

KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Çarpanlar, Katlar ve Bölünebilme Kriterleri

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 Bir sayının bütün çarpanlarını sistemli bulma

Bir spor salonunda 72 sporcu, her grupta eşit sayıda sporcu olacak biçimde gruplara ayrılacaktır. Hiç sporcu dışarıda kalmayacaktır. Buna göre grup büyüklüğü kaç farklı değer alabilir? 72 sayısının bütün çarpanlarını yazınız.

1 Ölçütü belirle

Hiç sporcu dışarıda kalmaması için grup büyüklüğü 72'yi **kalansız bölmelidir**; yani 72'nin bir **çarpanı** olmalıdır.

2 1'den başlayarak çiftleri yaz

$$72 = 1 \times 72 \rightarrow 1 \text{ ve } 72$$

$$72 = 2 \times 36 \rightarrow 2 \text{ ve } 36$$

$$72 = 3 \times 24 \rightarrow 3 \text{ ve } 24$$

$$72 = 4 \times 18 \rightarrow 4 \text{ ve } 18$$

5 sayısı 72'yi bölmez (birler basamağı 0 ya da 5 değil)

$$72 = 6 \times 12 \rightarrow 6 \text{ ve } 12$$

7 sayısı 72'yi bölmez

$$72 = 8 \times 9 \rightarrow 8 \text{ ve } 9$$

3 Nerede duracağını bil

Sıradaki deneme 9 olurdu; ama 9'un eşi olan 8'i bir önceki adımda yazdık. **Çiftler buluştuğunda liste tamamlanmıştır**, daha ileri gitmek gerekmez.

4 Sırala ve say

72'nin çarpanları: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72** → 12 çarpan.

5 Kontrol et

Baştan ve sondan eşleştirerek sağlama yapalım: $1 \times 72 = 72 \checkmark$, $2 \times 36 = 72 \checkmark$, $3 \times 24 = 72 \checkmark$, $4 \times 18 = 72 \checkmark$, $6 \times 12 = 72 \checkmark$, $8 \times 9 = 72 \checkmark$. Altı çift, toplam 12 çarpan — tutarlı $\checkmark$

Sonuç: Grup büyüklüğü 12 farklı değer alabilir: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

Dikkat: Çarpanları rastgele değil **1'den başlayarak sırayla** arayın ve her bulduğunuzun eşini hemen yazın. Bu yöntem 8 veya 9 gibi ortadaki çarpanların atlanmasını engeller.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 Belirli bir aralıktaki katları bulma

Bir tramvay durağından tramvaylar her 18 dakikada bir geçmektedir. Bir yolcu, geçiş dakikaları 50 ile 130 arasında olan tramvayları merak ediyor. 18'in 50'den büyük, 130'dan küçük bütün katlarını bulunuz. Ayrıca 18'in en küçük katını yazınız.

1 Katları sırayla üret

$$18 \times 1 = 18 \cdot 18 \times 2 = 36 \cdot 18 \times 3 = 54 \cdot 18 \times 4 = 72 \cdot 18 \times 5 = 90 \cdot 18 \times 6 = 108 \cdot 18 \times 7 = 126 \cdot 18 \times 8 = 144$$

2 Alt sınırı uygula

50'den büyük olmalı: 18 ve 36 sayıları 50'den küçük olduğu için **çıkarılır**.

3 Üst sınırı uygula

130'dan küçük olmalı: $144 > 130$ olduğu için **çıkarılır**.

4 Kalanları yaz

Aralıktaki katlar: **54, 72, 90, 108, 126** → 5 tane.

5 En küçük katı belirle ve kontrol et

18'in en küçük katı $18 \times 1 = 18$, yani **sayının kendisidir**. Kontrol: bulunan sayıların hepsi 18'in katı mı? $54 = 18 \times 3$ ✓, $126 = 18 \times 7$ ✓ Ayrıca hepsi çift ve rakam toplamı 9'un katı ($5+4=9$, $7+2=9$, $9+0=9$, $1+0+8=9$, $1+2+6=9$) — $18 = 2 \times 9$ olduğu için beklenen sonuç ✓

Sonuç: 18'in 50 ile 130 arasındaki katları 54, 72, 90, 108 ve 126'dır. 18'in en küçük katı 18'dir.

Dikkat: "En küçük kat" sorulduğunda **1 ya da 0** yazmak en sık yapılan hatadır. Katlar sayının kendisinden başlar: en küçük kat daima **sayının kendisidir**.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 Bir sayıyı bütün bölünebilme kriterleriyle inceleme

4 320 sayısının 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile kalansız bölünüp bölünmediğini **bölme işlemi yapmadan** belirleyiniz.

1 Birler basamağına bakılan kriterler

4 320'nin birler basamağı **0**'dır.

- **2 ile:** 0 çift bir rakam → **bölünür** ✓
- **5 ile:** birler basamağı 0 → **bölünür** ✓
- **10 ile:** birler basamağı 0 → **bölünür** ✓

2 Rakamlar toplamına bakılan kriterler

$$4 + 3 + 2 + 0 = 9$$

- **3 ile:** 9 sayısı 3'ün katı → **bölünür** ✓
- **9 ile:** 9 sayısı 9'un katı → **bölünür** ✓

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 Bir sayıyı bütün bölünebilme kriterleriyle inceleme (devam)**3 Son iki basamağa bakılan kriter**

Son iki basamak **20**'dir; $20 = 4 \times 5$ olduğu için 4'ün katıdır.

• **4 ile: bölünür** ✓

4 İki koşullu kriter

• **6 ile:** 4 320 sayısı hem 2'ye (çift ✓) hem 3'e (rakam toplamı 9 ✓) bölündüğüne göre **6'ya da bölünür** ✓

5 Kontrol et

Tek bir bölme ile sağlama yapalım: $4\ 320 \div 9 = 480$ ✓ (kalan yok). Ayrıca $4\ 320 \div 4 = 1\ 080$ ✓ ve $4\ 320 \div 6 = 720$ ✓ Sonuçlar kriterlerle tutarlıdır.

Sonuç: 4 320 sayısı 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 sayılarının hepsine kalansız bölünür.

Dikkat: Kriterleri **gruplayarak** çalışın: birler basamağı (2, 5, 10), rakamlar toplamı (3, 9), son iki basamak (4). 6 için ayrı bir kriter aramayın; 2 ve 3 sonuçlarını birleştirmek yeterlidir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 İki koşulu birlikte sağlayan eksik rakamı bulma

Dört basamaklı **5 1 ▲ 2** doğal sayısı hem 4 ile hem 3 ile kalansız bölünmektedir. Buna göre ▲ yerine hangi rakamlar yazılabilir?

1 4 ile bölünme koşulunu uygula

Son iki basamak **▲2** sayısı 4'ün katı olmalıdır. ▲ yerine 0'dan 9'a kadar yazıp bakalım:

$$02 = 2 \times \cdot 12 \checkmark \cdot 22 \times \cdot 32 \checkmark \cdot 42 \times \cdot 52 \checkmark \cdot 62 \times \cdot 72 \checkmark \cdot 82 \times \cdot 92 \checkmark$$

Buradan $\mathbf{\Delta \in \{1, 3, 5, 7, 9\}}$ bulunur.

2 3 ile bölünme koşulunu uygula

Rakamlar toplamı 3'ün katı olmalıdır:

$$5 + 1 + \mathbf{\Delta} + 2 = \mathbf{8} + \mathbf{\Delta}$$

$$8 + 1 = 9 \checkmark \cdot 8 + 4 = 12 \checkmark \cdot 8 + 7 = 15 \checkmark \text{ (diğer rakamlarda toplam 3'ün katı olmaz)}$$

Buradan $\mathbf{\Delta \in \{1, 4, 7\}}$ bulunur.

3 İki kümenin kesişimini al

Sayı **her iki** koşulu da sağlamalıdır:

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{1, 4, 7\} = \mathbf{\{1, 7\}}$$

4 Kontrol et

$\mathbf{\Delta = 1 \rightarrow 5112}$: son iki basamak $12 = 4 \times 3$ ✓, rakam toplamı 9 ✓ ($5112 \div 4 = 1278$, $5112 \div 3 = 1704$)

$\mathbf{\Delta = 7 \rightarrow 5172}$: son iki basamak $72 = 4 \times 18$ ✓, rakam toplamı 15 ✓ ($5172 \div 4 = 1293$, $5172 \div 3 = 1724$)

İki sayı da her iki koşulu sağlıyor ✓

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4**İki koşulu birlikte sağlayan eksik rakamı bulma** (devam)

Sonuç: ▲ yerine 1 veya 7 yazılabilir; sayılar 5112 ve 5172'dir.

Dikkat: Çoklu koşullu sorularda koşulları **ayrı ayrı** çözüp en sonda **ortak** rakamları alın. Koşulları aynı anda düşünmeye çalışmak en sık hata kaynağıdır. Ayrıca kesişimi almayı unutup yalnızca bir kümeyi cevap olarak yazmaktan kaçının.