve aşağı doğru 3 birim vardır. P, S ve T noktalarında ise bu uzaklıklar birbirine eşit çıkmaz (örneğin P'den sola 2, sağa 4 birim vardır), bu yüzden onlar merkez olamaz.
- b) Yarıçap: **3 birim** → $3 \times 2 = 6$ metre.
Çap: $R = 2 \times 3 = 6$ birim → $6 \times 2 = 12$ metre.
(Çap doğrudan krokide de sayılabilir: çemberin solundan sağına 6 birim vardır.)
- c) **Yöntem işe yarar**. En üst nokta ile en alt noktayı birleştiren doğru parçası çemberin **merkezinden geçer**, yani bir **çaptır**. Merkez de çapın **tam orta noktasıdır**. Bu yüzden çapın ortasını işaretlemek doğrudan merkezi verir. Aynı işlem en sol ve en sağ noktalar için de yapılabilir; iki çapın kesiştiği nokta yine merkezdir.

✓ Doğru Sonuç: a) R b) 3 birim = 6 m, 6 birim = 12 m c) Evet, parça çaptır; ortası merkezdir

- 4** Bir seramik atölyesinde M merkezli çember biçiminde bir tabak deseni çizilmiştir. Desende A, B, C, D ve E noktaları çemberin üzerinde, F noktası ise çemberin iç bölgesindedir. Bir öğrenci desendeki parçalar için şunları yazmıştır:
I. [MA] yarıçaptır. II. [DE] çaptır. III. [BC] çaptır. IV. [MF] yarıçaptır.



- a) Öğrencinin yazdıklarından hangileri yanlıştır? Her yanlış için hatanın ne olduğunu açıklayınız.
b) Yarıçap olan bir doğru parçasının sağlaması gereken iki koşulu, çap olan bir doğru parçasının sağlaması gereken iki koşulu yazınız.
c) $|MA| = 5$ cm olduğuna göre $|BC|$ kaç santimetredir? Nedenini açıklayınız.

- a) Yanlış olanlar **II ve IV**'tür.

— **II ([DE] çaptır)**: D ve E noktalarının ikisi de çember üzerindedir, ancak bu parça **merkezden geçmemektedir**. Çap olabilmesi için M noktasının parçanın üzerinde olması gerekirdi. Bu yüzden [DE] bir çap değildir; çemberin iki noktasını birleştiren sıradan bir doğru parçasıdır.

— **IV ([MF] yarıçaptır)**: Parçanın bir ucu merkezdedir ama diğer ucu olan F, **çemberin üzerinde değil iç bölgesindedir**. Yarıçapın ikinci ucu mutlaka çemberin üzerinde olmalıdır. [MF] yarıçaptan **kısadır**.

- b) **Yarıçap koşulları**: (1) Bir ucu **merkezde** olacak, (2) diğer ucu **çemberin üzerinde** olacak.

Çap koşulları: (1) **İki ucu da çemberin üzerinde** olacak, (2) parça **merkezden geçecek**.

- c) [MA] bir yarıçap, [BC] ise bir çaptır. Çap uzunluğu yarıçap uzunluğunun 2 katı olduğundan:

$$|BC| = 2 \times 5 = 10 \text{ cm.}$$

Bunun nedeni, çapın merkezde ikiye ayrıldığında **iki yarıçap** elde edilmesidir: $|BM| = |MC| = 5$ cm.

✓ **Doğru Sonuç: a) II ve IV yanlış b) Yarıçap: merkez + çember üzeri / Çap: iki uç çemberde + merkezden geçecek c) 10 cm**

5 Bir çömlek atölyesinde üretilen yuvarlak tabaklar için kataloğa şu bilgi yazılmıştır:

"Tabağın kenarındaki iki nokta arasındaki uzaklık en fazla 24 santimetredir."

Bunu okuyan bir öğrenci defterine "Demek ki tabağın yarıçap uzunluğu 24 cm'dir." diye not almıştır.

a) Kataloğdaki "en fazla 24 cm" ifadesi tabağın hangi uzunluğunu vermektedir? Nedenini açıklayınız.

b) Öğrencinin hatasını bulunuz ve doğru yarıçap uzunluğunu hesaplayınız.

c) Aynı tabağın kenarındaki iki nokta arası ölçüldüğünde 20 cm bulunmuştur. Bu parça bir çap mıdır? Kararınızı gerekçelendiriniz.

- a)** Bu ifade tabağın **çap uzunluğunu** verir. Çünkü bir çember üzerindeki iki nokta arasındaki **en büyük uzaklık çaptır**; merkezden geçmeyen parçalar her zaman çaptan kısa kalır. "En fazla" sözcüğü bize doğrudan çapı gösterir.
- b)** Öğrenci **çapı yarıçap sanmıştır**. Oysa yarıçap, çapın yarısıdır:

$$r = 24 \div 2 = 12 \text{ cm.}$$

(Öğrencinin dediği doğru olsaydı tabağın çapı $2 \times 24 = 48 \text{ cm}$ olurdu ki bu, kataloğdaki "en fazla 24 cm" bilgisiyle çelişirdi.)
- c)** Hayır, bu parça **çap değildir**. Çap 24 cm olduğuna göre 20 cm'lik parça çaptan kısadır; yani **merkezden geçmemektedir**. Çemberin iki noktasını birleştiren bir parça ancak merkezden geçiyorsa çap olur ve o zaman uzunluğu her zaman 24 cm çıkar.

✓ Doğru Sonuç: a) Çap b) Çapı yarıçap sanmış; $r = 12 \text{ cm}$ c) Hayır, çaptan kısa olduğu için merkezden geçmiyor

2. Bölüm Soru 6–10

6 Bir geometri atölyesinde öğrenciler pergelle desen çizmektedir. Bir öğrenci pergelinin iki kolu arasındaki açıklığı cetvelle ölçüp **7 santimetre** olarak ayarlamış ve sivri ucunu kâğıda sabitleyerek tam bir tur döndürmüştür.

a) Çizilen çemberin yarıçap ve çap uzunlukları kaç santimetredir? Pergel açıklığının hangi uzunluğa karşılık geldiğini belirterek açıklayınız.

b) Aynı öğrenci, desenin ikinci halkası için çap uzunluğu 20 cm olan bir çember çizecektir. Pergelini kaç santimetre açmalıdır? İşleminizi yazınız.

c) Öğrenci "Pergelimi 2 katı kadar açarsam çizdiğim çemberin çapı kaç katı olur?" diye soruyor. Cevabınızı bir örnek üzerinde gösterip genel kuralı kendi cümlelerinizle yazınız.

- a)** Pergelin sivri ucu **merkezde** sabit durur, kalem olan uç ise çemberi çizer. Bu yüzden iki kol arasındaki açıklık doğrudan **yarıçap uzunluğudur**.

Yarıçap: **7 cm**

devamı →

6 (çözümün devamı)

Çap: $R = 2 \times 7 = 14 \text{ cm}$

- **b)** Pergel açıklığı yarıçaba eşit olduğuna göre önce yarıçap bulunmalıdır:

$r = 20 \div 2 = 10 \text{ cm} \rightarrow$ pergel **10 cm** açılmalıdır.

(Pergeli 20 cm açmak yaygın bir hatadır; o durumda çapı 40 cm olan bir çember çizilirdi.)

- **c)** Örnek: açıklık 7 cm iken çap 14 cm'dir. Açıklık 2 katına çıkıp 14 cm olursa çap $2 \times 14 = 28 \text{ cm}$ olur. 28, 14'ün **2 katıdır**.

Genel kural: Çap her zaman yarıçapın 2 katı olduğu için, **yarıçap kaç katına çıkarsa çap da aynı kat kadar büyür**. Yani pergel 3 katı açılırsa çap da 3 katı olur.

✓ Doğru Sonuç: a) $r = 7 \text{ cm}$, $R = 14 \text{ cm}$ b) 10 cm c) Çap da 2 katına çıkar

7 Bir el sanatları kursunda yuvarlak ahşap tepsiler süslenecektir. Her tepsi için iki malzeme hazırlanmıştır:

- Tepsinin kenarına yapıştırılacak ince şerit
- Tepsinin bütün yüzeyini kaplayacak kâğıt

a) Bu iki malzemeden hangisi çemberi, hangisi daireyi modellemektedir? Gerekçelendiriniz.

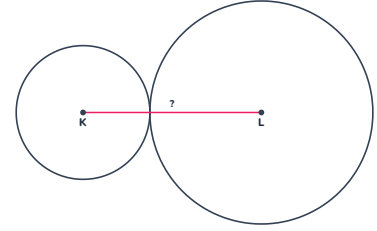
b) İki kavramı ayırt etmek için kullanılacak ölçütü bir cümleyle yazınız. Bu ölçüte göre bir tekerlek jantı ile bir madeni para hangi gruba girer?

c) Kursiyer, tepsinin merkezinden kenarına kadar olan uzaklığı 18 cm ölçmüştür. Kâğıdın çap uzunluğu kaç santimetre olmalıdır? İşleminizi yazınız.

- **a)**
 - **İnce şerit: çember modelidir.** Yalnızca tepsinin **kenarını** kaplar; iç bölgeye hiç girmez.
 - **Kâğıt: daire modelidir.** Kenarla birlikte **iç bölgenin tamamını** kaplar.
- **b)** Ölçüt: "**Şekil yalnızca kenardan mı ibaret, yoksa iç bölge de şekle dâhil mi?**"
Yalnızca kenarsa çember, iç bölge de dâhilse dairedir.
 - **Tekerlek jantı:** ortası boş, yalnızca kenarı var $\rightarrow$ **çember** modeli.
 - **Madeni para:** yüzeyi tamamen dolu $\rightarrow$ **daire** modeli.
- **c)** Merkezden kenara kadar olan uzaklık **yarıçaptır**: $r = 18 \text{ cm}$.
 $R = 2 \times 18 = 36 \text{ cm}$. Kâğıdın çap uzunluğu 36 santimetre olmalıdır.

✓ Doğru Sonuç: a) Şerit çember, kâğıt daire b) İç bölge dâhil mi? (jant çember, para daire) c) 36 cm

- 8** Bir saat mekanizmasında iki dişli çark birbirine tam olarak **bir noktada** değecek biçimde yerleştirilmiştir. Küçük çarkın **çap uzunluğu 12 mm**, büyük çarkın **çap uzunluğu 20 mm**'dir. Çarkların merkezleri K ve L ile gösterilmiştir.



- a) K ile L arasındaki uzaklık kaç milimetredir? Çözümünüzü adım adım yazınız.
- b) Bir öğrenci "İki çap toplanır, $12 + 20 = 32$ mm." demiştir. Bu öğrencinin hatasını açıklayınız.
- c) Mekanizmaya üçüncü bir çark eklenmiştir. Bu çark küçük çarka bir noktada değmekte ve merkezler arası uzaklık 15 mm olmaktadır. Üçüncü çarkın çap uzunluğu kaç milimetredir? İşlemlerinizi gösteriniz.

- a) İki çark tek bir noktada değdiğine göre bu değme noktası, merkezleri birleştiren doğru parçasının üzerindedir. Merkezler arası uzaklık, **iki yarıçapın toplamıdır**.

Küçük çarkın yarıçapı: $12 \div 2 = 6$ mm

Büyük çarkın yarıçapı: $20 \div 2 = 10$ mm

$$|KL| = 6 + 10 = 16 \text{ mm}$$

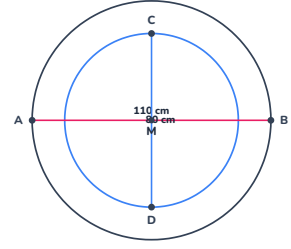
- b) Öğrenci **yarıçaplar yerine çapları** toplamıştır. K noktasından değme noktasına kadar olan uzaklık çarkın **tamamı değil yarısı**, yani yarıçaptır. Çaplar toplandığında her iki yarıçap iki kez sayılmış olur; bu yüzden bulunan 32 mm, doğru cevabın tam 2 katıdır ($16 \times 2 = 32$).
- c) Üçüncü çark küçük çarka değdiğine göre yine iki yarıçapın toplamı merkezler arası uzaklığı verir:

$$6 + r_3 = 15 \rightarrow r_3 = 15 - 6 = 9 \text{ mm}$$

$$\text{Çap: } R_3 = 2 \times 9 = 18 \text{ mm}$$

✓ Doğru Sonuç: a) 16 mm b) Çapları toplamış; yarıçaplar toplanmalı c) 18 mm

- 9** Bir bahçe kuyusunun ağzına, merkezleri aynı olan iç içe iki çemberden oluşan beton bir bilezik yerleştirilmiştir. Bileziğin **dış çap uzunluğu 110 cm**, kuyu ağzını oluşturan **iç çap uzunluğu 80 cm**'dir.



a) Bileziğin iç ve dış yarıçap uzunlukları kaç santimetredir?

İşlemlerinizi yazınız.

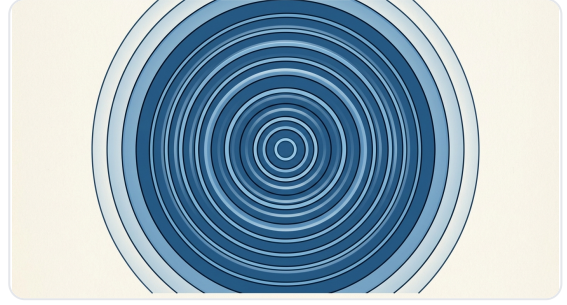
b) Betonun kalınlığı, yani iç çemberden dış çembere kadar olan uzaklık kaç santimetredir? Çözümünüzü açıklayınız.

c) Bir usta " $110 - 80 = 30$, demek ki beton 30 cm kalınlığında." diyor. Bu ifadeye katılıyor musunuz? Kararınızı gerekçelendiriniz.

- a) Dış yarıçap: $110 \div 2 = 55 \text{ cm}$
İç yarıçap: $80 \div 2 = 40 \text{ cm}$
- b) Beton kalınlığı, **aynı yönde** iç çemberden dış çembere kadar olan uzaklıktır. İki çemberin merkezi ortak olduğu için bu uzaklık, yarıçapların farkıdır:
 $55 - 40 = 15 \text{ cm}$
- c) **Katılmıyoruz.** Usta **çapların farkını** almıştır. Çap, kuyunun bir kenarından diğerine uzanır; bu yüzden 30 cm'lik fark betonun **iki tarafındaki** kalınlığın toplamıdır. Tek bir taraftaki kalınlığı bulmak için bu farkı ikiye bölmek gerekir:
 $30 \div 2 = 15 \text{ cm} \checkmark$
(Aynı sonuç, yarıçaplar çıkarılarak doğrudan da bulunmuştu.)

✓ Doğru Sonuç: a) 55 cm ve 40 cm b) 15 cm c) Katılmıyoruz; $30 \div 2 = 15 \text{ cm}$

10 Aşağıdaki fotoğrafta, durgun bir göl yüzeyine düşen bir taşın oluşturduğu halkalar yukarıdan görülmektedir. Halkalar giderek genişleyerek dışa doğru yayılmaktadır.



- a) Su yüzeyindeki bu halkalar çemberin mi dairenin mi modelidir? Gerekçelendiriniz.
 b) Halkaların ortak merkezi neresidir? Nasıl karar verdiğinizi yazınız.
 c) Taşın düştüğü nokta ile bir halkanın üzerindeki noktalar arasındaki uzaklıklar için ne söylenebilir? Halkalar genişledikçe merkez, yarıçap ve çap nasıl değişir? Yorumlayınız.

- **a)** Halkalar **çember modelidir**. Her halka yalnızca ince bir **çizgi** biçimindedir; halkanın iç bölgesi halkaya dâhil değildir. İç bölge de sayılsaydı daire modeli olurdu.
- **b)** Ortak merkez, **taşın suya düştüğü noktadır**. Bütün halkalar bu noktadan dışa doğru yayıldığı için hepsinin ortasında aynı nokta bulunur. Fotoğrafta halkaların en içteki küçük halkanın ortasına denk gelen nokta işaretlenerek bulunabilir.
- **c)** Taşın düştüğü nokta ile bir halkanın üzerindeki bütün noktalar arasındaki uzaklıklar **birbirine eşittir**; bu ortak uzaklık o halkanın **yarıçapıdır**. Zaten çemberin tanımı da budur: bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların oluşturduğu şekil.

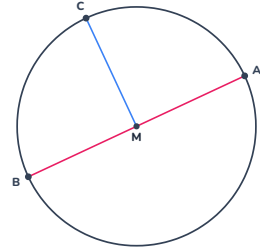
Halkalar genişledikçe **merkez değişmez**, aynı noktada kalır; **yarıçap büyür** ve çap her zaman yarıçapın 2 katı olduğu için **çap da büyür**. Yarıçap 1 cm arttığında çap 2 cm artar.

✓ **Doğru Sonuç: a) Çember b) Taşın düştüğü nokta c) Uzaklıklar eşit (yarıçap); merkez sabit, yarıçap ve çap büyür**

3. Bölüm Soru 11–14

- 11** Bir bisiklet jantında teller, merkez M'den başlayıp jantın kenarına kadar uzanmaktadır. Şekilde bu tellerden üçü gösterilmiştir: [MA], [MB] ve [MC]. Bir tamirci şöyle diyor:

"Merkezden çıkan herhangi iki tel birlikte her zaman bir çap oluşturur; çünkü uzunlukları toplamı zaten çapa eşittir."

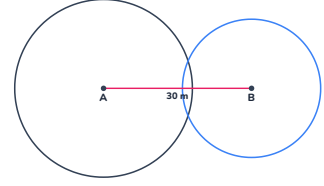


- a) [MA] ile [MB] tellerinin birleşimi bir çap oluşturur mu? Gerekçelendiriniz.
- b) [MA] ile [MC] tellerinin birleşimi bir çap oluşturur mu? Uzunlukları toplamı çapa eşit olduğu hâlde neden böyledir? Açıklayınız.
- c) Bu jantta merkezden kenara kaç farklı tel (yarıçap) çizilebilir? Bu tellerin uzunlukları için ne söylenebilir? Yazınız.

- **a) Evet, çap oluşturur.** Şekilde A, M ve B noktaları **aynı doğru üzerindedir** (doğrusaldır). Bu yüzden [MA] ile [MB] birleştiğinde tek bir düz parça olan [AB] elde edilir; bu parçanın iki ucu çember üzerindedir ve merkezden geçer. İki koşul da sağlandığı için [AB] bir çaptır.
- **b) Hayır, çap oluşturmaz.** A, M ve C noktaları aynı doğru üzerinde **değildir**; [MA] ile [MC] birleştiğinde M köşesinde **kırılan** bir şekil oluşur, düz bir doğru parçası elde edilmez.
Uzunlukların toplamının çapa eşit olması yeterli değildir: çap olabilmek için parçanın **düz** olması, yani iki yarıçapın **zıt yönlerde** uzanması gerekir. Tamircinin hatası, yalnızca uzunluğa bakıp **doğrusallık koşulunu** unutmasıdır.
- **c) Çemberin üzerinde sonsuz sayıda nokta bulunduğu için merkezden kenara sonsuz sayıda yarıçap çizilebilir.** Bu yarıçapların **uzunlukları birbirine eşittir**; çünkü çember, merkeze **eşit uzaklıktaki** noktalardan oluşur. Aynı biçimde sonsuz sayıda çap da çizilebilir ve hepsinin uzunluğu birbirine eşittir.

✓ **Doğru Sonuç: a) Evet (A, M, B doğrusal) b) Hayır, doğrusal değiller c) Sonsuz sayıda; hepsi eşit uzunlukta**

- 12** Bir okulda iki kablosuz ağ cihazı bulunmaktadır. Her cihazın sinyali, cihazın bulunduğu noktayı merkez alan bir daire biçiminde yayılır. A cihazının sinyal yarıçapı **18 metre**, B cihazının sinyal yarıçapı **14 metre**'dir. İki cihaz arasındaki uzaklık **30 metre**'dir.



- a) A cihazının kapsama alanının çap uzunluğu kaç metredir? A cihazına 20 metre uzaklıktaki bir sınıf bu cihazın kapsama alanının içinde midir? Gerekçelendiriniz.
- b) İki cihazın kapsama alanlarının ortak bir bölgesi var mıdır? Kararınızı hesap yaparak gerekçelendiriniz.
- c) B cihazı, kapsama alanları yalnızca tek bir noktada değecek biçimde taşınmak isteniyor. Cihazlar arası uzaklık kaç metre olmalıdır? Uzaklık 35 metre yapılırsa ne olur? Açıklayınız.

- a) Çap: $R = 2 \times 18 = 36$ metre.

Sınıf **kapsama alanının dışındadır**. Çünkü bir noktanın daireye ait olması için merkeze uzaklığının **yarıçaptan büyük olmaması** gerekir. Burada $20 > 18$ olduğu için sınıf **dış bölgededir**. (Uzaklık tam 18 m olsaydı sınıf çemberin üzerinde, 15 m olsaydı iç bölgede olurdu.)

- b) **Evet, ortak bölge vardır.** İki kapsama alanının üst üste binmesi için, yarıçapların toplamının merkezler arası uzaklıktan **büyük** olması gerekir:

$$18 + 14 = 32 \text{ metre} \text{ ve } 32 > 30 \checkmark$$

Yani iki daire birbirinin içine $32 - 30 = 2$ metre kadar girmektedir; bu bölgede duran biri her iki cihazın sinyalini de alır.

- c) Kapsama alanlarının yalnızca tek bir noktada değmesi için yarıçapların toplamı, merkezler arası uzaklığa **tam olarak eşit** olmalıdır:

$$18 + 14 = 32 \text{ metre.}$$

Uzaklık **35 metre** yapılırsa $32 < 35$ olacağından iki alan birbirine hiç değmez; aralarında $35 - 32 = 3$ metrelik **sinyalsiz bir boşluk** kalır.

✓ **Doğru Sonuç: a) 36 m; sınıf dışarıda ($20 > 18$) b) Evet, $18 + 14 = 32 > 30$ c) 32 m; 35 m'de 3 m boşluk kalır**

13 Bir kutu oyunu için kesilmiş daire biçiminde karton pullar vardır. Bir öğrenci, pulun tam ortasına delik açabilmek için **merkezini** bulmak istemektedir. Elinde yalnızca bir cetvel bulunmaktadır.

a) Öğrenci yalnızca cetvel kullanarak merkezi nasıl bulabilir? Yöntemi adım adım yazınız ve neden işe yaradığını açıklayınız.

b) Öğrenci farklı yerlerden ölçüm yapmış, en büyük değeri 26 cm bulmuştur. Pulun yarıçap uzunluğu kaç santimetredir? İşleminizi yazınız.

c) Aynı merkezi, cetvel yerine kâğıdı katlayarak nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.

• **a) Yöntem:**

1. Pulun kenarındaki bir noktadan karşı kenara farklı doğrultularda ölçümler yapılır.

2. Bu ölçümlerin **en büyüğü** bulunur; çünkü çember üzerindeki iki nokta arasındaki en büyük uzaklık **çaptır**.

3. En büyük ölçümün elde edildiği doğru parçasının **tam ortası** işaretlenir; bu nokta merkezdir.

İşe yaramasının nedeni: çap merkezden geçer ve merkez, çapı **iki eşit yarıçapa** ayırır. Daha da emin olmak için ikinci bir çap çizilip iki çapın **kesişim noktasına** bakılabilir.

• **b) En büyük ölçüm çap olduğuna göre:**

$$r = 26 \div 2 = \mathbf{13 \text{ cm}}$$

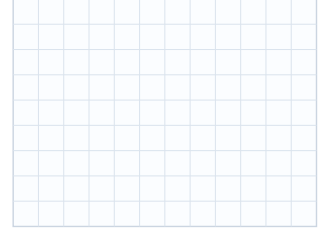
• **c) Pul, üst üste tam olarak oturacak biçimde ikiye katlanır; katlama çizgisi pulu iki eş parçaya böldüğü için bir **çaptır**. Pul açılıp **farklı bir doğrultuda** bir kez daha aynı şekilde katlanır; böylece ikinci bir çap elde edilir. İki katlama çizgisinin **kesiştği nokta** pulun merkezidir; çünkü bütün çaplar merkezden geçer.**

✓ **Doğru Sonuç: a) En büyük uzaklık çaptır, ortası merkezdir b) 13 cm c) İki farklı doğrultuda katlanır; katlama çizgilerinin kesişimi merkezdir**

14 Bir gösteri sahnesinin zemin deseni kareli kâğıda tasarlanacaktır.

Tasarım şu koşulları sağlamalıdır:

- Merkezi M olan ve **yarıçapı 3 birim** olan bir çember çizilecek
- Bu çembere bir **çap** çizilip uç noktaları A ve B ile adlandırılacak
- Merkezi N olan ikinci bir çember, birinci çembere **yalnızca bir noktada** değecek ve **$|MN| = 5$ birim** olacak



a) Koşulları sağlayan bir çizimi, M ve N noktalarının yerlerini "kaç sağa, kaç yukarı" biçiminde tarif ederek anlatınız. İkinci çemberin yarıçapı kaç birim olmalıdır? Nasıl bulduğunuzu yazınız.

b) $|AB|$ kaç birimdir? İkinci çemberin çap uzunluğu kaç birimdir? İşlemlerinizi gösteriniz.

c) Tasarımcı ikinci çemberin yarıçapını 4 birim yapmak isterse ne olur? Çemberler yine tek bir noktada değer mi? Gerekçelendiriniz.

- a) Örnek çizim: **M** → 4 sağa 4 yukarı, **N** → 9 sağa 4 yukarı. Böylece $|MN| = 5$ birim olur.

İki çember dışarıdan tek noktada değdiğine göre merkezler arası uzaklık **iki yarıçapın toplamıdır**:

$$3 + r = 5 \rightarrow r = 5 - 3 = \mathbf{2 \text{ birim.}}$$

Çap için A ve B, M'den sola ve sağa 3'er birim gidilerek işaretlenir: A → 1 sağa 4 yukarı, B → 7 sağa 4 yukarı.

- b) $|AB|$ birinci çemberin çapıdır: $|AB| = 2 \times 3 = \mathbf{6 \text{ birim.}}$

İkinci çemberin çapı: $2 \times 2 = \mathbf{4 \text{ birim.}}$

- c) Yarıçaplar toplamı $3 + 4 = \mathbf{7 \text{ birim}}$ olur; bu değer $|MN| = 5$ birimden **büyüktür**. Yarıçaplar toplamı merkezler arası uzaklığı geçtiğinde çemberler birbirinin içine girer ve **tek noktada değil, iki noktada kesişirler**. Yani koşul sağlanmaz.

Ek olarak: Tek noktada değmenin ikinci bir yolu daha vardır: büyük çember küçüğünü **içine alacak** biçimde içten değebilir. Bunun için yarıçapların **farkı** 5 olmalıdır, yani $r - 3 = 5 \rightarrow r = \mathbf{8 \text{ birim}}$. Dolayısıyla sorunun iki doğru cevabı vardır: **2 birim** (dıştan değme) ve **8 birim** (içten değme).

✓ **Doğru Sonuç:** a) $r = 2$ birim ($5 - 3$) b) $|AB| = 6$ birim, ikinci çap 4 birim c) Değmez, iki noktada kesişir ($3 + 4 = 7 > 5$)