

ÇÖZÜMLER

Açıları Ölçme, Açı Çeşitleri ve Eş Açılar

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1-5

- 1 Bir doğa kulübü, yön bulma yarışması için kontrol noktaları hazırlamıştır. Yarışmacı her kontrol noktasında pusulasına bakarak kartta yazan ölçü kadar kendi etrafında dönmek zorundadır. Kartlara yazılan dönüş ölçüleri şunlardır:

1. kart: 35° • 2. kart: 90° • 3. kart: 118° • 4. kart: 180° • 5. kart: 89° • 6. kart: 360°

- a) Her kartı dar, dik, geniş, doğru ya da tam açı olarak sınıflandırınız ve her biri için hangi ölçütü kullandığınızı yazınız.
- b) 5. kart ile 2. kart arasında yalnızca 1° fark vardır. Buna rağmen farklı gruplara girmeleri doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
- c) Yarışmacı 4. karttaki dönüşü yaptığında bakış yönü, başlangıçtaki yönüne göre nasıl olur? 6. kartta ne olur? Açıklayınız.

• a)

- $35^\circ \rightarrow$ **dar açı** (90° 'den küçük)
- $90^\circ \rightarrow$ **dik açı** (tam olarak 90°)
- $118^\circ \rightarrow$ **geniş açı** (90° 'den büyük, 180° 'den küçük)
- $180^\circ \rightarrow$ **doğru açı** (tam olarak 180°)
- $89^\circ \rightarrow$ **dar açı** (90° 'den küçük)
- $360^\circ \rightarrow$ **tam açı** (bir tam tur)

Kullanılan ölçüt: ölçünün 90° ve 180° ile karşılaştırılması.

- **b) Doğrudur.** Sınıflandırmada ölçülerin birbirine yakın olması değil, 90° 'nin hangi tarafında kaldığı önemlidir. $89^\circ < 90^\circ$ olduğu için dardır; 90° ise tam sınır değerdir ve yalnızca dik açığa aittir. Yakın olmak aynı gruba girmeyi gerektirmez; sınıflandırma tanıma göre yapılır, göz kararına göre değil.
- **c) 180° dönen yarışmacı tam ters yöne bakar;** çünkü doğru açı, tam turun yarısıdır. 360° dönen yarışmacı ise bir **tam tur** atmış olur ve yeniden **başlangıçtaki yöne** bakar; yani yönü hiç değişmemiş gibi görünür.

✓ Doğru Sonuç: a) 35° ve 89° dar, 90° dik, 118° geniş, 180° doğru, 360° tam b) Doğrudur, ölçüt 90° c) 180° 'de ters yön, 360° 'de aynı yön

- 2** Bir buz pateni antrenmanında sporcunun kendi eksenini etrafındaki dönüşleri “çeyrek tur”, “yarım tur” ve “tam tur” olarak adlandırılmaktadır. Bir tam turun ölçüsü 360° 'dir.

a) Çeyrek tur ve yarım tur kaç derecedir? İşlemlerinizi yazınız ve her birinin açı çeşidini belirtiniz.

b) Bir tam açı kaç dik açıya, bir doğru açı kaç dik açıya eşittir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

c) Sporcu üç çeyrek tur döndüğünde 270° dönmüş olur. Bir öğrenci “ 270° geniş açıdır.” diyor. Bu ifadeye katılıyor musunuz? Gerekçelendiriniz.

- a) Çeyrek tur: $360^\circ \div 4 = 90^\circ \rightarrow$ **dik açı.**

Yarım tur: $360^\circ \div 2 = 180^\circ \rightarrow$ **doğru açı.**

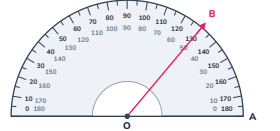
- b) Tam açı: $360^\circ \div 90^\circ = 4$ **dik açı.** Doğru açı: $180^\circ \div 90^\circ = 2$ **dik açı.**

Bulma yolu: her iki ölçüyü de bir dik açının ölçüsü olan 90° 'ye **bölmek**. Aynı sonucu toplayarak da görebiliriz: $90 + 90 = 180$ ve $90 + 90 + 90 + 90 = 360$.

- c) **Katılmıyorum.** Geniş açının tanımı “ölçüsü 90° 'den büyük, 180° 'den küçük olan açı”dır. 270° ise 180° 'den büyüktür, yani geniş açı olamaz. 270° , doğru açıdan büyük ama tam açıdan küçüktür; bu yüzden öğrendiğimiz beş çeşidin (dar, dik, geniş, doğru, tam) **hiçbirine girmez**. Öğrenci muhtemelen “ 180° 'den büyük olan her açı geniştir” diye düşünmüştür.

✓ **Doğru Sonuç: a) 90° dik, 180° doğru b) Tam açı = 4 dik, doğru açı = 2 dik c) Hayır; geniş açı 90° – 180° arasındadır**

- 3** Bir mimarlık atölyesinde stajyer, çatı eğimini gösteren açıyı açıölçerle ölçmektedir. Açının bir kolu açıölçerin taban çizgisi üzerinde **sağdaki A noktasından**, diğer kolu ise **B noktasından** geçmektedir. Stajyer, açıölçerin üzerindeki sayılardan birini okuyup defterine şunu yazmıştır:



“ $m(\hat{AOB}) = 130^\circ$ ”

a) Stajyerin yazdığı ölçü doğru mudur? Değilse doğru ölçüyü yazınız ve hatanın nedenini açıklayınız.

b) Doğru ölçünün ve stajyerin yazdığı ölçünün açı çeşitlerini yazınız.

Bu iki cevabı karşılaştırarak hatanın şekle bakınca nasıl fark edilebileceğini belirtiniz.

c) Ölçüm yapılırken açının hangi kolunun taban çizgisiyle çakıştırıldığı, okunacak skalayı nasıl etkiler? Açıklayınız.

- a) Ölçü **yanlıştır**; doğru ölçü $m(\hat{AOB}) = 50^\circ$ 'dir. Açıölçerin üzerinde **iki skala** vardır. [OA kolu sağ taraftaki **0** çizgisinin üzerine yerleştirildiği için ölçü, **0'dan başlayan skaladan** okunmalıdır. Stajyer ise diğer taraftan başlayan skalayı okuyup 130 değerini yazmıştır.

- b) Doğru ölçü $50^\circ \rightarrow$ **dar açı.** Stajyerin yazdığı $130^\circ \rightarrow$ **geniş açı.**

devamı →

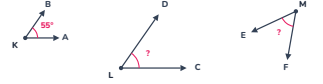
3 (çözümün devamı)

Şekildeki açı gözle bakıldığında **dik açıdan (90°) belirgin biçimde küçüktür**. Dolayısıyla ölçüsü 90° 'den büyük çıkan bir sonuç daha okunurken yanlış olduğu anlaşılır. Ölçüm yapmadan önce açının dar mı geniş mi olduğuna bakmak bu hatayı önler.

- c) Taban çizgisiyle çakıştırılan kolun **hangi uçtaki 0 çizgisinden geçtiğine** bakılır ve **o 0'dan başlayan skala** okunur. Kol sağdaki 0'a yerleştirilirse sağdan başlayan skala, soldaki 0'a yerleştirilirse soldan başlayan skala kullanılır. İki skalanın aynı yerde okunan değerlerinin toplamı her zaman 180° 'dir ($50 + 130 = 180$); bu yüzden yanlış skala okunduğunda açının **doğru açıya tamamlayanı** bulunmuş olur.

✓ **Doğru Sonuç: a) 50° , yanlış skala okunmuş b) 50° dar / 130° geniş; şekil dik açıdan küçük c) Kolun üzerinde durduğu 0'dan başlayan skala okunur**

- 4 Bir teknoloji mağazasında üç dizüstü bilgisayar sergilenmektedir. Üçü de aynı miktarda açılmıştır. Şekilde bu açıklıklar gösterilmiştir: **K** köşeli olan küçük ekranlı modele, **L** köşeli olan büyük ekranlı modele, **M** köşeli olan ise masaya yan çevrilerek konulmuş modele aittir. Bir müşteri şöyle demektedir:



“L'nin ekranı ve tabanı daha uzun olduğu için açısı daha büyüktür. M ise yan durduğu için açısının ölçüsü büsbütün değişmiştir.”

- a) Müşterinin iki iddiasını da değerlendiriniz. Katılıyor musunuz? Her biri için gerekçenizi yazınız.
- b) K köşesindeki açı ölçüldüğünde 55° bulunmuştur. L ve M köşesindeki açıların ölçüleri kaçar derecedir? Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.
- c) Bir açının ölçüsü neye bağlıdır? Kendi cümlelerinizle bir ölçüt yazınız.

- a)
 - **1. iddia yanlıştır.** Bir açının ölçüsü, kollarının uzunluğuna değil, kollar arasındaki **açıklığa (dönme miktarına)** bağlıdır. Kollar uzatıldığında açıklık aynı kalır, yalnızca çizgiler uzar. Işıklar zaten sonsuza gittiği için “kol uzunluğu” diye bir ölçü açıda kullanılmaz.
 - **2. iddia da yanlıştır.** Şeklin döndürülmesi, yani **duruşunun değişmesi** açının ölçüsünü değiştirmez. Açıölçer M köşesine aynı biçimde yerleştirildiğinde yine aynı sayı okunur.
- b) **İkisi de 55° 'dir.** Üç açının da kolları arasındaki açıklık aynıdır; yalnızca birinde kollar daha uzun çizilmiş, diğerinde şekil döndürülmüştür. Bu iki değişiklik de ölçüyü etkilemez. Dolayısıyla üç açı da birbirine **eşittir**: $\hat{K} \cong \hat{L} \cong \hat{M}$.

devamı →

4 (çözümün devamı)

- c) Örnek ölçüt: "Bir açının ölçüsü, **bir kolun diğer kolun üzerine gelmesi için ne kadar döndürülmesi gerektiğine** bağlıdır. Kolların uzunluğu, çizginin kalınlığı ve şeklin kâğıt üzerindeki duruşu ölçüyü değiştirmez."

✓ Doğru Sonuç: a) İki iddia da yanlış b) İkisi de 55° c) Ölçü yalnızca kollar arasındaki açıklığa bağlıdır

5 Bir itfaiye eğitiminde, merdivenin zeminle 65°'lik açı yapacak biçimde dayanması gerektiği öğretilmektedir. Eğitimci, bu açının kâğıt üzerinde nasıl çizileceğini anlatan adımları **karışık** sırayla tahtaya yazmıştır:

- I. Açıölçer üzerinde 65° hizasına bir nokta konulur ve bu nokta T ile adlandırılır.
- II. Açıölçerin merkez noktası, açının köşesi olacak Z noktasına yerleştirilir.
- III. Çizgeç yardımıyla zemini gösteren [ZY ışını çizilir.
- IV. T noktası çizgeçle Z noktasına birleştirilir; elde edilen [ZT ışını merdiveni gösterir.
- V. Açıölçerin taban (sıfır) çizgisi [ZY ışınıyla çakıştırılır.
- VI. Çizilen açı $m(\hat{TZY}) = 65^\circ$ biçiminde yazılır.

a) Adımları doğru sıraya diziniz ve sıralamanızın nedenini kısaca açıklayınız.

b) Bir kursiyer V. adımı atlayıp açıölçeri gelişigüzel yerleştirirse ölçümde ne olur? Açıklayınız.

c) Bu çizimde cetvel yerine çizgeç (ölçüsüz cetvel) kullanılması yeterli midir?

Gerekçelendiriniz. Hangi durumda cetvele ihtiyaç duyulurdu?

- a) Doğru sıra: **III → II → V → I → IV → VI.**

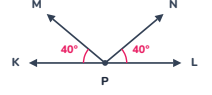
Sıralamanın mantığı: önce açının **bir kolu** çizilir (III), çünkü açıölçer bir kola göre yerleştirilir. Sonra açıölçerin **merkezi köşeye** oturtulur (II) ve **sıfır çizgisi kolla çakıştırılır** (V); bu iki adım birlikte ölçümün başlangıcını belirler. Ardından istenen ölçü işaretlenir (I), işaretlenen nokta köşeye birleştirilerek **ikinci kol** elde edilir (IV) ve en son ölçü sembolle yazılır (VI).

- b) Açıölçerin sıfır çizgisi kolla çakışmazsa, 65° işareti **[ZY ışınından itibaren** değil, başka bir yerden itibaren sayılmış olur. Bu durumda çizilen açının ölçüsü 65° olmaz; kâğıtta okunan sayı doğru görünse bile açı yanlış çizilmiş olur. Sıfır çizgisi, ölçmenin nereden başladığını gösterdiği için atlanamaz.
- c) **Yeterlidir.** Bu çizimde kolların **uzunluğu** önemli değildir; yalnızca **doğrultuları** ve aralarındaki açıklık önemlidir. Işıkların uzunluğu ölçülmediği için birimsiz düz kenar (çizgeç) işi görür. Cetvel ancak "merdivenin zeminde bıraktığı izin uzunluğu 3 cm olsun" gibi bir **uzunluk koşulu** verilseydi, yani doğru parçası çizilecek olsaydı gerekirdi.

✓ Doğru Sonuç: a) III-II-V-I-IV-VI b) Ölçüm yanlış yerden başlar, açı 65° olmaz c) Yeterlidir; uzunluk değil doğrultu önemlidir

2. Bölüm Soru 6–10

- 6** Bir bilardo masasında top, bandın **P noktasına** çarpıp sekmektedir. Bandın üzerindeki iki yön K ve L noktalarıyla gösterilmiştir. Top M yönünden gelip banda çarpmakta, ardından N yönüne doğru sekmektedir. Ölçümler şekildeki gibi bulunmuştur.



a) Şekildeki $\hat{MPK}$ ve $\hat{NPL}$ açıları eş midir? Kararınızı gerekçelendiriniz ve eşlik durumunu sembolle yazınız.

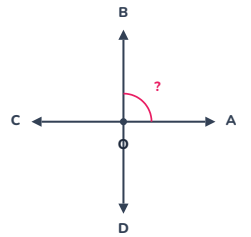
b) " $m(\hat{MPK}) = m(\hat{NPL})$ " yazmakla " $\hat{MPK} \cong \hat{NPL}$ " yazmak arasında ne fark vardır? Açıklayınız.

c) Top banda 25° 'lik açıyla gelseydi sekme açısı kaç derece olurdu? İki açının eş kalması için hangi koşulun sağlanması gerektiğini yazınız.

- a) Eştir.** İki açının da ölçüsü 40° 'dir; **ölçüleri eşit olan açılara eş açılar denir.** Açılarının kollarının farklı yönlerde bakması ya da farklı uzunlukta çizilmiş olması eşliği bozmaz.
Sembolle: $\hat{MPK} \cong \hat{NPL}$ (aynı bilgi $\hat{KPM} \cong \hat{LPN}$ biçiminde de yazılabilir; önemli olan **köşe harfinin ortada** kalmasıdır).
- b) $m(\hat{MPK}) = m(\hat{NPL})$** ifadesi iki **sayıyı** (ölçüleri) karşılaştırır ve " $40 = 40$ " demektir. $\hat{MPK} \cong \hat{NPL}$ ifadesi ise iki **açının kendisinin** eş olduğunu söyler. İkisi aynı durumu anlatır; ilkinde eşittir ($=$), ikincisinde eştir ($\cong$) işareti kullanılır. Açılarının arasına " $=$ " yazmak yerine " $\cong$ " yazılması, karşılaştırılanın sayı değil **şekil** olduğunu belirtmek içindir.
- c) Sekme açısı da 25° olurdu.** Koşul: iki açının **ölçülerinin birbirine eşit olması**. Geliş açısı kaç derece olursa olsun sekme açısı ona eşit kaldığı sürece açılar eş olmaya devam eder.

✓ Doğru Sonuç: a) Eştir, $\hat{MPK} \cong \hat{NPL}$ b) Biri ölçüleri, diğeri açılarının kendisini karşılaştırır c) 25° ; ölçüler eşit olmalı

- 7** Bir çiftlikte kurulan yel değirmeninin dört kanadı, O noktasındaki ortak mile **eşit aralıklarla** bağlanmıştır. Kanatlar şekildeki [OA, [OB, [OC ve [OD ışınları boyunca uzanmaktadır.



a) Yan yana duran iki kanat arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir? İşleminizi yazınız ve açının çeşidini belirtiniz.

b) Aynı değirmen beş kanatlı yapılsaydı iki komşu kanat arasındaki açı kaç derece olurdu? Bu açının çeşidi ne olurdu? İşlemi gösteriniz.

c) Kanat sayısı arttıkça iki komşu kanat arasındaki açı nasıl değişir? Bulduğunuz kuralı kendi cümlelerinizle yazınız. Kanat sayısı 3 olsaydı bu açı dar mı, geniş mi olurdu? Açıklayınız.

- a) Kanatlar mil etrafındaki tam açıyı** (360°) dört eşit parçaya böler:
 $360^\circ \div 4 = 90^\circ \rightarrow$ bu bir **dik açıdır**.

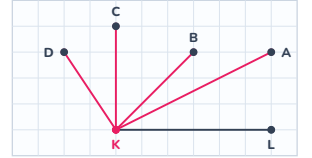
devamı →

7 (çözümün devamı)

- **b)** Beş kanat olsaydı tam açı beş eşit parçaya bölünürdü:
 $360^\circ \div 5 = 72^\circ \rightarrow 72^\circ < 90^\circ$ olduğu için **dar açı** olurdu.
- **c)** Kural: **Bölünen toplam (360°) değişmediği için, kanat sayısı arttıkça her bir parçaya düşen açı küçülür.** Yani kanat sayısı ile aradaki açı ters yönde değişir; açı her zaman $360^\circ \div$ kanat sayısı ile bulunur.
 Üç kanat olsaydı: $360^\circ \div 3 = 120^\circ$. $120^\circ > 90^\circ$ ve $120^\circ < 180^\circ$ olduğundan bu açı **geniş açı** olurdu.

✓ Doğru Sonuç: a) 90° , dik açı b) 72° , dar açı c) Kanat arttıkça açı küçülür; 3 kanatta 120° geniş açı

- 8 Bir gösteride havai fişek rampası kareli krokideki **K noktasına** kurulmuştur. [KL ışını **zemini** göstermektedir ve bütün fişekler K noktasından fırlatılacaktır. Fişeklerin gideceği yönler A, B, C ve D noktalarıyla işaretlenmiştir.



- a) [KL ışını ile [KA, [KB, [KC ve [KD ışınlarının oluşturduğu dört açının her birinin çeşidini yazınız. Kararınızı ızgaradaki "kaç sağa – kaç yukarı" bilgisini kullanarak gerekçelendiriniz.
- b) $m(\hat{BKL})$ ile $m(\hat{CKB})$ açılarını karşılaştırınız. Bu iki açı eş midir? [KB ışını $\hat{CKL}$ açısı için ne yapmaktadır? Açıklayınız.
- c) [KL ile doğru açı oluşturacak bir fışkırtma yönü için nokta nereye konulmalıdır? Şekilde böyle bir nokta var mıdır? Gerekçelendiriniz.

- a)
 - $\hat{AKL}$: **dar açı**. A noktası K'den **6 sağa 3 yukarı**dadır; ışın zemine yakın kaldığı, yani dikey yönden uzak olduğu için açı 90° 'den küçüktür.
 - $\hat{BKL}$: **dar açı (45°)**. B noktası K'den **3 sağa 3 yukarı**dadır; sağa gidilen kadar yukarı çıkıldığı için ışın karelerin tam köşegeni boyunca ilerler ve dik açının tam yarısını oluşturur.
 - $\hat{CKL}$: **dik açı (90°)**. C noktası K'nin tam üstündedir (**0 sağa 4 yukarı**); ışın zemine diktir.
 - $\hat{DKL}$: **geniş açı**. D noktası K'den **2 sola 3 yukarı**dadır; ışın dikey yönü geçip geriye devrildiği için açı 90° 'den büyük, 180° 'den küçüktür.
- b) $m(\hat{BKL}) = 45^\circ$ ve $m(\hat{CKB}) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ olduğundan bu iki açı **eşittir**: $\hat{BKL} \cong \hat{CKB}$. [KB ışını, 90° 'lik $\hat{CKL}$ açısının iç bölgesinden geçerek onu **iki eş açıya ayırmaktadır**.

devamı →

8 (çözümün devamı)

- **c)** Doğru açının ölçüsü 180° 'dir; bu da iki ışının **aynı doğru üzerinde, zıt yönlerde** olması demektir. Bu yüzden nokta, K ile **aynı satırda ve K'nin solunda** olmalıdır (örneğin 3 sola 0 yukarı). Şekildeki dört noktanın **hiçbiri** bu koşulu sağlamaz; D sola doğru olsa da aynı zamanda yukarıdadır, dolayısıyla açı 180° değil geniş bir açıdır.

✓ Doğru Sonuç: a) A dar, B dar (45°), C dik, D geniş b) Eştir; [KB dik açığı ikiye ayırır c) K ile aynı satırda, solunda; şekilde yok

- 9 Aşağıdaki fotoğrafta, düz bir zemin üzerinde **bacakları açılmış** bir fotoğraf makinesi tripodu görülmektedir. Tripodun bacakları tepedeki tek bir noktada birleşmekte, aşağı doğru ise birbirinden uzaklaşmaktadır.



- a) Öne bakan iki bacak birlikte hangi geometrik kavramın modelidir? Bu modelde köşe ve kollar neye karşılık gelir? Açıklayınız.
- b) Tripodun bacakları daha fazla açılırsa bu açının ölçüsü nasıl değişir? Bacakların uzunluğu hiç değişmediği hâlde ölçünün değişmesi (ya da değişmemesi) size neyi gösterir? Gerekçelendiriniz.
- c) Bir bacak ile zemin arasındaki açı dar mı, geniş mi olmalıdır? Karar veriniz ve nedenini yazınız. Bu açı 90° olsaydı tripod nasıl durmuş olurdu?

- **a)** İki bacak birlikte bir **açı modelidir**. Bacakların birleştiği tepe noktası açının **köşesi**, bacakların uzandığı doğrultular ise açının **kollarıdır**. Kollar tek bir noktadan çıkıp farklı yönlerde gittiği için bu iki bacak, başlangıç noktaları ortak iki **ışın** gibi düşünülür.
- **b)** Bacaklar daha fazla açılırsa açının ölçüsü **büyür**. Bacakların uzunluğu hiç değişmediği hâlde ölçünün değişmesi, bir açının ölçüsünün **kolların uzunluğuna değil, kollar arasındaki açıklığa** bağlı olduğunu gösterir. Aynı tripod, bacakları aynı uzunlukta kalmak şartıyla hem dar hem geniş bir açı oluşturabilir.
- **c)** Bu açı **dar açı** olmalıdır. Bacaklar zeminden yukarı doğru birbirine yaklaşarak yükselir; yani bacak ile zemin arasındaki açı 90° 'den küçüktür. Eğer bu açı tam 90° olsaydı bacaklar zemine dik, yani birbirine paralel biçimde **dimdik** dururdu; bu durumda bacaklar açılmamış olacağı için tripodun dayanma alanı kalmaz ve kolayca devrilirdi.

✓ Doğru Sonuç: a) Açı modeli; tepe = köşe, bacaklar = kollar b) Ölçü büyür; ölçü kol uzunluğuna bağlı değildir c) Dar açı; 90° olsaydı bacaklar dik durur, tripod devrilirdi

10

Okul bahçesine kurulan güneş saatinde, çubuğun gölgesinin gün boyunca süpürdüğü bazı açılar ölçülmüştür. Bir öğrenci her ölçünün çeşidini şöyle yazmıştır:

$89^\circ \rightarrow$ dik açı • $90^\circ \rightarrow$ dar açı • $135^\circ \rightarrow$ geniş açı • $180^\circ \rightarrow$ tam açı • $360^\circ \rightarrow$ doğru açı

a) Öğrencinin yanlış yazdığı ölçüleri bulunuz ve her biri için doğrusunu yazınız.

b) Öğrenci hangi iki tanım çiftini karıştırmıştır? Bu karışıklığı önlemek için kendi cümlelerinizle iki kısa ölçüt yazınız.

c) Tabloya 91° ve 179° eklenseydi bunlar hangi gruplara girerdi? Aralarında 88° fark olmasına rağmen aynı grupta olmaları şaşırtıcı mıdır? Açıklayınız.

- a) Dört ölçü yanlış yazılmıştır:

— $89^\circ \rightarrow$ dik değil, **dar açıdır** (90° 'den küçük).

— $90^\circ \rightarrow$ dar değil, **dik açıdır** (tam olarak 90°).

— $180^\circ \rightarrow$ tam değil, **doğru açıdır**.

— $360^\circ \rightarrow$ doğru değil, **tam açıdır**.

Yalnızca $135^\circ \rightarrow$ **geniş açı** doğru yazılmıştır.

- b) Öğrenci **dar ile dik** açıyı ve **doğru ile tam** açıyı karıştırmıştır.

Ölçüt 1: "**Dik** açı tam 90° 'dir; 90° 'den **küçük** olan her açı **dardır**."

Ölçüt 2: "**Doğru** açı yarım turdur, 180° 'dir; **tam** açı bir tam turdur, 360° 'dir. Tam açı doğru açının 2 katıdır."

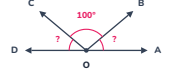
- c) 91° de 179° da **geniş açıdır**; çünkü ikisi de 90° 'den büyük, 180° 'den küçüktür. Şaşırtıcı değildir: geniş açı tek bir sayı değil, **90° ile 180° arasındaki bütün ölçüleri** kapsayan geniş bir aralıktır. Dik, doğru ve tam açı ise tek bir ölçüye karşılık gelir; bu yüzden onların grubuna yalnızca bir sayı girer.

✓ **Doğru Sonuç: a) 89° dar, 90° dik, 180° doğru, 360° tam b) Dar–dik ve doğru–tam karıştırılmış c) İkisi de geniş; geniş açı bir aralıktır**

3. Bölüm Soru 11–14

11

Bir barajın üç tahliye kapağı, O noktasındaki ortak bir mile bağlıdır. Kapaklar açıldığında [OA, [OB, [OC ve [OD ışınları boyunca dizilir. **A, O ve D noktaları aynı doğru üzerindedir**; yani [OA ile [OD zıt yönlüdür. Orta kapağın oluşturduğu $\hat{BOC}$ açısının ölçüsü 100° 'dir. Kenardaki iki kapağın oluşturduğu açılar ise **eştir**: $\hat{AOB} \cong \hat{COD}$.



a) $m(\hat{AOB})$ kaç derecedir? Çözümünüzü adım adım yazınız.

b) Şekilde oluşan üç açının çeşitlerini yazınız.

c) Orta kapak daha az açılıp $m(\hat{BOC}) = 90^\circ$ olsaydı kenardaki iki eş açının ölçüsü kaç derece olurdu? Bu değişimde ne arttı, ne azaldı? Aradaki ilişkiyi açıklayınız.

• a)

1. adım: A, O ve D aynı doğru üzerinde olduğu için $\hat{AOD}$ bir **doğru açıdır**: $m(\hat{AOD}) = 180^\circ$.

2. adım: Bu doğru açı üç parçaya ayrılmıştır:

$$m(\hat{AOB}) + m(\hat{BOC}) + m(\hat{COD}) = 180^\circ$$

3. adım: Orta açığı çıkaralım: $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$. Geriye kalan 80° , kenardaki **iki açının toplamıdır**.

4. adım: Bu iki açı eş, yani ölçüleri birbirine eşit olduğundan 80° ikiye bölünür:

$$80^\circ \div 2 = 40^\circ \rightarrow m(\hat{AOB}) = m(\hat{COD}) = 40^\circ$$

Kontrol: $40^\circ + 100^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ ✓

• b) $m(\hat{AOB}) = 40^\circ \rightarrow$ **dar açı**; $m(\hat{COD}) = 40^\circ \rightarrow$ **dar açı**; $m(\hat{BOC}) = 100^\circ \rightarrow$ **geniş açı** ($90^\circ < 100^\circ < 180^\circ$).

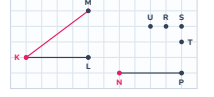
• c) $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ve $90^\circ \div 2 = 45^\circ \rightarrow$ kenardaki iki açının ölçüsü **45° 'er** olurdu.

Bu değişimde orta açı 100° 'den 90° 'ye **azalırken** kenardaki açılar 40° 'den 45° 'e **arttı**. Sebebi şudur: üç açının toplamı her zaman **180° olarak sabittir**; sabit bir toplamda bir parça küçülürse kalan parçalar büyümek zorundadır. Ayrıca orta açı 90° olduğunda geniş açı olmaktan çıkıp **dik açı** hâline gelir.

✓ **Doğru Sonuç: a) 40° b) 40° ve 40° dar, 100° geniş c) 45° ; toplam 180° sabit olduğu için orta açı küçülünce kenarlar büyür**

12

Bir okulun çatısına, kareli krokide gösterildiği gibi **iki güneş paneli** yerleştirilecektir. Birinci panelin ayağı **K** noktasındadır: [KL ışını çatı düzlemini, [KM ışını ise panelin eğimini gösterir. İkinci panelin ayağı **N** noktasına kurulmuş ve çatı düzlemini gösteren [NP ışını çizilmiştir. Panelin eğimini gösterecek ikinci kol için **R, S, T ve U** noktaları aday olarak işaretlenmiştir. İki panelin eğim açılarının **eş** olması istenmektedir.



- a) $\hat{MKL}$ açısını, [KM ışınının ızgarada “kaç sağa, kaç yukarı” gittiğini yazarak tarif ediniz.
- b) N noktası hangi aday noktayla birleştirilmelidir? Kararınızı gerekçelendiriniz ve diğer üç adayın neden uygun olmadığını tek tek yazınız.
- c) Seçtiğiniz noktayla oluşan eşliği sembolle yazınız. İki açının eş olması için kollarının uzunluklarının da eşit olması gerekir mi? Açıklayınız.

- a) [KM ışını K noktasından başlayıp M noktasına giderken **4 sağa, 3 yukarı** ilerler. Yani $\hat{MKL}$ açısı, yatay [KL ışını ile “4 sağa 3 yukarı” doğrultusunun arasındaki açıdır. Bu açı 90° 'den küçük olduğu için **dar açıdır**.
- b) İki açının eş olması için ikinci kolun da yatay kola göre **tam olarak aynı doğrultuda** ilerlemesi, yani N'den bakıldığında yine **4 sağa 3 yukarı** gitmesi gerekir. N noktası (7, 1) konumundadır; 4 sağa 3 yukarı gidilince (11, 4) noktasına ulaşılır. Bu da **S noktasıdır**. Doğru seçim: **[NS**.

Diğer adaylar neden olmaz:

— **U**: 2 sağa 3 yukarı → yukarı çıkılan miktar aynı ama sağa gidilen miktar az; ışın daha dik olur, açı **büyük** kalır.

— **R**: 3 sağa 3 yukarı → sağa ve yukarı eşit gidildiği için tam 45° 'lik bir açı oluşur; bu ölçü $\hat{MKL}$ 'den büyüktür.

— **T**: 4 sağa 2 yukarı → sağa gidilen miktar doğru ama yukarı çıkılan miktar az; ışın yataya daha yakın kalır, açı **küçük** olur.

- c) Eşlik: $\hat{MKL} \cong \hat{SNP}$.

Kolların uzunluklarının eşit olması **gerekmez**. Açının ölçüsü yalnızca kolların **doğrultusuna**, yani aralarındaki açıklığa bağlıdır. Örneğin [NS ışını üzerinde S'den daha uzakta bir nokta seçilseydi (8 sağa 6 yukarı gibi) kol daha uzun olurdu ama doğrultu değişmediği için açı yine $\hat{MKL}$ 'ye eş kalırdı.

✓ **Doğru Sonuç: a) 4 sağa 3 yukarı, dar açı b) S noktası ([NS) c) $\hat{MKL} \cong \hat{SNP}$; kol uzunlukları eşit olmak zorunda değil**

13

Bir rasathanede teleskopun yatayla yaptığı açığı izlemek için teleskopun döndüğü T noktasına bir açıölçer yerleştirilmiştir. Teleskop önce A yönünü, sonra B yönünü göstermektedir. Açıölçerin iç skalasında (merkeze daha yakın yazan sayılarda) A yönü 20 çizgisinin, B yönü ise 95 çizgisinin hizasındadır. **Dikkat:** açıölçerin sıfır çizgisi teleskopun ilk konumuyla çakışmamaktadır.



a) Teleskop A konumundan B konumuna dönerken kaç derecelik bir açı taramıştır? Nasıl bulduğunuzu yazınız.

b) Bu açının çeşidi nedir? Bir gözlemci "Teleskopun açısı 95°, yani geniş açıdır." diyor. Bu ifadenin neden yanlış olduğunu açıklayınız.

c) Aynı iki kol dış skaladan (kenarda yazan sayılardan) okunduğunda 160 ve 85 çizgilerine denk gelmektedir. Bu skalaya göre açı kaç derecedir? Sonucun değişmemesi size neyi gösterir? Yorumlayınız.

- a) Açının ölçüsü, kolların skaladaki değerlerinin **farkıdır**; çünkü ölçme, sıfırdan değil **A kolunun bulunduğu çizgiden** başlamaktadır:

$$95 - 20 = 75^\circ.$$

Başka bir söyleyişle teleskop önce 20 çizgisine kadar dönmüş, sonra 95 çizgisine gelmiştir; aradaki dönme miktarı 75°'dir.

- b) 75° < 90° olduğu için bu bir **dar açıdır**.

Gözlemcinin ifadesi yanlıştır; çünkü 95 sayısı, teleskopun **B kolunun skalada durduğu yeri** gösterir, iki kol arasındaki açıklığı değil. Sıfır çizgisi A koluyla çakışmadığı için okunan sayı doğrudan ölçü olarak alınamaz. (Sıfır çizgisi A koluyla çakıştırsaydı o zaman okunan sayı gerçekten ölçü olurdu.)

- c) Bu skalada da fark alınır: 160 – 85 = 75°. Sonuç aynıdır.

Bu durum şunu gösterir: bir açının ölçüsü, **kolların skalada nereye denk geldiğine değil, aralarındaki açıklığa (dönme miktarına) bağlıdır**. Açıölçer hangi yöne yerleştirilirse yerleştirilsin ya da hangi skala okunursa okunsun, iki kol arasındaki fark değişmez. Önemli olan **iki okumanın da aynı skaladan** yapılmasıdır; biri bir skaladan, diğeri öbüründen okunursa sonuç yanlıştır çıkar.

✓ **Doğru Sonuç: a) 95 – 20 = 75° b) Dar açı; 95 kolun yeri, açının ölçüsü değil c) 160 – 85 = 75°; ölçü açıklığa bağlıdır**

14 Bir gösteri için koreograf, sahnenin ortasındaki **K** noktasında duran dansçının bakacağı yönleri noktalı zemine çizerek planlayacaktır. Plan şu koşulları sağlamalıdır:

- [KA ışını sağa doğru **yatay** olacak.
- $m(\hat{AKB}) = 90^\circ$ olacak biçimde [KB çizilecek.
- [KC ışını $\hat{AKB}$ açısının **iç bölgesinden** geçecek ve $m(\hat{AKC}) = 45^\circ$ olacak.
- [KD ışını, [KA ile bir **doğru açı** oluşturacak.



a) Koşulları sağlayan bir çizimi, A, B, C ve D noktalarının yerlerini K'ye göre "kaç sağa/sola, kaç yukarı" biçiminde tarif ederek anlatınız.

b) Bu çizimde $m(\hat{CKB})$ kaç derecedir? $\hat{CKB}$ ile eş olan açığı bulunuz ve eşliği sembolle yazınız.

c) K noktasından çıkan bu dört ışınla toplam kaç farklı açı oluşur? Bunların kaç dar, kaç dik, kaç geniş, kaç doğru açıdır? Açılar nasıl saydığınızı açıklayınız.

- **a) Örnek çizim (K noktası zeminin ortasına konulur):**
 - **A** → K'den **4 sağa, 0 yukarı** (yatay kol).
 - **B** → K'den **0 sağa, 4 yukarı**. [KA yatay, [KB dikey olduğu için $m(\hat{AKB}) = 90^\circ$ olur.
 - **C** → K'den **3 sağa, 3 yukarı**. Sağa gidilen miktar ile yukarı çıkılan miktar eşit olduğundan [KC, dik açığı tam ortadan böler ve $m(\hat{AKC}) = 45^\circ$ olur. C, $\hat{AKB}$ açısının iç bölgesindedir.
 - **D** → K'den **4 sola, 0 yukarı**. [KD ile [KA zıt yönlü olduğu için $m(\hat{AKD}) = 180^\circ$, yani doğru açıdır.
- **b) [KC ışını 90° 'lik açının içinden geçtiğine göre:**

$$m(\hat{CKB}) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ.$$

Ölçüsü yine 45° olan $\hat{AKC}$ açısı bununla eştir: $\hat{AKC} \cong \hat{CKB}$. Yani [KC ışını $\hat{AKB}$ dik açısını **iki eş açığa** ayırmıştır.
- **c) 6 farklı açı oluşur:**
 - $\hat{AKC} = 45^\circ \rightarrow$ **dar**
 - $\hat{CKB} = 45^\circ \rightarrow$ **dar**
 - $\hat{AKB} = 90^\circ \rightarrow$ **dik**
 - $\hat{BKD} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \rightarrow$ **dik**
 - $\hat{CKD} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \rightarrow$ **geniş**
 - $\hat{AKD} = 180^\circ \rightarrow$ **doğru**

Yani **2 dar, 2 dik, 1 geniş ve 1 doğru** açı vardır.

devamı →

14 (çözümün devamı)

Sayma yöntemi: Bir açı iki ışınla oluşur. Her ışın diğer 3 ışınla eşleşebilir: $4 \times 3 = 12$. Ancak bu sayımda her açı (örneğin $\hat{A}KC$ ile $\hat{C}KA$) **iki kez** yazılmış olur; bu yüzden $12 \div 2 = 6$ farklı açı elde edilir.

✓ **Doğru Sonuç:** a) Örn. A 4 sağa, B 4 yukarı, C 3 sağa 3 yukarı, D 4 sola b) 45° ; $\hat{A}KC \cong \hat{C}KB$ c) 6 açı: 2 dar, 2 dik, 1 geniş, 1 doğru