KONU ANLATIMI · CEVAPLI

Çember Kullanarak Üçgen ve Çokgen İnşa Etme

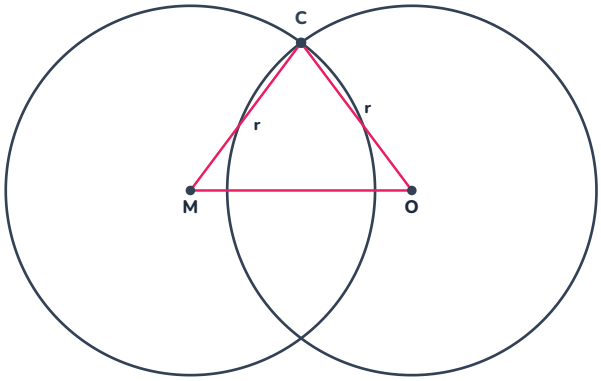
Kazanımlar: MAT.5.3.7 Matematiksel araç ve teknoloji yardımıyla düzlemde iki noktada kesişen çember çiftinin merkezleri ve kesişim noktalarından biri ile inşa edilen üçgenlerin kenar özelliklerine yönelik muhakeme yapabilme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

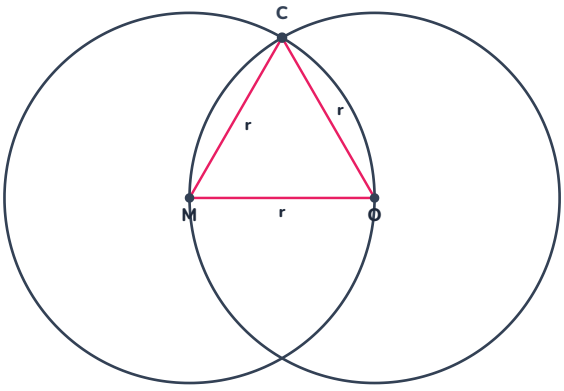
Çemberle Üçgen İnşa Etme

İki çember **iki noktada kesişiyorsa**, bu çemberlerin **iki merkezi** ile **kesişim noktalarından biri** birleştirilerek bir üçgen inşa edilebilir. Bu üçgenin çeşidi, çemberlerin **yarıçaplarına** ve **merkezleri arasındaki uzaklığa** bağlıdır.

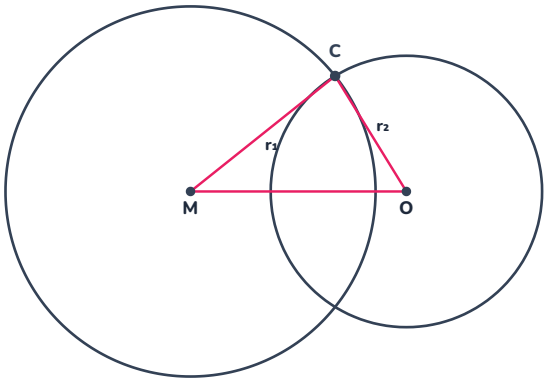
Bunun nedeni basittir: kesişim noktası **her iki çemberin de üzerindedir**. Bu yüzden birinci merkezden kesişim noktasına olan uzaklık birinci çemberin **yarıçapına**, ikinci merkezden olan uzaklık ise ikinci çemberin **yarıçapına** eşittir. Üçüncü kenar da merkezler arasındaki uzaklıktır.



Yarıçapları eşit (özdeş) iki çemberde |MC| = |OC| = r olur. İki kenarı eş olduğu için MOC üçgeni ikizkenardır.



Özdeş çemberlerden her biri diğerinin merkezinden geçerse merkezler arası uzaklık da yarıçapa eşit olur: |MC| = |OC| = |MO| = r. Böylece MOC üçgeni eşkenar olur.



Yarıçapları farklı iki çemberde |MC| = r_1 ve |OC| = r_2 birbirinden farklıdır. Merkezler arası uzaklık da bunlardan farklıysa MOC üçgeni çeşitkenar olur.

Çemberlerin Durumu	Üçgenin Kenarları	Oluşan Üçgen
Yarıçaplar eşit (özdeş çemberler)	r, r ve merkezler arası uzaklık	İkizkenar üçgen
Özdeş çemberler, her biri diğerinin merkezinden geçiyor	r, r ve r	Eşkenar üçgen
Yarıçaplar farklı, biri diğerinin merkezinden geçiyor	r_1, r_2 ve r_1 (iki uzunluk eşit)	İkizkenar üçgen
Yarıçaplar farklı, merkezler arası uzaklık da farklı	r_1, r_2 ve farklı bir uzunluk	Çeşitkenar üçgen

NOT **Çemberler kesişmezse üçgen de kurulamaz.** İki çemberin kesişebilmesi için merkezler arası uzaklığın, yarıçapların **toplamından küçük** olması gerekir. Merkezler çok uzaktaysa çemberler birbirine değmez; çok yakınsa biri diğerinin içinde kalabilir. Her iki durumda da kesişim noktası oluşmaz.

Öklid'in Yöntemi: Eşkenar Üçgen Çizimi

Öklid, yaklaşık 2300 yıl önce yaşamış bir matematikçidir. **"Elemanlar"** adlı kitabında geometrinin kurallarını sırayla açıklamıştır. Bu kitabın **1. önermesi**, verilen bir doğru parçasından yalnızca **pergel ve çizgeç** kullanarak eşkenar üçgen çizmenin yoludur.

ÖRNEK 1 **Öklid'in eşkenar üçgen çizimi — 5 adım**

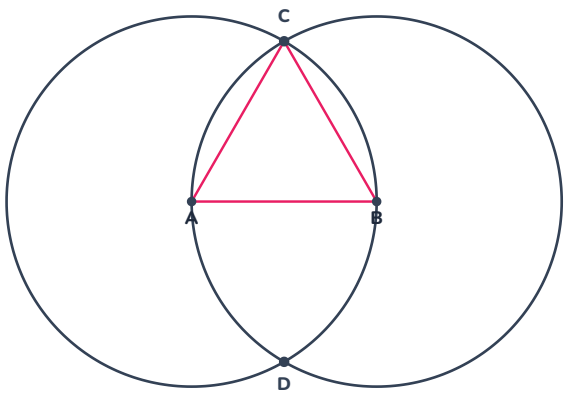
1. adım: Bir [AB] doğru parçası çizilir.

2. adım: Pergelin ucu A noktasına konur, açıklığı |AB| kadar alınarak bir çember çizilir.

3. adım: Pergel açıklığı **hiç değiştirilmeden** ucu B noktasına konur ve ikinci çember çizilir. İki çember iki noktada kesişir.

4. adım: Kesişim noktalarından biri seçilip C olarak adlandırılır.

5. adım: A, B ve C noktaları çizgeçle birleştirilir. Elde edilen ABC üçgeni **eşkenardır**.



Her iki çemberin yarıçapı da |AB| kadar olduğu için |AC| = |AB| ve |BC| = |AB| olur. Üç kenar da eşit uzunlukta olduğundan ABC eşkenar üçgendir.

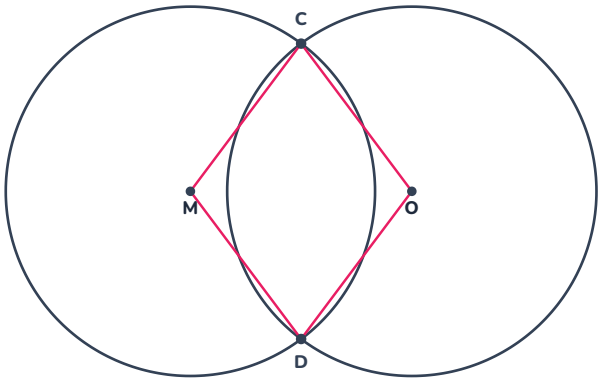
NOT **Sık yapılan hata:** İkinci çemberi çizerken **pergel açıklığını değiştirmek**. Açıklık değişirse ikinci çemberin yarıçapı farklı olur ve elde edilen üçgen eşkenar değil **ikizkenar** çıkar. Öklid'in yönteminde pergel açıklığı baştan sona aynı kalmalıdır.

Şekilde çemberler **iki noktada** kesişmektedir (C ve D). Hangisini seçerseniz seçin sonuç değişmez; ikisi de aynı büyüklükte eşkenar üçgen verir. Alttaki D noktası seçilirse üçgen simetrik olarak aşağıya doğru çizilmiş olur.

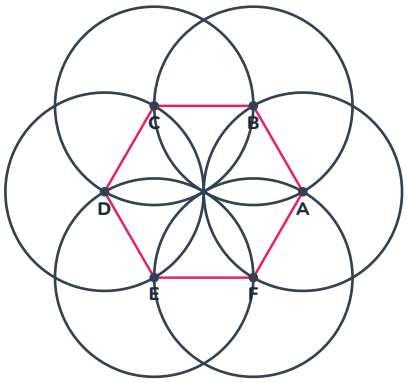
Çemberle Başka Çokgenler İnşa Etme

Çemberlerle yalnızca üçgen değil, başka çokgenler de inşa edilebilir. Kesişim noktalarının **ikisini birden** kullanırsanız üçgen yerine **dörtgen** elde edersiniz.

Aynı yarıçaplı **altı çember**, her biri komşusunun merkezinden geçecek biçimde bir halka oluşturacak şekilde çizilirse, merkezleri birleştirildiğinde bir **düzgün altıgen** elde edilir. Eski uygarlıkların "**yaşam çiçeği**" dediği desen de bu yöntemle oluşturulmuştur.



Özdeş iki çemberin iki merkezi (M, O) ile iki kesişim noktası (C, D) birleştirilirse MCOD dörtgeni oluşur. Dört kenarı da yarıçapa eşit olduğu için bu bir eşkenar dörtgendir.



Altı eş çemberin merkezleri birleştirildiğinde düzgün altıgen oluşur; çünkü komşu iki merkez arasındaki uzaklık her zaman yarıçap kadardır.

NOT Bu inşaların hepsinin arkasında **tek bir fikir** vardır: bir çemberin üzerindeki her nokta merkeze **eşit uzaklıktadır**. Pergel de tam olarak bunu yapar; açıklığı sabit tuttuğunuz sürece size **eşit uzunluklar** üretir. Eş kenarlı bütün şekiller bu özellikten doğar.

Etkinlikler

ETKİNLİK 1 **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.**

a) D Kesişen iki çemberin merkezleri ve bir kesişim noktası bir üçgen oluşturur.

b) Y Özdeş iki çemberle kurulan üçgen her zaman eşkenardır.

c) D Her çember diğerinin merkezinden geçiyorsa oluşan üçgen eşkenardır.

d) D Üçgenin iki kenarı çemberlerin yarıçaplarıdır.

e) Y Merkezler arası uzaklık, yarıçaplar toplamından büyükse çemberler kesişir.

f) D İki kesişim noktası da kullanılırsa dörtgen elde edilir.

g) Y Öklid'in yönteminde pergel açıklığı her adımda değiştirilir.

h) D Altı eş çemberin merkezleri birleştirilirse düzgün altıgen oluşur.

ETKİNLİK 2 **Aşağıdaki tabloda verilen çemberlere göre oluşacak üçgenin kenarlarını ve çeşidini yazınız.**

1. Yarıçap	2. Yarıçap	Merkezler Arası Uzaklık	Üçgenin Kenarları	Üçgenin Çeşidi
4 cm	4 cm	4 cm	4, 4, 4	Eşkenar
5 cm	5 cm	7 cm	5, 5, 7	İkizkenar
6 cm	4 cm	6 cm	6, 4, 6	İkizkenar
3 cm	5 cm	6 cm	3, 5, 6	Çeşitkenar
2 cm	3 cm	6 cm	Üçgen oluşmaz	Çemberler kesişmez (6 > 2 + 3)

ETKİNLİK 3 **Aşağıdaki soruları çözünüz.**

a) Yarıçapları 7 cm olan özdeş iki çemberin merkezleri arası uzaklık 7 cm ise oluşan üçgenin çevresi kaç cm'dir? **Eşkenar üçgen; 3 × 7 = 21 cm**

b) Yarıçapları 5 cm ve 5 cm olan çemberlerde merkezler arası uzaklık 6 cm ise üçgenin çevresi kaçtır? **5 + 5 + 6 = 16 cm**

c) Kenarları 8 cm, 8 cm, 8 cm olan üçgeni kurmak için pergel açıklığı kaç cm olmalıdır? **8 cm (iki çember de 8 cm yarıçaplı, merkezler arası 8 cm)**

d) Yarıçapları 4 cm ve 6 cm olan iki çemberin kesişmesi için merkezler arası uzaklık en fazla kaç cm olabilir? **10 cm'den küçük olmalıdır (4 + 6 = 10)**

e) Özdeş iki çemberin iki kesişim noktası ve iki merkeziyle oluşan dörtgenin kenarları 9 cm ise çevresi kaçtır? **4 × 9 = 36 cm**

f) Bir eşkenar üçgen inşasında ikinci çemberin yarıçapı yanlışlıkla büyük alınırsa nasıl bir üçgen oluşur? **İkizkenar üçgen (iki kenar eşit kalır, üçüncüsü farklı olur)**

Konu Özeti

ÖZET İki noktada kesişen iki çemberin **merkezleri** ile bir **kesişim noktası** birleştirilerek üçgen inşa edilir. Üçgenin iki kenarı **yarıçaplar**, üçüncü kenarı **merkezler arası uzaklıktır**. Yarıçaplar eşitse **ikizkenar**, her çember diğerinin merkezinden geçiyorsa **eşkenar**, üç uzunluk da farklıysa **çeşitkenar** üçgen oluşur. Çemberlerin kesişmesi için merkezler arası uzaklık, yarıçaplar toplamından **küçük** olmalıdır. İki kesişim noktası birden kullanılırsa **eşkenar dörtgen**, altı eş çemberin merkezleriyle **düzgün altıgen** elde edilir.