KONU ANLATIMI · CEVAPLI

Düzlemde İki ve Üç Doğrunun Durumları; Ters ve Komşu Açılar

Kazanımlar: MAT.5.3.4 Düzlemde iki veya üç doğrunun birbirine göre durumuna bağlı olarak oluşabilecek açılara dair çıkarım yapabilme

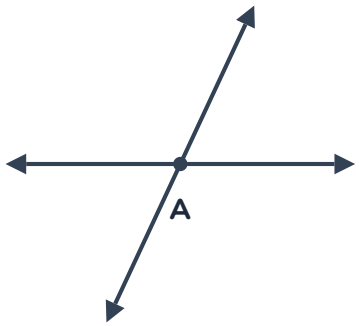
© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

Düzlemde İki Doğrunun Durumu

Düzlemde **yalnızca bir ortak noktası** bulunan iki doğruya **kesişen doğrular** denir; bu ortak noktaya **kesişim noktası**, doğrulardan her birine de diğerinin **keseni** denir. İki doğru kesiştiğinde köşesi ortak **dört açı** oluşur.

NOT İki doğrunun kesişmesiyle oluşan dört açının ölçüleri toplamı **her zaman 360°**'dir. Bu dört açı 2 dar + 2 geniş olabileceği gibi, özel bir durumda dördü birden **dik** de olabilir.

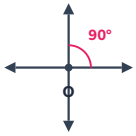
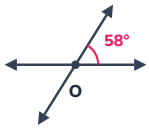
İki doğrunun kesişmesiyle oluşan dört açının ölçüsü **90°** ise bu doğrulara **dik doğrular** denir ve **m ⊥ n** biçiminde gösterilir.



k ve l doğruları A noktasında kesişmiştir. Oluşan dört açının ölçüleri toplamı her zaman 360°'dir; çünkü bu dört açı A noktasının çevresini tam olarak kaplar.

Düzlemde **hiçbir ortak noktası olmayan** doğrulara **paralel doğrular** denir ve **k // l** biçiminde yazılır. Paralel doğrular hiç kesişmediği için aralarında **açı oluşmaz**.

Bütün noktaları ortak olan doğrulara **çakışık doğrular** denir. Çakışık doğrular, aslında aynı doğrunun iki farklı adla yazılmasından ibarettir; sonsuz sayıda ortak noktaları vardır.

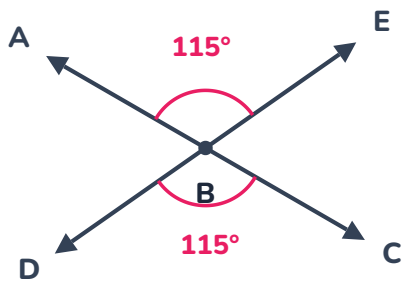
Durum	Gösterim	Sembolle Yazımı
Dik kesişen		m ⊥ n
Eğik kesişen (dik olmayan)		Yalnızca “kesişir” denir, özel sembol yok
Paralel		k // l
Çakışık		b ile c çakışıktır

NOT **Sık yapılan hata:** Paralel doğrularla çakışık doğruları karıştırmak. Paralel doğruların **hiç** ortak noktası yoktur; çakışık doğruların ise **bütün** noktaları ortaktır — aslında tek bir doğrudur. Ayrıca kesişen her doğru çifti dik değildir; dik olması için açıölçerle ölçülen açının tam **90°** çıkması gerekir.

Ters Açılar

İki doğrunun kesişmesiyle oluşan ve kollarının ikisi de **zıt yönlere bakan** açılara **ters açılar** denir. Ters açıların **ölçüleri birbirine eşittir**.

NOT **Sık yapılan hata:** Köşesi ortak olan her iki açıyı ters açı sanmak. Ters açı olması için köşenin ortak olması **yetmez**; iki açının kollarının da **ikişer ikişer zıt yönlü ışınlar** (yani aynı doğru üzerinde) olması gerekir. Komşu açılar da köşeyi paylaşır ama ters açı değildir; çünkü kolları zıt yönlü değil, birbirinin aynısıdır (ortaktır).

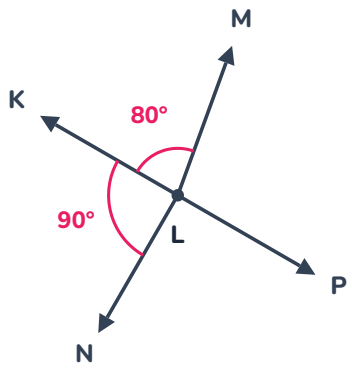


A, B ve C noktaları doğrusal; E, B ve D noktaları da doğrusaldır. ÂBE ile D̂BC ters açılardır; ikisinin de ölçüsü 115°'dir.

Komşu Açılar

Köşeleri ve **birer kolları** ortak olan, iç bölgeleri ise ortak olmayan iki açıya **komşu açılar** denir. Komşuluk için bu **üç koşulun birden** sağlanması gerekir.

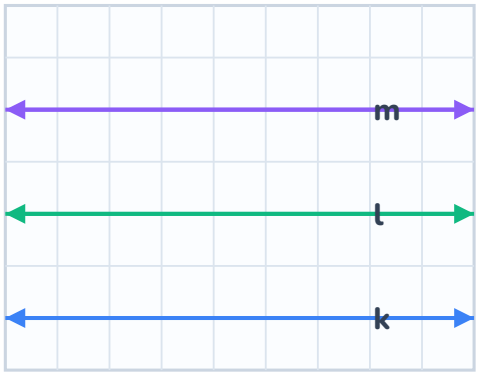
NOT **Sık yapılan hata:** "Komşu iki açının ölçüleri toplamı her zaman 180°'dir" diye genellemek. Bu yalnızca komşu açı, **iki doğrunun kesişmesiyle** oluşmuşsa doğrudur (o zaman öbür kollar zıt yönlü ışınlardır). Yukarıdaki şekilde M$\hat{L}$K ile K$\hat{L}$N de komşudur ama toplamları 80° + 90° = 170°'dir, 180° değil. Ayrıca bir açı diğerinin **içinde kalıyorsa**, ortak kolları olsa bile komşu sayılmazlar.



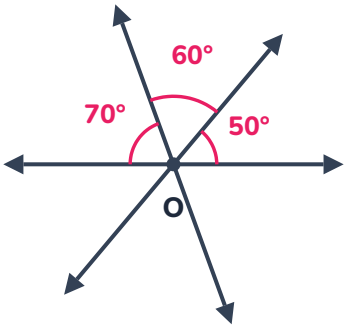
M$\hat{L}$K ile K$\hat{L}$N komşudur: köşeleri (L) ve bir kolları ([LK) ortaktır, iç bölgeleri örtüşmez. M$\hat{L}$K = 80°, K$\hat{L}$N = 90°'dir.

Üç Doğrunun Durumu

Düzlemde üç doğru ya birbirine **paralel** olabilir (k // l // m) ya da **ortak bir noktada** kesişebilir. (Üç doğrunun ikişer ikişer farklı noktalarda kesiştiği durumlar bu paketin konusu değildir.)



k, l ve m doğruları birbirine paraleldir: k // l // m. Üçü de kesişmediği için aralarında açı oluşmaz.



Üç doğru O noktasında kesişmiştir. Oluşan 6 açının ölçüleri toplamı yine 360°'dir; karşılıklı (ters) açılar eşittir.

NOT Bir noktada kesişen doğru sayısı arttıkça oluşan açı sayısı da artar: **iki doğru 4 açı**, **üç doğru 6 açı** oluşturur (her yeni doğru 2 açı daha ekler). Ayrıca üç doğrunun bir noktada kesişmesi **zorunlu değildir** — ikisi kesişip üçüncüsü onlardan ayrı bir yerden geçebilir; bu durumda üç ayrı kesişim noktası oluşur.

Etkinlikler

ETKİNLİK 1 **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.**

a) D İki doğrunun kesişmesiyle oluşan dört açının ölçüleri toplamı 360°'dir.

b) Y Paralel iki doğrunun ortak bir noktası vardır.

c) D Dik kesişen iki doğrunun oluşturduğu dört açının dördü de 90°'dir.

d) D Çakışık iki doğrunun sonsuz sayıda ortak noktası vardır.

e) D Ters açıların ölçüleri her zaman birbirine eşittir.

f) Y Komşu iki açının ölçüleri toplamı her zaman 180°'dir.

g) D Üç doğru bir noktada kesiştiğinde 6 açı oluşur.

h) Y Ters açılar aynı zamanda komşu açılardır.

ETKİNLİK 2 **Aşağıdaki soruları çözünüz.**

a) İki doğru kesiştiğinde bir açı 47° ise ona ters olan açı kaç derecedir? **47° (ters açılar eşittir)**

b) İki doğrunun kesişmesiyle oluşan bir açı 47° ise ona komşu olan açı kaç derecedir? **180° − 47° = 133° (iki doğrunun kesişmesiyle oluşan komşu açıların toplamı 180°'dir)**

c) Üç doğru bir noktada kesişiyor; aynı yarım düzlemdeki iki komşu açı 38° ve 74° ise üçüncü komşu açı kaç derecedir? **180° − 38° − 74° = 68°**

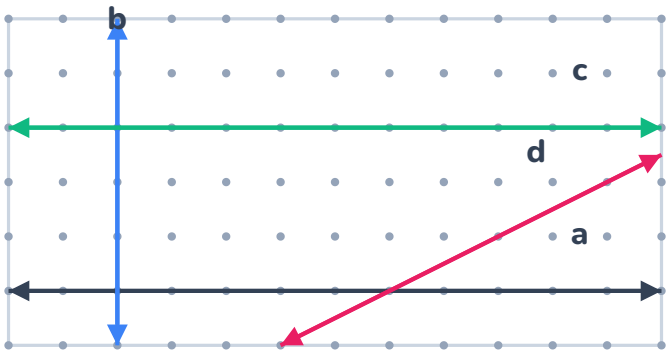
d) Dik kesişen iki doğruda oluşan dört açının her biri kaç derecedir? **90°**

e) k // l ve m // l ise k ile m doğruları hakkında ne söylenebilir? **k // m'dir (ikisi de l'ye paralel olduğu için birbirine de paraleldir)**

f) Bir noktada kesişen 4 doğru kaç açı oluşturur? **2 × 4 = 8 açı**

ETKİNLİK 3 **Aşağıdaki kareli zeminde verilen a, b, c ve d doğrularını inceleyip aralarındaki ilişkiyi (paralel, dik ya da yalnızca kesişen) sembolle yazınız.**

a) Şekildeki a, b, c ve d doğrularını inceleyiniz.



a ile b doğrularının ilişkisi: **a ⊥ b**

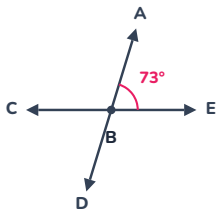
a ile c doğrularının ilişkisi: **a // c**

b ile c doğrularının ilişkisi: **b ⊥ c**

a ile d doğrularının ilişkisi: **Kesişir; ne dik ne paraleldir**

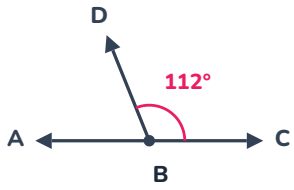
ETKİNLİK 4 **Aşağıdaki şekillerde verilmeyen açıların ölçülerini bulunuz.**

a) Kesişen iki doğruda bir açı 73° ise diğer üç açı:



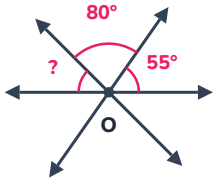
107°, 73° ve 107°

b) A, B, C doğrusal ve m(D̂BC) = 112° ise m(ÂBD):



180° − 112° = 68°

c) Üç doğru O'da kesişiyor; iki komşu açı 55° ve 80° ise üçüncüsü:



180° − 55° − 80° = 45°

Konu Özeti

ÖZET Kesişen doğrular tek noktada, çakışık doğrular tüm noktalarında ortaktır; paralel doğrular hiç kesişmez. Kesişen iki doğruda dört açı oluşur (toplam 360°): karşılıklı duranlar **ters açıdır** ve eşittir, köşe-kol ortak olup iç bölgeleri ayrık olanlar ise **komşu açıdır**. Üç doğru ya paraleldir ya da ortak bir noktada kesişir; ortak noktada kesişince 6 açı oluşur ve toplamları yine 360°'dir.