5. SINIF MATEMATİK Tema 1 · Geometrik Şekiller

KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Çember Kullanarak Üçgen ve Çokgen İnşa Etme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Yarıçaplardan üçgen çeşidine**

Bir öğrenci, yarıçapları **5 cm** ve **5 cm** olan iki çemberi, merkezleri arasındaki uzaklık **8 cm** olacak biçimde çiziyor. Çemberlerin kesişim noktalarından birini C ile adlandırıp merkezlerle birleştiriyor.
a) Oluşan üçgenin kenar uzunlukları kaçar cm'dir?
b) Bu üçgen kenarlarına göre hangi çeşittir?
c) Merkezler arası uzaklık 5 cm olsaydı üçgen hangi çeşit olurdu?

1. **Kenarları belirle**
   C noktası birinci çemberin üzerinde olduğu için o merkeze uzaklığı **5 cm**; ikinci çemberin de üzerinde olduğu için diğer merkeze uzaklığı da **5 cm**'dir. Üçüncü kenar merkezler arası uzaklıktır: **8 cm**.
2. **a) Kenarları yaz**
   Üçgenin kenarları: **5 cm, 5 cm ve 8 cm**.
3. **b) Çeşidini belirle**
   İki kenar eşit, üçüncüsü farklı olduğundan üçgen **ikizkenardır**.
4. **c) Özel durumu incele**
   Merkezler arası uzaklık 5 cm olsaydı kenarlar 5, 5 ve 5 cm olurdu; üçgen **eşkenar** olurdu. Bu, her çemberin diğerinin merkezinden geçtiği durumdur.

Sonuç: a) 5 cm, 5 cm, 8 cm b) İkizkenar c) Eşkenar

Dikkat: Kenarları bulmak için çember çizmenize gerek yok: iki kenar **yarıçaplardır**, üçüncü kenar **merkezler arası uzaklıktır**. Bu üç sayıya bakarak üçgenin çeşidini söyleyebilirsiniz.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Ters yönde: istenen üçgeni kurma**

Kenar uzunlukları **4 cm, 4 cm ve 6 cm** olan bir ikizkenar üçgeni pergelle inşa etmek istiyorsunuz.
a) Çemberlerin yarıçapları kaçar cm olmalıdır?
b) Merkezler arasındaki uzaklık kaç cm olmalıdır?
c) Aynı üçgeni yarıçapları 6 cm ve 4 cm alarak da kurabilir misiniz? Açıklayınız.

1 Hangi kenar nereye düşer?
Üçgenin iki kenarı çemberlerin **yarıçapları**, bir kenarı ise **merkezler arası uzaklıktır**. Hangi kenarı merkezler arasına koyacağımızı biz seçeriz.

2 a) Yarıçapları seç
Eşit olan iki kenarı yarıçap yaparsak: yarıçaplar **4 cm ve 4 cm** (özdeş çemberler).

3 b) Merkez uzaklığını seç
Geriye kalan kenar merkezler arasına gelir: **6 cm**.
Kontrol: 6 < 4 + 4 = 8 olduğu için çemberler gerçekten kesişir ✓

4 c) Diğer seçeneği değerlendir
Evet, kurulabilir. Bu kez 6 cm'lik kenarı yarıçap yaparız: yarıçaplar **6 cm ve 4 cm**, merkezler arası uzaklık **4 cm** olur. Kenarlar yine 6, 4 ve 4 cm çıkar; aynı üçgendir. Yalnızca hangi kenarın nereye yerleştirildiği değişmiştir.

Sonuç: a) 4 cm ve 4 cm b) 6 cm c) Evet; yarıçaplar 6 ve 4, merkez uzaklığı 4 cm olur

Dikkat: Kesişme koşulunu kontrol etmeyi unutmayın: **merkezler arası uzaklık, yarıçaplar toplamından küçük** olmalıdır. Aksi hâlde çemberler kesişmez ve üçgen kurulamaz.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Öklid'in adımlarını sıralama**

Öklid'in eşkenar üçgen çizim adımları **karışık sırayla** verilmiştir:
I. Kesişim noktalarından biri C olarak adlandırılır.
II. Pergel açıklığı değiştirilmeden ucu B'ye konur, ikinci çember çizilir.
III. A, B ve C noktaları birleştirilir.
IV. [AB] doğru parçası çizilir.
V. Pergelin ucu A'ya konur, açıklığı |AB| alınarak çember çizilir.
a) Adımları doğru sıraya diziniz.
b) V. adımda pergel açıklığı |AB|'den farklı alınsaydı ne olurdu?

1 Neyle başlanır?
Önce üçgenin bir kenarı gerekir; çemberlerin yarıçapı bu kenardan belirlenir. Bu yüzden ilk adım **IV**'tür.

2 a) Sırayı kur
Doğru sıra: **IV → V → II → I → III**.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Öklid'in adımlarını sıralama** (devam)

Yani: kenarı çiz → birinci çemberi çiz → ikinci çemberi çiz → kesişim noktasını adlandır → üçgeni tamamla.

3 b) Açıklık değişirse

Pergel açıklığı |AB|'den farklı olsaydı |AC| ≠ |AB| olurdu. Bu durumda üç kenar eşit olmaz, üçgen **eşkenar çıkmaz**. İki çemberin yarıçapı birbirine eşit kalırsa yine de **ikizkenar** bir üçgen elde edilirdi.

4 Yöntemin mantığını yaz

Yöntem işe yarar çünkü C noktası her iki çemberin üzerindedir: |AC| = birinci yarıçap = |AB| ve |BC| = ikinci yarıçap = |AB|. Böylece üç kenar da **|AB|** uzunluğunda olur.

Sonuç: a) IV – V – II – I – III b) Üçgen eşkenar olmaz; yarıçaplar eşit kalırsa ikizkenar olur

Dikkat: Pergelle çizimde **"açıklığı bozma"** uyarısı hep aynı sebepten gelir: pergel açıklığı, kopyalanan uzunluğun kendisidir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **İki kesişim noktasıyla dörtgen**

Yarıçapları 6 cm olan özdeş iki çember, merkezleri arasındaki uzaklık 9 cm olacak biçimde çiziliyor. İki merkez ile

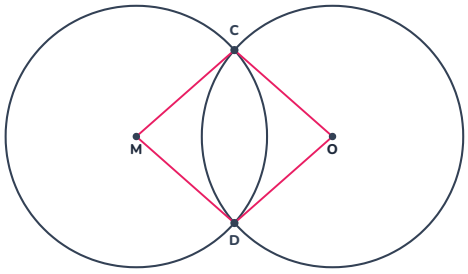
iki kesişim noktası

birleştiriliyor.

a) Oluşan şekil kaç kenarlıdır ve kenar uzunlukları kaçar cm'dir?

b) Bu dörtgenin çevresi kaç cm'dir?

c) Şekil neden eşkenar dörtgendir? Açıklayınız.



1 Köşeleri belirle

Şeklin köşeleri iki merkez (M ve O) ile iki kesişim noktasıdır (C ve D). Yani **4 köşe**, dolayısıyla bir **dörtgen** oluşur.

2 a) Kenarları bul

Her kenar bir merkezi bir kesişim noktasına bağlar; bu uzunlukların hepsi **yarıçaptır**: |MC| = |CO| = |OD| = |DM| = **6 cm**.

3 b) Çevreyi hesapla

Dört kenar da 6 cm olduğuna göre çevre:

4 × 6 = **24 cm**.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **İki kesişim noktasıyla dörtgen** (devam)

4 c) Gerekçelendir

Dört kenarın dördü de eşit uzunluktadır; kenarları eşit olan dörtgene **eşkenar dörtgen** denir. Dikkat: açıları eşit olmadığı için bu şekil **düzgün çokgen değildir** (kare değildir). Merkezler arası uzaklık 9 cm iken şekil yassı bir baklava dilimi gibidir.

Sonuç: a) Dörtgen; dört kenarı da 6 cm b) 24 cm c) Dört kenarı da yarıçap olduğu için eşkenar dörtgendir

Dikkat: Bu şekilde **merkezler arası uzaklık** hiçbir kenar değildir; o, dörtgenin **köşegenidir**. Kenarların hepsi yarıçaptır.

ÇÖZÜMLÜ SORU 5 **Çemberler kesişir mi?**

Bir öğrenci yarıçapları **3 cm** ve **4 cm** olan iki çemberi, merkezleri arasındaki uzaklık **9 cm** olacak biçimde çiziyor ve "Şimdi bu çemberlerin kesişim noktasıyla bir üçgen kuracağım." diyor. Bu mümkün müdür? Kararınızı gerekçelendiriniz. Mümkün değilse merkezler arası uzaklık en fazla kaç cm olabilirdi?

1 Kesişme koşulunu yaz

İki çemberin kesişebilmesi için **merkezler arası uzaklığın, yarıçapların toplamından küçük** olması gerekir.

2 Sayıları yerleştir

Yarıçapların toplamı: 3 + 4 = **7 cm**. Merkezler arası uzaklık ise **9 cm**'dir.

3 Kararını ver

9 > 7 olduğu için çemberler birbirine **hiç değmez**; kesişim noktası oluşmaz. Bu yüzden öğrencinin dediği **mümkün değildir**.

4 Sınırı belirle

Kesişim olabilmesi için uzaklık 7 cm'den **küçük** olmalıdır. Tam 7 cm olsaydı çemberler yalnızca **tek bir noktada** birbirine değerdi (teğet olurdu) ve yine üçgen kurulamazdı; çünkü o nokta ile iki merkez **aynı doğru üzerinde** olurdu.

Sonuç: Mümkün değildir; 9 cm > 3 + 4 = 7 cm. Uzaklık 7 cm'den küçük olmalıdır.

Dikkat: Üçgen kurulabilmesi için üç nokta **aynı doğru üzerinde olmamalıdır**. Çemberler teğetse kesişim noktası merkezlerle aynı doğruya düşer ve üçgen oluşmaz.