

Temel Geometrik Çizimlerin Özellikleri ve Paralellik

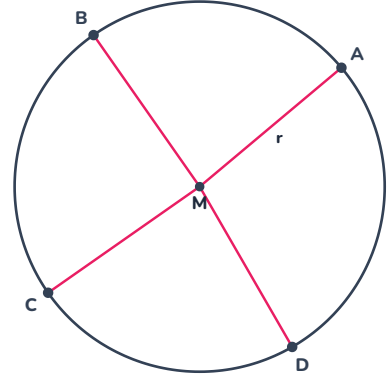
Kazanımlar: MAT.5.3.1 Temel geometrik çizimler için matematiksel araç ve teknolojiden yararlanabilme · MAT.5.3.2 Temel geometrik çizimlere dayalı deneyimlerini yansıtabilme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

Çemberle Eşit Uzunluklar Oluşturma

Bir çemberin **merkezinden** çember **üzerindeki** noktalara çizilen doğru parçalarının uzunlukları **birbirine eşittir**. Bu parçaların her biri çemberin bir **yarıçapıdır** ve uzunlukları r ile gösterilir.

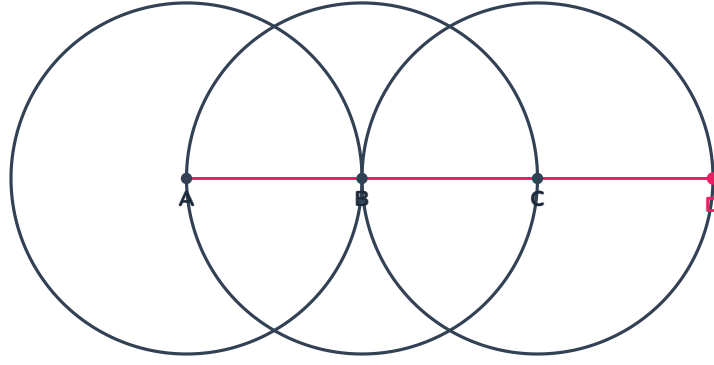
Pergel açıklığı, çizilen çemberin yarıçap uzunluğuna eşittir. Bu yüzden pergelin açıklığı **değiştirilmediği sürece** çizilen bütün çemberlerin yarıçapları birbirine eşit olur. Merkezleri farklı olsa bile bu çemberler **özdeş**dir.



M merkezli çemberde A, B, C ve D noktaları çemberin üzerindedir. $[MA]$, $[MB]$, $[MC]$ ve $[MD]$ parçalarının hepsi birer yarıçaptır, bu yüzden uzunlukları eşittir: $|MA| = |MB| = |MC| = |MD| = r$.

Bu özellik, **ölçüsüz bir cetvel ve pergelle** eşit uzunlukta parçalar elde etmemizi sağlar. Bir ışın üzerinde eşit parçalar oluşturmak için:

1. Pergel istenen uzunlukta açılır ve ışının başlangıç noktasına batırılır; bir çember çizilir.
2. Çemberin ışını kestiği nokta işaretlenir. Bu noktanın başlangıç noktasına uzaklığı bir **yarıçap** kadardır.
3. Pergel **hiç değiştirilmeden** yeni işarete batırılır, yeni bir çember çizilir.
4. İşlem sürdürülür. Her adımda eklenen parça aynı yarıçapa eşit olduğundan bütün parçalar eşit çıkar.



Pergel açıklığı hiç değiştirilmeden çizilen özdeş çemberlerle $[AD]$ parçası eşit parçalara ayrılmıştır: $|AB| = |BC| = |CD| = r$.

Aynı yöntem bir **açının kollarından eşit uzunlukta parçalar kesmek** için de kullanılır. Pergel açının **köşesine** batırılıp bir çember çizilirse, çemberin iki kolu kestiği noktalar köşeden **eşit uzaklıkta** olur; çünkü iki parça da aynı çemberin yarıçapıdır. Bu eşitlik ölçüm yapmaya hiç gerek kalmadan sağlanır.

ÖRNEK

$\hat{A}BC$ açısının köşesi B olsun. Pergel 4 cm açılıp B'ye batırılır ve bir çember çizilir. Çember $[BA]$ kolunu D noktasında, $[BC]$ kolunu E noktasında kesiyorsa:

$$|BD| = |BE| = 4 \text{ cm}$$

Pergel 7 cm açılsaydı $|BD| = |BE| = 7 \text{ cm}$ olurdu. Yarıçap değişse de **eşitlik hiç bozulmaz**.

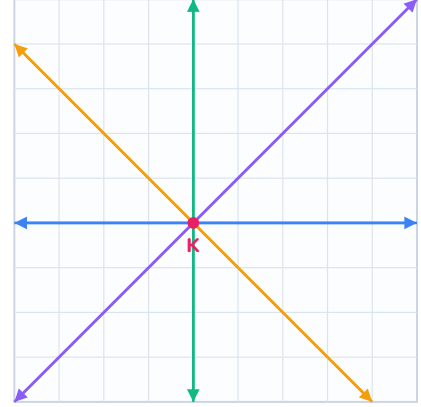
NOT

Sık yapılan hata: Eşit parçalardan birini **pergelle**, diğerini **cetvelle** işaretlemek. Cetvelle ölçümde göz kararı okuma hatası olabilir ve bu hatalar parça parça **birikir**. Tek bir pergel açıklığı kullanıldığında eşitlik ölçmeye gerek kalmadan **kesinleşir**. Geometrik çizimlerde pergelin tercih edilme nedeni budur.

Noktalardan Geçen Doğrular

Bir noktadan sonsuz sayıda doğru geçer. Tek bir nokta doğrunun **yönünü** belirlemeye yetmez; doğruyu o noktanın etrafında istediğimiz kadar çevirebiliriz ve her seferinde farklı bir doğru elde ederiz.

İki noktadan yalnız bir doğru geçer. İki nokta doğrunun hem **yerini** hem **yönünü** tamamen belirler; bu yüzden o iki noktadan geçen doğru tektir.



K noktasından geçen doğrulardan yalnızca dördü çizilmiştir. Doğru istenildiği kadar çevrilebileceği için K noktasından sonsuz sayıda doğru geçer.

Buradan önemli bir sonuç çıkar: **üç ya da daha fazla noktadan geçen tek bir doğru ancak bu noktaların hepsi aynı doğru üzerindeyse çizilebilir.** Aynı doğru üzerinde bulunan noktalara **doğrusal noktalar** denir. A, B ve C noktaları doğrusal **değilse**, A ile B'den geçen doğru çizildiğinde C bu doğrunun dışında kalır ve üçünden birlikte geçen bir doğru bulunamaz.

Verilen	Kaç Doğru Geçer?	Nedeni
Bir nokta	Sonsuz	Bir nokta doğrunun yönünü belirlemez
İki nokta	Yalnız bir	İki nokta hem yeri hem yönü belirler
Üç doğrusal nokta	Yalnız bir	Üçü de aynı doğru üzerindedir
Üç doğrusal olmayan nokta	Hiç	Üçünü birden içeren bir doğru yoktur

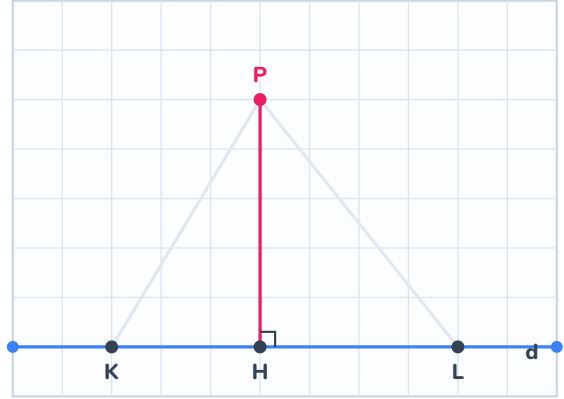
NOT

Sık yapılan hata: "Bir noktadan yalnız bir doğru geçer." demek. Doğrusu **sonsuz sayıda** doğru geçtiğidir; "yalnız bir" olan durum **iki** nokta verildiğindedir. Bu iki ifadeyi karıştırmamak için şunu hatırlayın: **doğruyu sabitlemek için iki nokta gerekir.**

Dikme Çizme ve En Kısa Uzaklık

Bir doğruya, dışındaki bir noktadan **yalnız bir dikme çizilebilir**. Bu dikmenin doğruyla birleştiği noktaya dikmenin **ayağı** denir. Doğru ile dikme arasındaki açı **90°**'dir ve şekillerde küçük bir kare işaretiyle gösterilir.

Bir noktanın bir doğruya **uzaklığı**, o noktadan doğruya çizilen **dikmenin uzunluğudur**. Bu dikme, noktadan doğruya giden **en kısa** yoldur; dik olmayan bütün yollar daha uzundur.



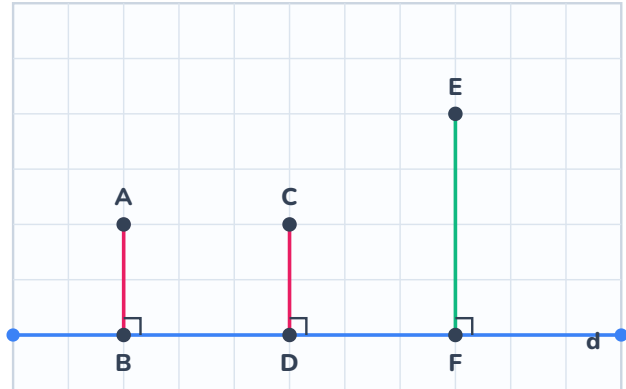
P noktasından d doğrusuna çizilen [PH] parçası diktir ve en kısa yoldur. [PK] ile [PL] parçaları eğiktir; ikisi de [PH]'den uzundur.

Şekilde P noktasından d doğrusuna gitmenin üç yolu görülüyor:

- **[PH]:** tam dikey, yani d'ye dik → yalnızca 5 birim **aşağı** inilir
- **[PK]:** 3 birim sola **ve** 5 birim aşağı → eğik, daha uzun
- **[PL]:** 4 birim sağa **ve** 5 birim aşağı → eğik, daha uzun

Eğik yollarda hem yana hem aşağı gitmek gerektiği için bunlar dikmeden hep uzun çıkar. Yani $|PH| < |PK|$ ve $|PH| < |PL|$ 'dir.

Bir doğruya **farklı noktalardan** çizilen dikmeler **eşit** uzunlukta da olabilir, **farklı** uzunlukta da olabilir. Diklik bir **açı** özelliğidir; uzunluk hakkında hiçbir şey söylemez.



d doğrusuna üç farklı noktadan çizilen dikmeler. $|AB| = |CD| = 2$ birim iken $|EF| = 4$ birimdir; hepsi dik olmasına rağmen uzunlukları aynı değildir.

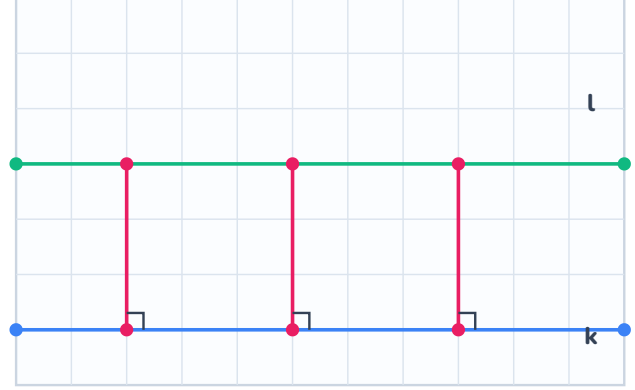
NOT

Sık yapılan hata: Bir noktadan bir doğruya **birden çok dikme** çizilebileceğini düşünmek. 90°'lik açıyı sağlayan tek bir doğrultu bulunduğu için dikme **tektir**. Bu yüzden bir noktanın bir doğruya uzaklığı da tek bir sayıdır.

Paralel Doğrular

Bir doğruya **eşit uzaklıkta** bulunan ve aynı doğrultudaki bütün noktalar birleştirildiğinde bir doğru oluşur. Oluşan bu doğru ile ilk doğru birbirine **paraleldir**. Paralellik // sembolüyle gösterilir: $k // l$ yazılır, "k doğrusu, l doğrusuna paraleldir." diye okunur.

Paralel doğrular arasındaki uzaklık her noktada aynıdır. Bu yüzden paralel doğrular ne kadar uzatılırsa uzatılsın **hiç kesişmez**. Tersine, aralarındaki uzaklık bir yerde değişiyorsa doğrular paralel değildir ve yeterince uzatıldıklarında kesişirler.



k doğrusuna 3 birim uzaklıktaki noktalar birleştirilerek l doğrusu elde edilmiştir. Pembe dikmelerin uzunluğu her sütunda 3 birimdir; bu yüzden $k // l$ 'dir.

Kareli zeminde paralelliği anlamak çok pratiktir: her doğru parçası için **kaç birim sağa** ve **kaç birim yukarı (ya da aşağı)** gidildiği sayılır. İki parçada bu iki sayı aynıysa doğrultular aynıdır, yani parçalar paraleldir.

Örnek: 3 birim sağa 6 birim yukarı giden bir parça ile 3 birim sağa 6 birim yukarı giden başka bir parça paraleldir. Buna karşılık 4 birim sağa 2 birim aşağı giden parça ile 3 birim sağa 3 birim aşağı giden parça paralel **değildir**.

Bir doğruya paralel doğru çizmenin bir yolu da **gönye** kullanmaktır: gönyenin dik kenarı doğruya dayanır, doğrunun bir tarafında **eşit uzaklıkta** birkaç nokta işaretlenir ve bu noktalar birleştirilir. Elde edilen doğru, ilk doğruya paralel olur.

NOT

Sık yapılan iki hata: (1) "İki doğru parçasının paralel olması için eşit uzunlukta olmaları gerekir." sanmak. Paralellik **doğrultuyla** ilgilidir; 2 birimlik bir parça 20 birimlik bir parçaya pekâlâ paralel olabilir. **(2)** Bunun tersini düşünmek: "Eşit uzunlukta olan iki parça paraleldir." demek. 4 birimlik **yatay** bir parça ile 4 birimlik **dikey** bir parça eşit uzunluktadır ama paralel değil, tam tersine **diktir**. Uzunluk ile paralellik birbirinden **bağımsızdır**.

NOT

Dikkat: "Paralel doğruların uzunlukları eşittir." ifadesi **anlamsızdır**, çünkü bir **doğrunun uzunluğu yoktur**: doğru iki yönde de sonsuza uzanır. Uzunluğu ölçülebilen tek şey **doğru parçasıdır**. Paralel doğrular için söylenebilecek doğru şey, **aralarındaki uzaklığın her noktada aynı olduğudur**.

Etkinlikler

ETKİNLİK 1

Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.

- a) ☐ D Bir noktadan sonsuz sayıda doğru geçer.
- b) ☐ D İki noktadan yalnız bir doğru geçer.
- c) ☐ Y Doğrusal olmayan üç noktadan geçen bir doğru çizilebilir.
- d) ☐ D Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir dikme çizilebilir.
- e) ☐ D Bir noktanın bir doğruya uzaklığı, o noktadan doğruya çizilen dikmenin uzunluğudur.
- f) ☐ Y Bir noktadan bir doğruya çizilen eğik bir parça, dikmeden kısa olabilir.
- g) ☐ Y İki doğru parçasının paralel olması için eşit uzunlukta olmaları gerekir.
- h) ☐ Y Eşit uzunlukta olan iki doğru parçası her zaman paraleldir.
- ı) ☐ D Paralel doğrular arasındaki uzaklık her noktada aynıdır.
- i) ☐ Y Paralel doğrular yeterince uzatılırsa bir noktada kesişir.
- j) ☐ D Pergel açıklığı değişmedikçe çizilen bütün çemberlerin yarıçapları eşittir.
- k) ☐ Y Bir doğrunun uzunluğu ölçülebilir.
- l) ☐ Y Aynı doğruya farklı noktalardan çizilen dikmelerin uzunlukları her zaman eşittir.

ETKİNLİK 2

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Verilen Durum	Sonuç	Dayandığı Özellik
Bir nokta verildi	Sonsuz sayıda doğru geçer	Bir nokta doğrunun yönünü belirlemez
İki nokta verildi	Yalnız bir doğru geçer	İki nokta hem yeri hem yönü belirler
Doğru ve dışında bir nokta verildi	Yalnız bir dikme çizilir	90°'lik tek bir doğrultu vardır
Pergel açıklığı 6 cm	Yarıçap 6 cm olur	Pergel açıklığı = yarıçap
Bir doğruya 5 br uzaklıktaki noktalar	İki paralel doğru oluşur	Uzaklık iki tarafta da ölçülür

devamı →

ETKİNLİK 2 Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz. (devam)

Verilen Durum	Sonuç	Dayandığı Özellik
İki parça da 4 sağa 3 yukarı gidiyor	Parçalar paraleldir	Doğrultuları aynıdır

ETKİNLİK 3 Aşağıdaki doğru parçalarının kareli zeminde kaç birim sağa, kaç birim yukarı/aşağı gittiği verilmiştir. Hangi parçaların birbirine paralel olduğunu belirleyip sembolle yazınız.

- a) [AB]: 4 sağa, 2 yukarı · [CD]: 2 sağa, 1 yukarı · Paralel mi? **Paraleldir: [AB] // [CD]. [CD] parçasının sayıları [AB]'nin yarısıdır; 1 birim sağa gidince ikisi de yarım birim yukarı çıkar, yani doğrultuları aynıdır.**
- b) [EF]: 5 sağa, 0 yukarı · [GH]: 0 sağa, 5 yukarı · Paralel mi? **Paralel değildir. [EF] tam yatay, [GH] tam dikeydir; uzunlukları eşit olsa da doğrultuları farklıdır, hatta birbirlerine diktirler.**
- c) [KL]: 3 sağa, 3 aşağı · [MN]: 3 sağa, 3 yukarı · Paralel mi? **Paralel değildir. Biri aşağı, diğeri yukarı gidiyor; eğimlerinin yönü zıttır. Uzatılırlarsa kesişirler.**
- d) [PR]: 6 sağa, 4 yukarı · [ST]: 3 sağa, 2 yukarı · Paralel mi? **Paraleldir: [PR] // [ST]. [ST]'nin sayıları [PR]'nin yarısıdır, doğrultuları aynıdır.**
- e) [UV]: 2 sağa, 6 yukarı · [YZ]: 6 sağa, 2 yukarı · Paralel mi? **Paralel değildir. [UV] çok dik (1 sağa karşılık 3 yukarı), [YZ] ise çok yatık (3 sağa karşılık 1 yukarı) ilerliyor. Sayıların yer değiştirmesi paralellik vermez.**

ETKİNLİK 4 Aşağıdaki soruları çözünüz.

- a) Pergel 7 cm açılıp bir çember çizilmiştir. Merkezden çember üzerindeki beş farklı noktaya parçalar çizilirse bu parçaların uzunlukları kaç santimetredir? **Hepsi 7 cm'dir; her biri aynı çemberin yarıçapıdır.**
- b) Bir açının köşesine pergel batırılıp 5 cm'lik çember çizilmiştir. Çemberin kolları kestiği noktaların köşeye uzaklıkları kaçtır? **İkisi de 5 cm'dir; iki parça da aynı çemberin yarıçapı olduğu için eşittir.**
- c) 30 cm'lik bir şerit, pergel 6 cm açılarak eşit parçalara ayrılacaktır. Kaç parça oluşur, kaç işaret konur? **$30 \div 6 = 5$ parça; işaret sayısı $5 + 1 = 6$ 'dır.**
- d) 30 cm'lik şeridi 6 eşit parçaya ayırmak için pergel kaç santimetre açılmalıdır? **$30 \div 6 = 5$ cm açılmalıdır.**
- e) 30 cm'lik şeridi eşit parçalara ayırmak için pergel 7 cm açılsa ne olur? **$7 \times 4 = 28$ olur, geriye 2 cm kalır. Son parça 7 cm olmadığı için parçalar eşit olmaz; 7 sayısı 30'u kalansız bölmez.**
- f) Kareli zeminde 2. satırda yatay bir d doğrusu vardır. d'ye 3 birim uzaklıktaki noktalar hangi satırlarda bulunur? **5. satırda (2 + 3) ve alt tarafta karşılığı olan satırda. Bu iki satırdaki noktalar birleştirilirse d'ye paralel iki doğru elde edilir.**

devamı →

ETKİNLİK 4 Aşağıdaki soruları çözünüz. (devam)

- g) Bir noktadan bir doğruya kaç dikme çizilebilir? Bu dikmenin özel adı nedir? **Yalnız bir dikme çizilebilir. Uzunluğu, o noktanın doğruya uzaklığıdır ve noktadan doğruya en kısa yoldur.**
- h) A, B ve C noktaları doğrusal değildir. Bu üç noktadan geçen kaç doğru çizilebilir? **Üçünden birlikte geçen hiç doğru çizilemez. (İkili seçilirse üç farklı doğru çizilebilir: AB, AC ve BC.)**
- ı) "Paralel iki doğrunun uzunlukları eşittir." ifadesi neden yanlıştır? **Doğruların uzunluğu yoktur; doğru iki yönde sonsuza uzanır. Doğrusu, paralel doğrular arasındaki uzaklığın her noktada aynı olmasıdır.**

ETKİNLİK 5

Aşağıdaki çizimleri kareli kâğıda yapınız. Köşe noktalarının sütun ve satır numaralarını yazarak çiziminizi tarif ediniz.

- a) Uzunlukları farklı, birbirine paralel iki doğru parçası çiziniz.

Örneğin [AB]: A(2, 6) → B(8, 6) = 6 birim yatay; [CD]: C(3, 3) → D(5, 3) = 2 birim yatay. İkisi de tam yatay olduğu için [AB] // [CD]'dir.

- b) Uzunlukları eşit ama paralel olmayan iki doğru parçası çiziniz.

Örneğin [EF]: E(2, 1) → F(2, 5) = 4 birim dikey; [GH]: G(5, 1) → H(9, 1) = 4 birim yatay. Eşit uzunlukta ama doğrultuları farklı, hatta birbirine diktirler.

- c) Bir d doğrusu çizip ona 3 birim uzaklıkta, d'ye paralel bir doğru çiziniz.

d'yi 2. satıra yatay çizin. 2 + 3 = 5. satırdan iki nokta seçip birleştirin. Bu satırdaki her nokta d'ye 3 birim uzaklıkta olduğu için elde edilen doğru d'ye paraleldir.

- d) Bir d doğrusuna, üzerindeki üç farklı noktadan uzunlukları 2, 2 ve 4 birim olan üç dikme çiziniz.

d'yi 1. satıra yatay çizin. 2. sütundan 2 birim, 5. sütundan 2 birim, 8. sütundan 4 birim yukarı çıkan dikey parçalar çizin ve tabanlara dik işareti koyun. İlk ikisinin uç noktaları d'ye eşit uzaklıktadır; üçüncüsü farklıdır.

- e) Bir P noktası ve dışından geçen bir d doğrusu çizip P'nin d'ye uzaklığını gösteriniz.

P'yi (5, 6), d'yi 1. satıra yatay çizin. P'den tam aşağı inen dikmeyi çizin; ayağı H(5, 1) olur. [PH] = 5 birim, P'nin d'ye uzaklığıdır. Tabana dik işareti konur.

- f) Doğrusal olan üç nokta ve doğrusal olmayan üç nokta çizip aralarındaki farkı yazınız.

Doğrusal: (1, 2), (4, 2), (7, 2) — üçü de 2. satırda, tek bir doğru üçünden geçer. Doğrusal değil: (1, 2), (4, 2), (4, 5) — üçüncü nokta diğerlerinin doğrusu üzerinde olmadığı için üçünden geçen bir doğru çizilemez.

Konu Özeti

ÖZET

Bir çemberin merkezinden üzerindeki noktalara çizilen parçalar **eşit uzunluktadır**; **pergel açıklığı yarıçapa eşit** olduğu için açıklık değişmedikçe bütün çemberler özdeş olur. Bu sayede ölçüsüz cetvel ve pergelle **eşit parçalar** elde edilir ve bir açının kollarından **eşit uzunlukta** parçalar kesilir. **Bir noktadan sonsuz, iki noktadan yalnız bir** doğru geçer; doğrusal olmayan üç noktadan geçen doğru **yoktur**. Bir doğruya dışındaki bir noktadan **yalnız bir dikme** çizilir ve bu dikme noktanın doğruya **uzaklığı** ile **en kısa** yoldur. Bir doğruya **eşit uzaklıktaki** noktalar birleştirilirse o doğruya **paralel** bir doğru elde edilir; paralellik **//** ile gösterilir. **Paralel doğrular arasındaki uzaklık her noktada aynıdır**, bu yüzden hiç kesişmezler. Paralellik **doğrultuyla** ilgilidir: eşit uzunluk paralellik gerektirmez, paralellik de eşit uzunluk gerektirmez.