

SORULAR

Asal Sayılar ve Asal Çarpanlar

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1-5

- 1 Bir tiyatro sahnesinde tavana 1'den 50'ye kadar numaralanmış 50 spot ışığı asılmıştır. Işık teknisyeni bir gösteri için şu talimatı almıştır: **yalnızca numarası asal sayı olan ışıklar yanacak.** Teknisyen, hangi ışıkları yakacağını şekildeki tabloyu kullanarak belirleyecektir.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- a) Tabloda 2, 3, 5 ve 7'nin kendilerinden büyük katlarını eleyerek 1'den 50'ye kadar olan asal sayıları bulunuz. Kaç ışık yanar?
- b) Teknisyen neden yalnızca 2, 3, 5 ve 7'nin katlarını elemekle yetinebiliyor? Elemeye 11 ile devam etmesi gerekir mi? Gerekçenizi yazınız.
- c) 1 numaralı ışık yanar mı? Asal sayı tanımına dayanarak açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 2 Bir spor salonunda dolapların kilit kodları iki basamaklı sayılardan oluşuyor. Salon yönetimi, kodun daha zor tahmin edilmesi için **yalnızca asal sayı olan kodları** kullanmaya karar verdi. Elde şu aday kodlar var:

$$51 \cdot 57 \cdot 67 \cdot 87 \cdot 91 \cdot 97$$

- a) Bu kodları "asaldır" ve "asal değildir" diye ikiye ayırınız. Asal olmayanların her biri için 1 ve kendisi dışında bir çarpan gösteriniz.
- b) Öğrencilerin çoğu 91 sayısını asal sanır. Bu sayı 2'ye, 3'e ve 5'e bölünmediği hâlde neden asal değildir? Bulunuz.
- c) Bir sayının asal olduğuna karar vermeden önce hangi asal sayılara kadar deneme yapmak gerekir? 91 ve 97 üzerinden açıklayınız.

ÇÖZÜM

3 Bir okulun şifreleme kulübünde öğrenciler, mesajları asal sayılar kullanarak şifreliyor. Kullanılacak asal sayılar üzerine üç öğrenci şöyle diyor:

Ayla: "1 sayısını da kullanabiliriz, çünkü 1 yalnızca 1'e ve kendisine bölünür."

Bora: "2 sayısını kullanamayız, çünkü çift sayılar asal olmaz."

Ceyda: "En küçük asal sayı 2'dir ve 2'den başka çift asal sayı yoktur."

a) Her üç öğrenci için "doğru" ya da "yanlış" kararınızı verip asal sayı tanımına dayanarak gerekçelendiriniz.

b) 2'den büyük bütün asal sayılar neden tek olmak zorundadır? Açıklayınız.

c) Bir öğrenci b şıkkındaki sonucu tersine çevirip "Öyleyse tek olan her sayı asaldır." diyor. Bu ifade doğru mudur? İki karşı örnek veriniz.

ÇÖZÜM

4 Bir basketbol takımında forma numaraları **iki basamaklı asal sayılardan** seçilmektedir. Malzemeciye gelen kutuda numarası **■7** biçiminde olan formalar vardır; **■** bir rakamı göstermektedir.

a) **■** yerine hangi rakamlar yazılabilir? Bütün rakamları tek tek deneyip eleyerek gösteriniz.

b) Kaç farklı forma numarası kullanılabilir? Elenen numaraların her biri için 1 ve kendisi dışında bir çarpan yazınız.

c) Malzemeci "**■** yerine 0 da yazılabilir, numara 07 olur." diyor. Katılıyor musunuz? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

5 Bir çiçekçi, vitrinine yerleştireceği **252 laleyi** eşit demetlere ayırmayı planlıyor. Demet büyüklüklerini kolayca görebilmek için önce sayıyı **asal çarpan algoritması** ile çözümlemeye karar veriyor.

a) 252 sayısını asal çarpan algoritmasıyla çözümleyip asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazınız. Bölme basamaklarını gösteriniz.

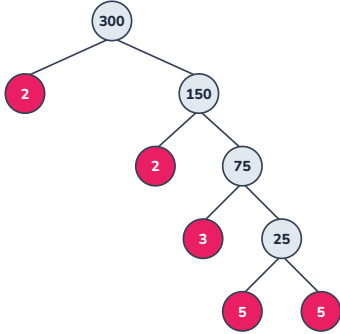
b) 252'nin birbirinden farklı asal çarpanları hangileridir, kaç tanedir?

c) Çiçekçi "Laleleri 5'erli demetler hâlinde de düzenleyebilirim." diyor. Katılıyor musunuz? Kararınızı a şıkkında bulduğunuz çarpıma dayandırınız.

ÇÖZÜM

2. Bölüm Soru 6–10

- 6** Bir oyuncak fabrikasında bir günde üretilen oyuncak sayısı, üretim panosuna **çarpan ağacı** ile çizilmiştir. Ağaçta **pembe** daireler asal çarpanları göstermektedir.



- a) Ağacın en alt sırasındaki asal çarpanları kullanarak üretilen oyuncak sayısını asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazınız.
- b) Bu sayının farklı asal çarpanlarının toplamı kaçtır? Bütün asal çarpanlarının toplamı kaçtır? İki sonucun neden farklı çıktığını açıklayınız.
- c) Fabrika, çarpımdaki bir 5'i çıkarıp yerine 7 koyarsa üretim sayısı kaç olur? İşlemi yazınız.

ÇÖZÜM

- 7** Bir zeytinlikte fidanlar dikdörtgen düzende dikilecektir. Ziraat mühendisi not defterine dikilecek fidan sayısını **asal çarpanlarının çarpımı biçiminde** yazmıştır:

$$\text{Fidan sayısı} = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

- a) Kaç fidan dikilecektir? İşlemi yazınız.
- b) Bu sayının birbirinden farklı asal çarpanları hangileridir?
- c) Fidanlar 2'li, 3'lü, 5'li, 9'lu ve 10'lu sıralara artmadan dizilebilir mi? Hiç bölme işlemi yapmadan, yalnızca yukarıdaki çarpıma bakarak her biri için karar veriniz.
- d) Fidanlar 4'lü sıralara artmadan dizilebilir mi? Diğerlerinden farklı olan neyi fark ettiniz? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 8** Bir fırında bir günde **360 ekmek** üretiliyor. Çırac, bu sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için aşağıdaki çözümü yapmış:

$$360 \div 2 = 180$$

$$180 \div 2 = 90$$

$$90 \div 9 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

$$5 \div 5 = 1$$

Çırağın yazdığı sonuç: $360 = 2 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5$

- a) Çırağın çözümündeki hatayı bulup neden hata olduğunu açıklayınız.
 b) Doğru çözümü yapıp 360'ı asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazınız.
 c) Çırağın yazdığı çarpımın sonucunu hesaplayınız. Sonuç 360 çıkmasına rağmen cevabın neden yanlış sayıldığını açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 9** Bir müzede sergi kartları **1'den 40'a** kadar numaralanmıştır. Görevliden, numarası asal sayı olan kartları ayrı bir vitrine koyması istenmiştir. Görevlinin ayırdığı kart numaraları şunlardır:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 21 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37$$

- a) Listeye yanlışlıkla eklenmiş numaraları bulunuz ve her biri için neden asal olmadığını gösteriniz.
 b) Görevli asal bir numarayı atlamış mıdır? Kontrol edip yazınız.
 c) Doğru listeyi yazınız. 40'tan küçük kaç asal sayı vardır?
 d) Görevlinin yanlışlıkla eklediği 9 ve 21 sayılarının ortak özelliği nedir? Görevli hangi yanılgıya düşmüş olabilir? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

10 Bir satranç turnuvasına toplam **40 oyuncu** katılmıştır. Oyuncular **iki salona** yerleştirilecektir ve turnuva kuralı gereği **her salondaki oyuncu sayısı bir asal sayı** olmalıdır. (Salonlar birbirinden ayırt edilmez; 3 ile 37 dağılımı ile 37 ile 3 dağılımı aynı sayılır.)

- a) Toplamı 40 olan bütün asal sayı çiftlerini bulunuz. Sistemli deneyerek gösteriniz.
 b) Bulduğunuz çiftlerin hepsinde iki sayı da tek çıktı. Çiftlerden birinde asal sayı 2 olabilir miydi? İnceleyip açıklayınız.
 c) İki farklı asal sayının toplamı tek bir sayı olabilir mi? Olabiliyorsa hangi durumda? Gerekçenizi yazınız.

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11–15

11 Bir laboratuvarında incelenen numune sayısı asal çarpanlarına ayrılmış, ancak kâğıdın bir kısmı ıslandığı için üç değer okunamıyor. Solda bölümler, sağda bölenler yazılıdır:

$$\blacksquare \div 2 = 198$$

$$198 \div 2 = 99$$

$$99 \div \blacktriangle = 33$$

$$33 \div 3 = 11$$

$$11 \div \bullet = 1$$

- a) $\blacksquare$, $\blacktriangle$ ve $\bullet$ değerleri kaçtır? Her birini nasıl bulduğunuzu adım adım yazınız.
 b) Numune sayısını asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazıp sağlamasını yapınız.
 c) Bu sayının farklı asal çarpanları hangileridir? En büyük asal çarpanı kaçtır?

ÇÖZÜM

- 12** Bir tohum bankasında **273 tohum** bulunmaktadır. Görevli tohumları kaplara bölüştürecek; her kaba **273'ün en büyük asal çarpanı** kadar tohum konacak ve hiç tohum artmayacaktır.

- a) **273 sayısını asal çarpanlarına ayırıp en büyük asal çarpanını bulunuz.**
b) Her kaba bu kadar tohum konursa kaç kap gerekir? İşlemi yazınız.
c) Görevli "En büyük asal çarpan yerine en küçüğünü kullansaydım daha az kap gerekirdi." diyor. Katılıyor musunuz? Hesap yaparak karar veriniz ve aradaki ilişkiyi kendi cümlelerinizle açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 13** Bir tarla sulama sisteminde iki farklı vana tipi vardır ve her tipin debisi **birer asal sayı** ile gösterilmektedir: ▲ ve ■. Mühendisin planında şu bilgi yazılıdır:

$$\blacktriangle \times \blacktriangle \times \blacksquare = 63$$

- a) ▲ ve ■ kaçtır? 63'ü asal çarpanlarına ayırarak bulunuz ve başka bir çözüm olmadığını gösteriniz.
b) ▲ × ■ × ■ kaçtır? İşlemi yazınız.
c) ▲ × ▲ × ▲ × ■ kaçtır?
d) 63'ün bütün çarpanlarını yazınız. Kaç çarpanı vardır?

ÇÖZÜM

- 14** Bir pul koleksiyoncusu özel bir albüm hazırlıyor. Albüme yalnızca şu **iki koşulu birlikte** sağlayan iki basamaklı pulları koyacak:
- Pulun numarası **asal sayı** olacak.
 - Pulun numarasının **rakamları toplamı da asal sayı** olacak.

Elindeki pullar: **21 · 23 · 25 · 29 · 31 · 37 · 53 · 61**

- a) Hangi pullar albüme girer? Her pul için iki koşulu ayrı ayrı kontrol ederek yazınız.
b) 31 ve 37 pulları asal olmalarına rağmen neden albüme girmedi? Açıklayınız.
c) Koleksiyoncu "Bir sayı asalsa rakamları toplamı da asal olmak zorundadır." diyor. Bu ifadeyi elindeki pullardan karşı örneklerle çürütünüz.
d) Rakamları toplamı 3'ün katı olan iki basamaklı bir sayı asal olabilir mi? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

15 Öğrenciler okul gazetesinin **matematik köşesi** için kendi soru kartlarını hazırlayacak. Her madde için koşulları sağlayan bir sayı bulup, kartın arkasına o sayının koşulları **nasıl sağladığını** yazacaklar. Dikkat: her maddede birden çok doğru cevap vardır.

a) **Asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazılışı tam olarak üç asal çarptandan oluşan (aynı asal tekrar edebilir) iki basamaklı bir sayı yazınız. Çözümlemesini gösteriniz.**

b) **Farklı asal çarpanları yalnızca 2 ve 3 olan üç basamaklı bir sayı yazınız.**

c) **Bütün asal çarpanlarının toplamı 12 olan bir sayı yazınız (tekrar eden asal çarpanlar ayrı ayrı sayılır).**

d) **Bir arkadaşınız "1'den büyük her doğal sayı ya asaldır ya da asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazılabilir." cümlesini anlamadı. Ona biri asal, biri asal olmayan iki örnekle bu cümleyi açıklayan kısa bir metin yazınız.**

ÇÖZÜM