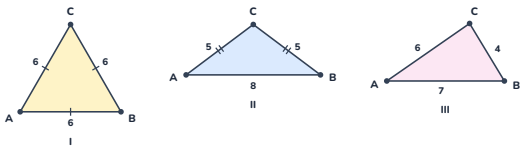
ÇÖZÜMLER

Üçgen Çeşitleri, Üçgende Açılar ve Çemberle Şekil İnşası

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

1. Bölüm Soru 1–5

1 Bir kamp malzemeleri üreticisi, üç farklı çadır iskeleti tasarlamıştır. İskeletlerin ön yüzü üçgen biçimindedir ve çubuk uzunlukları şekilde santimetre cinsinden verilmiştir.



a) Her üç üçgeni de kenarlarına göre sınıflandırınız (eşkenar, ikizkenar, çeşitkenar) ve her biri için kararınızın gerekçesini yazınız.
b) Üretici, I numaralı iskeleti üretmek için kaç farklı uzunlukta çubuk kesmek zorundadır? Ya III numaralı için? Açıklayınız.
c) Bir öğrenci "Her eşkenar üçgen aynı zamanda ikizkenardır." diyor. Bu ifade doğru mudur? Gerekçelendiriniz.

- **a)**

  — **I: eşkenar üçgen**, çünkü **üç kenarının** uzunluğu da birbirine eşittir (6 = 6 = 6).

  — **II: ikizkenar üçgen**, çünkü **en az iki kenarının** uzunluğu eşittir (5 = 5), üçüncü kenar farklıdır.

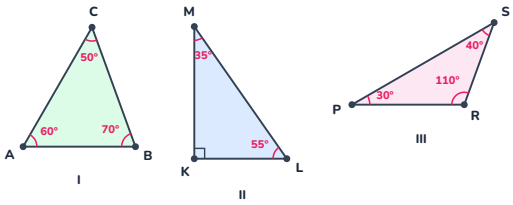
  — **III: çeşitkenar üçgen**, çünkü **hiçbir kenarı** diğerine eşit değildir (4, 6, 7).

- **b)** I numaralı iskelette bütün çubuklar aynı olduğu için **tek bir** uzunlukta (6 cm) çubuk kesmek yeterlidir. III numaralı iskelette ise üç kenar da farklı olduğundan **üç farklı** uzunlukta (4, 6 ve 7 cm) çubuk gerekir.

- **c)** İfade **doğrudur**. İkizkenar üçgen "en az iki kenarı eşit olan" üçgendir. Eşkenar üçgende üç kenar da eşit olduğuna göre "en az iki kenarı eşit" koşulu zaten sağlanır. Yani her eşkenar üçgen aynı zamanda ikizkenardır, ancak her ikizkenar üçgen eşkenar değildir.

✔ Doğru Sonuç: a) I eşkenar, II ikizkenar, III çeşitkenar b) 1 ve 3 farklı uzunluk c) Doğru

2 Bir trafik işaret atölyesinde üçgen biçiminde üç levha üretilmiştir. Levhaların iç açılarının ölçüleri şekilde gösterilmiştir.



a) Levhaları açılarına göre sınıflandırınız (dar açılı, dik açılı, geniş açılı) ve her biri için gerekçenizi yazınız.
b) Bir üçgenin "dar açılı" sayılabilmesi için kaç tane dar açısı olması gerekir? Dikkat edilmesi gereken noktayı açıklayınız.
c) Atölye şefi "İçinde iki tane geniş açı bulunan bir levha üretin." diyor. Bu istek yerine getirilebilir mi? Hesap yaparak gerekçelendiriniz.

- **a)**

  — **I: dar açılı üçgen** — üç açısı da (60°, 70°, 50°) 90°'den küçüktür.

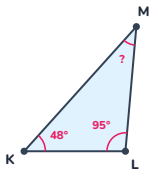
  — **II: dik açılı üçgen** — bir açısı tam 90°'dir (K köşesi).

  — **III: geniş açılı üçgen** — bir açısı (110°) 90°'den büyüktür.

- **b)** Bir üçgenin dar açılı sayılabilmesi için **üç açısının da** dar olması gerekir. Dikkat edilmesi gereken nokta şudur: dik ve geniş açılı üçgenlerin de ikişer dar açısı vardır; bu yüzden "iki dar açı görmek" yetmez, **tüm** açılara bakılmalıdır.
- **c) Yerine getirilemez.** Geniş açı 90°'den büyüktür. İki geniş açı bulunsaydı yalnızca bu ikisinin toplamı 180°'yi geçerdi. Oysa bir üçgenin **iç açılarının ölçüleri toplamı tam olarak 180°**'dir ve üçüncü açıya da yer kalmalıdır. Bu yüzden bir üçgende en fazla **bir** geniş açı bulunabilir.

✔ Doğru Sonuç: a) I dar, II dik, III geniş b) Üç açısı da dar olmalı c) Hayır (toplam 180°)

3 Bir yelken atölyesinde üçgen biçiminde bir yelken dikilecektir. Tasarımcı, yelkenin K köşesindeki açının 48°, L köşesindeki açının ise 95° olmasını istemektedir.



a) Yelkenin M köşesindeki açının ölçüsü kaç derece olmalıdır? Kullandığınız kuralı yazarak hesaplayınız.
b) Bu yelken açılarına göre hangi tür üçgendir? Gerekçenizi yazınız.
c) Tasarımcı, L köşesindeki açıyı 95°'den 110°'ye çıkarmak istiyor ve K köşesini değiştirmiyor. Bu durumda M köşesi kaç derece olur? Bir açı büyütüldüğünde diğerlerinin neden küçülmek zorunda olduğunu açıklayınız.

- **a)** Bir üçgenin **iç açılarının ölçüleri toplamı 180°**'dir.

  m(M) = 180° − 48° − 95° = **37°**.

devamı →

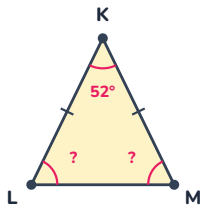
3 *(çözümün devamı)*

- **b)** Açılar 48°, 95° ve 37°'dir. 95° > 90° olduğu için bu bir **geniş açılı üçgendir**. (Diğer iki açı dar olsa da, bir tane geniş açı bulunması üçgeni geniş açılı yapar.)
- **c)** m(M) = 180° − 48° − 110° = **22°**.

  Toplam her zaman 180° olarak **sabittir**. Bu yüzden açılardan biri büyütülürse, toplamın aşılmaması için kalan açıların toplamı aynı miktarda küçülmek zorundadır. Burada L açısı 15° büyütülmüş, M açısı da 37°'den 22°'ye, yani tam 15° küçülmüştür.

✔ Doğru Sonuç: a) 37° b) Geniş açılı c) 22° (toplam 180° sabit)

4 Bir çatı ustası, ikizkenar üçgen biçiminde çatı makasları üretmektedir. Şekildeki makasta |KL| = |KM| olup tepe noktası K'deki açının ölçüsü 52°'dir.



a) Makasın taban açıları olan L ve M açılarının ölçüleri kaçar derecedir? Çözümünüzü adım adım yazınız.
b) İki taban açısının eşit olduğunu nereden biliyoruz? Açıklayınız.
c) Usta, tepe açısı 90° olan bir makas üretirse taban açıları kaçar derece olur? Bu üçgen hem ikizkenar hem dik üçgen olabilir mi? Yorumlayınız.

- **a)** Üçgenin iç açıları toplamı 180°'dir. Tepe açısı çıkarılırsa taban açılarının toplamı bulunur:

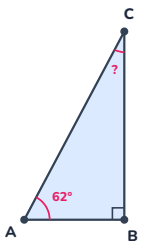
  180° − 52° = **128°**.

  Taban açıları birbirine eşit olduğundan: 128° ÷ 2 = **64°**. Yani m(L) = m(M) = **64°**.
- **b)** Üçgen **ikizkenardır** (|KL| = |KM|). İkizkenar üçgende eşit kenarların karşısındaki açılar, yani **taban açıları birbirine eşittir**. Şekildeki kenar işaretleri de bu eşitliği gösterir.
- **c)** 180° − 90° = 90°; 90° ÷ 2 = **45°**. Taban açılarının her biri 45° olur.

  Bu üçgen **hem ikizkenar hem de dik üçgendir**; buna **ikizkenar dik üçgen** denir. Bir üçgenin kenarlarına göre çeşidi ile açılarına göre çeşidi birbirinden bağımsızdır, bu yüzden ikisi aynı anda olabilir.

✔ Doğru Sonuç: a) 64° ve 64° b) Eşit kenarların karşısındaki açılar eşittir c) 45°, ikizkenar dik üçgen

5 Bir okulun girişine tekerlekli sandalye rampası yapılmıştır. Rampanın yan görünüşü dik üçgen biçimindedir: zemin ile duvar B köşesinde dik açı oluşturur ve rampanın zeminle yaptığı açı (A köşesi) 62°'dir.



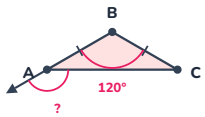
a) C köşesindeki açının ölçüsü kaç derecedir? Çözümünüzü yazınız.
b) Bu üçgende dik açı dışındaki iki açının ölçüleri toplamı kaçtır? Bunun her dik üçgen için geçerli olduğunu açıklayınız.
c) Bir öğrenci "Rampayı daha güvenli yapmak için A açısını 95° yapalım." diyor. Bu, bu üçgende mümkün müdür? Nedenini açıklayınız.

- **a)** İç açılar toplamı 180°'dir: m(C) = 180° − 90° − 62° = **28°**.
- **b)** 62° + 28° = **90°**. Bu her dik üçgen için geçerlidir: bir açı zaten 90° olduğundan, geriye kalan iki açıya 180° − 90° = 90° kalır. Yani **dik üçgende diğer iki açı birbirinin tümleridir** ve ikisi de mutlaka dar açıdır.
- **c) Mümkün değildir.** Üçgende zaten 90°'lik bir açı vardır. A açısı 95° olsaydı yalnızca bu ikisinin toplamı 185° olur, 180°'yi aşardı; üçüncü açıya hiç yer kalmazdı. Bir üçgende en fazla bir tane 90° veya daha büyük açı bulunabilir.

✔ **Doğru Sonuç: a) 28° b) 90° (ikisi tümler) c) Mümkün değil**

2. Bölüm Soru 6–10

6 Bir trafik levhasının üçgen biçimindeki metal desteğinde |BA| = |BC| olup tepe açısı m(B) = 120°'dir. Destek çubuğu, A köşesinden dışarı doğru düz bir şekilde uzatılmıştır (şekildeki ok).



a) Üçgenin taban açıları olan A ve C açılarının ölçüleri kaçar derecedir? Çözümünüzü yazınız.
b) A köşesindeki dış açının (?) ölçüsü kaç derecedir? Hangi kavramı kullandığınızı belirtiniz.
c) Aynı üçgende C köşesindeki dış açının ölçüsü kaç derece olurdu? İki dış açının eşit çıkması bir tesadüf müdür? Yorumlayınız.

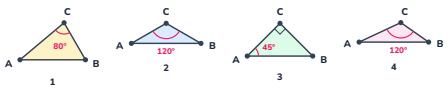
- **a)** Üçgen ikizkenardır (|BA| = |BC|), bu yüzden taban açıları eşittir.

  180° − 120° = 60°; 60° ÷ 2 = **30°**. Yani m(A) = m(C) = **30°**.
- **b)** Bir köşedeki **iç açı ile dış açı bütünlerdir** (toplamları 180°'dir), çünkü kenarın uzatılmasıyla bir doğru açı oluşur.

  Dış açı = 180° − 30° = **150°**.
- **c)** C köşesindeki dış açı da 180° − 30° = **150°** olur. Bu bir tesadüf **değildir**: üçgen ikizkenar olduğu için taban açıları eşittir; eşit iç açıların bütünleri de zorunlu olarak eşit çıkar. Yani ikizkenar üçgende taban köşelerindeki dış açılar her zaman birbirine eşittir.

✔ **Doğru Sonuç: a) 30° ve 30° b) 150° (bütünler) c) 150°, tesadüf değil**

7 Bir öğrenci, logosunda kullandığı dört üçgeni açılarına göre sınıflandırarak şu tabloyu hazırlamıştır. Şekilde her üçgenin **en büyük açısının** ölçüsü verilmiştir; 3 numaralı üçgende ise dik açı işareti bulunmakta ve diğer iki açısı 45°'şerdir.



Dar açılı: 1 ve 4 • **Dik açılı:** 3 • **Geniş açılı:** 2

a) Tabloda yanlış sınıflandırılan üçgeni bulunuz ve doğru grubunu yazınız. Kararınızı açılara bakarak gerekçelendiriniz.
b) Tablonun düzeltilmiş hâlini yazınız.
c) 3 numaralı üçgende iki açı 45°'dir. Bu üçgen kenarlarına göre hangi çeşittir? Nedenini açıklayınız.

- **a)** Yanlış sınıflandırılan **4 numaralı üçgendir**. Öğrenci onu dar açılı grubuna koymuştur; oysa açılarından biri **120°**'dir ve bu 90°'den büyüktür. Dolayısıyla 4 numaralı üçgen **geniş açılıdır**. (Öğrenci muhtemelen yalnızca 25° ve 35°'lik dar açıları görüp karar vermiştir.)
- **b)** Düzeltilmiş tablo:

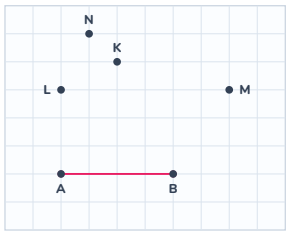
  — **Dar açılı:** 1

  — **Dik açılı:** 3

  — **Geniş açılı:** 2 ve 4
- **c)** 3 numaralı üçgenin üçüncü açısı 180° − 45° − 45° = 90°'dir. İki açısı eşit olduğu için bu açıların karşısındaki kenarlar da eşittir; yani üçgen **ikizkenardır** (ikizkenar dik üçgen).

✔ Doğru Sonuç: a) 4 numara geniş açılı b) Dar: 1 / Dik: 3 / Geniş: 2 ve 4 c) İkizkenar

8 Bir okul töreni için kareli plana çizilen [AB] doğru parçasının uçlarına iki direk dikilmiştir. Üçüncü direk, planda işaretli K, L, M ve N noktalarından birine dikilecek ve üç direk iplerle birleştirilerek üçgen bir alan oluşturulacaktır.

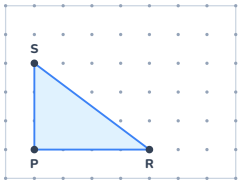


a) Üçüncü direk hangi noktaya dikilirse ikizkenar bir üçgen elde edilir? Kareli zeminde neyi sayarak karar verdiğinizi açıklayınız.
b) Hangi noktaya dikilirse dik üçgen elde edilir? Dik açının hangi köşede oluştuğunu belirtiniz.
c) M noktası seçilirse elde edilen üçgen kenarlarına göre hangi çeşit olur? Kısaca gerekçelendiriniz.

- **a) K noktası** seçilmelidir. A(2, 2) ile B(6, 2) arasındaki uzaklık 4 birimdir ve ortası 4. sütundur. K noktası tam bu sütunda (4. sütun) bulunur; yani K'den A'ya gitmek için 2 sol + 4 aşağı, K'den B'ye gitmek için 2 sağ + 4 aşağı sayılır. Adımlar aynı olduğu için |KA| = |KB| olur ve üçgen **ikizkenardır**.
- **b) L noktası** seçilmelidir. L(2, 5) ile A(2, 2) aynı dikey çizgi üzerindedir; [AL] dikey, [AB] ise yataydır. Bu iki kenar 90°'lik açı yapar, yani dik açı **A köşesinde** oluşur.
- **c)** M(8, 5) seçilirse: |MB| için 2 sağ + 3 yukarı, |MA| için 6 sağ + 3 yukarı sayılır; bu uzunluklar birbirinden ve 4 birimlik [AB]'den farklıdır. Üç kenar da farklı olduğu için üçgen **çeşitkenardır**.

✔ **Doğru Sonuç: a) K (orta sütunda) b) L, dik açı A köşesinde c) Çeşitkenar**

9 Bir geometri etkinliğinde öğrenciler noktalı kâğıda PRS üçgenini çizmiştir. Üçgenin köşeleri şekildeki gibi işaretlenmiştir: P noktasından R noktasına 4 birim sağa, P noktasından S noktasına 3 birim yukarı gidilmektedir. Ayrıca |RS| = 5 birimdir.



a) Bu üçgen açılarına göre hangi çeşittir? Dik açının hangi köşede oluştuğunu ve bunu nasıl anladığınızı yazınız.
b) Üçgen kenarlarına göre hangi çeşittir? Gerekçenizi yazınız.
c) Öğrenci S noktasını bir birim sağa kaydırırsa (yani P'nin tam üstünden çıkarırsa) üçgen hâlâ dik üçgen olur mu? Açıklayınız.

- **a)** Üçgen **dik açılı üçgendir** ve dik açı **P köşesindedir**. Çünkü [PR] kenarı tam yatay, [PS] kenarı ise tam dikeydir; noktalı zeminde yatay ile dikey doğrultular her zaman 90°'lik açı yapar.
- **b)** Kenar uzunlukları |PR| = 4 birim, |PS| = 3 birim, |RS| = 5 birimdir. Üç kenar da birbirinden farklı olduğu için üçgen **çeşitkenardır**. (Yani bu üçgen hem dik açılı hem çeşitkenardır.)

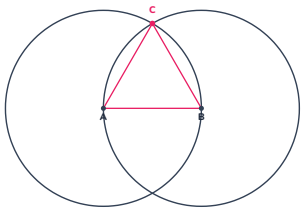
devamı →

9 *(çözümün devamı)*

- **c) Olmaz.** S bir birim sağa kaydırılırsa [PS] kenarı artık tam dikey olmaz, eğik bir kenara dönüşür. Bu durumda [PR] ile [PS] arasındaki açı 90°'den farklı olur ve P köşesindeki dik açı bozulur. Diğer köşelerde de dik açı oluşmadığı için üçgen dik üçgen olmaktan çıkar.

✔ **Doğru Sonuç: a) Dik açılı, dik açı P'de b) Çeşitkenar (3-4-5) c) Hayır, diklik bozulur**

10 Bir öğrenci, pergelin açıklığını hiç değiştirmeden iki çember çizmiştir. Çemberlerden her biri diğerinin merkezinden geçmektedir. Merkezler A ve B, çemberlerin kesiştiği noktalardan biri ise C olarak adlandırılmıştır. Öğrenci A, B ve C noktalarını birleştirerek bir üçgen elde etmiştir.



a) Elde edilen üçgen kenarlarına göre hangi çeşittir? Kararınızı yarıçap kavramını kullanarak gerekçelendiriniz.
b) Bu üçgenin iç açılarının ölçüleri kaçar derecedir? Nasıl bulduğunuzu yazınız.
c) Öğrenci pergelin açıklığını iki katına çıkarıp aynı çizimi yapsaydı üçgenin çeşidi değişir miydi? Yorumlayınız.

- **a)** Üçgen **eşkenardır**. Gerekçe: pergel açıklığı değişmediği için iki çemberin yarıçapı eşittir; buna r diyelim.

  — |AC| = r, çünkü C, A merkezli çemberin üzerindedir.

  — |BC| = r, çünkü C, B merkezli çemberin de üzerindedir.

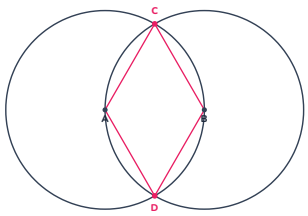
  — |AB| = r, çünkü B noktası A merkezli çemberin üzerindedir (çemberler birbirinin merkezinden geçiyor).

  Üç kenar da r'ye eşit olduğundan üçgen eşkenardır.
- **b)** Eşkenar üçgende üç kenar eşit olduğu için **üç açı da eşittir**. İç açılar toplamı 180° olduğuna göre: 180° ÷ 3 = **60°**. Her açı 60°'dir.
- **c) Değişmezdi.** Pergel açıklığı büyüse de üç kenar yine aynı yarıçapa eşit olurdu; yalnızca üçgen daha büyük çizilirdi. Şeklin çeşidini belirleyen kenarların **eşitliğidir**, uzunluğun kendisi değil. Açılar da yine 60°'şer olurdu.

✔ **Doğru Sonuç: a) Eşkenar (üç kenar da yarıçapa eşit) b) 60° c) Değişmez**

3. Bölüm Soru 11–15

11 Bir demir ustası, bahçe kapısı süsü için çap uzunlukları 30 cm olan özdeş iki çember çizmiştir. Çemberlerden her biri diğerinin merkezinden geçmektedir. Usta, merkezleri (A ve B) ve çemberlerin kesiştiği iki noktayı (C ve D) sırayla birleştirerek ACBD dörtgenini elde etmiştir.



a) Bu dörtgenin bir kenarının uzunluğu kaç santimetredir? Çözümünüzü adım adım yazınız.
b) Dörtgenin bütün kenar uzunlukları toplamı kaç santimetredir?
c) [AB] köşegeni çizilirse ortaya çıkan iki üçgen hangi çeşittir? Gerekçelendiriniz.
d) Bu dörtgenin bütün kenarları eşit olduğuna göre düzgün çokgen midir? Açıklayınız.

- **a)** Çemberin çapı 30 cm ise yarıçapı: 30 ÷ 2 = **15 cm**.

  Dörtgenin dört kenarı da (AC, CB, BD, DA) bir çemberin merkezinden çember üzerindeki bir noktaya gider; yani her biri bir **yarıçaptır**. Bu yüzden bir kenar **15 cm**'dir.
- **b)** Dört kenar da eşit olduğundan: 4 × 15 = **60 cm**.
- **c)** [AB] çizilirse ACB ve ADB üçgenleri oluşur. |AB| de bir yarıçaptır (çemberler birbirinin merkezinden geçtiği için |AB| = 15 cm). Her iki üçgende de üç kenar 15 cm olduğundan ikisi de **eşkenar üçgendir** (açıları 60°'şer).
- **d) Düzgün çokgen değildir.** Kenarları eşittir ama iç açıları eşit değildir: C ve D köşelerindeki açılar 60° + 60° = 120°, A ve B köşelerindeki açılar ise 60°'dir. Düzgünlük için hem kenarların hem açıların eşit olması gerekir.

✓ Doğru Sonuç: a) 15 cm b) 60 cm c) İkisi de eşkenar üçgen d) Hayır, açıları eşit değil

12 Bir öğrenci maket çalışmasında, uzunlukları 7 cm ve 10 cm olan iki çubuğun birer ucunu çakıştırarak sabitlemiştir. Üçüncü kenarı elde etmek için 18 cm uzunluğundaki başka bir çubuğu **ikiye ayırıp** parçalardan birini kullanacaktır. Amacı **ikizkenar** bir üçgen elde etmektir.

a) Üçüncü kenar kaç santimetre olmalıdır? Bütün olasılıkları yazınız ve her biri için gerekçenizi belirtiniz.
b) Her olasılıkta 18 cm'lik çubuktan geriye kalan parçanın uzunluğu kaç santimetredir?
c) Öğrenci aynı iki çubukla eşkenar bir üçgen elde edebilir mi? Nedenini açıklayınız.

- **a)** İkizkenar üçgende **en az iki kenar eşit** olmalıdır. Elimizdeki kenarlar 7 cm ve 10 cm'dir; bunlar birbirine eşit olmadığına göre üçüncü kenar, bu ikisinden birine eşit olmalıdır:

  — Üçüncü kenar **7 cm** olabilir → kenarlar 7, 7, 10 (iki kenar eşit ✓)

devamı →

12 *(çözümün devamı)*

— Üçüncü kenar **10 cm** olabilir → kenarlar 7, 10, 10 (iki kenar eşit ✓)

- **b)** 18 cm'lik çubuk ikiye ayrıldığına göre:

  — 7 cm kullanılırsa kalan: 18 − 7 = **11 cm**

  — 10 cm kullanılırsa kalan: 18 − 10 = **8 cm**

- **c) Edemez.** Eşkenar üçgende **üç kenarın da** eşit olması gerekir. Ancak elindeki iki çubuk 7 cm ve 10 cm'dir ve bu ikisi zaten birbirine eşit değildir. Üçüncü kenar ne seçilirse seçilsin bu eşitsizlik ortadan kalkmaz.

✓ Doğru Sonuç: a) 7 cm veya 10 cm b) 11 cm veya 8 cm c) Hayır (7 ≠ 10)

13 Bir origami etkinliğinde öğrenciler kare biçimindeki kâğıtlarını köşegeni boyunca tam ortadan katlamaktadır. Katlama sonucunda kâğıt, üst üste binmiş iki eş üçgen hâline gelmektedir.



a) Katlama sonucu oluşan üçgen kenarlarına göre hangi çeşittir? Karenin özelliklerini kullanarak açıklayınız.
b) Bu üçgenin iç açılarının ölçüleri kaçar derecedir? Çözümünüzü yazınız.
c) Elde edilen üçgen tekrar tam ortadan (tepe açısını ikiye bölecek şekilde) katlanırsa oluşan yeni üçgenin açıları kaçar derece olur? Çeşidi değişir mi? Yorumlayınız.

- **a)** Karenin dört kenarı da eşittir. Köşegen boyunca katlandığında oluşan üçgenin iki kenarı, karenin iki kenarıdır; üçüncü kenarı ise köşegendir. Karenin kenarları eşit, köşegen ise onlardan farklı uzunlukta olduğu için üçgen **ikizkenardır**.
- **b)** Üçgenin tepe açısı, karenin bir köşesidir: **90°**. Kalan iki açı taban açılarıdır ve ikizkenar olduğu için eşittirler:

  180° − 90° = 90°; 90° ÷ 2 = **45°**.

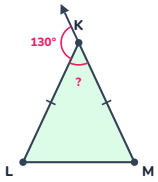
  Açılar: **90°, 45° ve 45°** → **ikizkenar dik üçgen**.

- **c)** 90°'lik tepe açısı ikiye bölünür: 90° ÷ 2 = **45°**. Yeni üçgende bir açı 45°, bir açı 90° (kâğıdın kenarları arasındaki açı korunur) ve üçüncü açı 180° − 45° − 90° = **45°** olur.

  Yani açılar yine **90°, 45°, 45°**'dir; üçgen yine **ikizkenar dik üçgendir**. Şekil küçülür ama çeşidi değişmez.

✓ Doğru Sonuç: a) İkizkenar b) 90°, 45°, 45° c) Yine ikizkenar dik üçgen

14 Üçgen biçimindeki bir park alanında, K köşesinden çıkan yürüyüş yolu düz bir şekilde park dışına uzatılmıştır. Bu uzatmanın oluşturduğu dış açının ölçüsü 130°'dir. Ayrıca parkın iki kenarı eşit uzunluktadır: |KL| = |KM|.



a) K köşesindeki iç açının ölçüsü kaç derecedir? Hangi kavramı kullandığınızı yazınız.
b) L ve M köşelerindeki açıların ölçüleri kaçar derecedir? Çözümünüzü adım adım yazınız.
c) Bu park üçgeni hem kenarlarına hem açılarına göre nasıl adlandırılır?
d) Dış açı 130° yerine 100° olsaydı L köşesindeki açı kaç derece olurdu? İşlemi yapınız.

- **a)** Bir köşedeki iç açı ile dış açı **bütünlerdir** (toplamları 180°).

  m(K) = 180° − 130° = **50°**.
- **b)** |KL| = |KM| olduğundan üçgen **ikizkenardır** ve taban açıları (L ve M) eşittir.

  İç açılar toplamı 180°: 180° − 50° = 130°.

  130° ÷ 2 = **65°**. Yani m(L) = m(M) = **65°**.
- **c)** İki kenarı eşit olduğu için **ikizkenar**; açıları 50°, 65° ve 65° olup üçü de 90°'den küçük olduğu için **dar açılı** üçgendir. Kısaca: **dar açılı ikizkenar üçgen**.
- **d)** m(K) = 180° − 100° = 80°. Taban açıları: (180° − 80°) ÷ 2 = 100° ÷ 2 = **50°**.

✔ **Doğru Sonuç: a) 50° b) 65° ve 65° c) Dar açılı ikizkenar d) 50°**

15 Bir öğrenci, matematik panosu için kareli kâğıda üç farklı üçgen çizecektir. Çizeceği üçgenler şu koşulları sağlamalıdır:
- 1. üçgen: **ikizkenar dik** üçgen
- 2. üçgen: **çeşitkenar geniş açılı** üçgen
- 3. üçgen: bir açısı 90°, bir açısı 30° olan üçgen

a) 1. üçgeni kareli kâğıda nasıl çizersiniz? Köşelerinin yerlerini tarif ediniz ve açılarının ölçülerini yazınız.
b) 3. üçgenin üçüncü açısı kaç derecedir? Bu üçgen kenarlarına göre ikizkenar olabilir mi? Gerekçelendiriniz.
c) Öğrenci ayrıca "eşkenar dik üçgen" de çizmek istiyor. Bu mümkün müdür? Açılarını hesaplayarak açıklayınız.

- **a)** Örnek çizim: A(1, 1), B(5, 1) ve C(1, 5) köşeleri seçilir. [AB] yatay, [AC] dikeydir; ikisi de **4 birimdir**.

  — A köşesinde yatay ve dikey kenarlar buluştuğu için açı **90°**'dir.

  — İki kenar eşit olduğundan üçgen ikizkenardır, taban açıları eşittir: (180° − 90°) ÷ 2 = **45°**.

devamı →

15 *(çözümün devamı)*

Açılar: 90°, 45°, 45°.

- **b)** Üçüncü açı: 180° − 90° − 30° = **60°**. Açılar 90°, 60° ve 30°'dir; üçü de birbirinden farklıdır. İkizkenar olsaydı iki açısının eşit olması gerekirdi. Bu yüzden bu üçgen ikizkenar **olamaz**, zorunlu olarak **çeşitkenardır**.
- **c) Mümkün değildir.** Eşkenar üçgende üç kenar eşit olduğu için üç açı da eşittir ve her biri 180° ÷ 3 = **60°**'dir. Bir açının 90° olması gerekseydi diğerlerinin de 90° olması gerekirdi; toplam 270° olurdu ki bu 180°'yi aşar. Yani bir üçgen aynı anda hem eşkenar hem dik olamaz.

✔ Doğru Sonuç: a) 90°, 45°, 45° b) 60°, ikizkenar olamaz c) Mümkün değil (eşkenarda tüm açılar 60°)