

ÇÖZÜMLER

Ortak Katlar, Ortak Bölenler ve Aralarında Asal Sayılar

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1–5

- 1 Bir okulun spor salonunda 1'den 60'a kadar numaralanmış 60 dolap vardır. Beden eğitimi öğretmeni dolapları etiketlerken şu talimatı vermiştir: **numarası 4'ün katı** olan dolaplara mavi etiket, **numarası 6'nın katı** olan dolaplara kırmızı etiket yapıştırılacaktır. Bazı dolaplara **iki etiket birden** yapıştırılacaktır.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

- a) Aşağıdaki tabloda 4'ün katlarını boyayıp 6'nın katlarını yuvarlak içine alınız. Hangi dolaplara iki etiket birden yapıştırılır?
b) Bulduğunuz bu sayılar 4 ile 6'nın nesidir? En küçüğü kaçtır?
c) Okula 60'tan sonra yeni dolaplar eklenirse, iki etiketli olacak sonraki iki dolabın numarası kaç olur? Tabloyu uzatmadan nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

- a) Önce iki listeyi yazalım:

4'ün katları: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60

6'nın katları: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

Tabloda hem boyalı hem yuvarlak içinde olanlar, iki listede de bulunan sayılardır:

12, 24, 36, 48 ve 60 numaralı dolaplara iki etiket birden yapıştırılır. (5 dolap)

- b) Bu sayılar hem 4'ün hem 6'nın katıdır; yani **4 ile 6'nın ortak katlarıdır**. En küçüğü **12**'dir.

Dikkat ediniz: $24 = 2 \times 12$, $36 = 3 \times 12$, $48 = 4 \times 12$, $60 = 5 \times 12$. Bütün ortak katlar **12'nin katı** çıktı.

- c) Sonraki iki dolap **72** ve **84** numaralı olur.

Nasıl bulundu: İki sayının bütün ortak katları, **en küçük ortak katlarının katlarıdır**.

Burada en küçük ortak kat 12 olduğuna göre ortak katlar 12, 24, 36, 48, 60, **72, 84**, 96, ... diye gider. Tabloyu 60'tan öteye uzatmaya gerek yoktur; 60'a **12 eklemek** yeterlidir.

Kontrol: $72 \div 4 = 18 \checkmark$ $72 \div 6 = 12 \checkmark$ $84 \div 4 = 21 \checkmark$ $84 \div 6 = 14 \checkmark$

✓ Doğru Sonuç: a) 12, 24, 36, 48, 60 b) Ortak katları; en küçüğü 12 c) 72 ve 84 (her seferinde 12 eklenir)

2 Bir okulun matematik kulübünde öğrencilere dört problem kartı dağıtılmıştır:

- I. Kart:** İki otobüsten biri 15, diğeri 20 dakikada bir kalkıyor. Birlikte kalktıktan sonra en az kaç dakika sonra yine birlikte kalkarlar?
- II. Kart:** 36 kırmızı ve 48 mavi boncuk, karıştırılmadan özdeş kolyelere eşit olarak dağıtılacak. En fazla kaç kolye yapılabilir?
- III. Kart:** Boyu 60 cm ve 72 cm olan iki kurdele, santimetre cinsinden doğal sayı olacak biçimde eşit parçalara ayrılacak. Parça boyu en fazla kaç cm olur?
- IV. Kart:** Bir fenerden biri 6, diğeri 8 saniyede bir yanıp sönüyor. Aynı anda yandıktan sonra 3. kez ne zaman birlikte yanarlar?

a) Kartları "ortak kat ile çözülür" ve "ortak bölen ile çözülür" diye ikiye ayırınız. Her kart için kararınızın gerekçesini bir cümleyle yazınız.

b) I. ve III. kartları çözünüz.

c) Bir öğrenci "Soruda 'en az' geçiyorsa ortak kat, 'en fazla' geçiyorsa ortak bölen kullanılır." diyor. Bu kural güvenli midir? Gerekçelendiriniz.

• a)

— **I. Kart → ORTAK KAT.** Kalkışlar **tekrar ediyor** ve iki otobüsün **aynı anda** kalkması soruluyor.

— **II. Kart → ORTAK BÖLEN.** Elde belirli miktarlar var ve bunlar **eşit olarak bölüştürülüyor**; kolye sayısı hem 36'yı hem 48'i kalansız bölmeli.

— **III. Kart → ORTAK BÖLEN.** İki kurdele **eşit parçalara kesiliyor**; parça boyu hem 60'ı hem 72'yi kalansız bölmeli.

— **IV. Kart → ORTAK KAT.** Yanıp sönme **tekrar eden** bir olay ve iki fenerin **aynı anda** yanması soruluyor.

• b)

I. Kart: 15'in katları: 15, 30, 45, **60** · 20'nin katları: 20, 40, **60**

Ortak katların en küçüğü **60**'tır → **en az 60 dakika sonra** yine birlikte kalkarlar.

Kontrol: $60 \div 15 = 4 \checkmark$ $60 \div 20 = 3 \checkmark$

III. Kart: 60'ın bölenleri: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

72'nin bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

Ortak bölenler: 1, 2, 3, 4, 6, **12** → en büyüğü **12**. Parça boyu **en fazla 12 cm** olur.

Kontrol: $60 \div 12 = 5$ parça $\checkmark$ $72 \div 12 = 6$ parça $\checkmark$

• c) **Güvenli değildir.** "En az" ve "en fazla" kelimeleri kavramı seçmez; yalnızca **seçilen listeden hangi sayının alınacağını** söyler.

devamı →

2 (çözümün devamı)

Karşı örnek: "Kenar uzunlukları 18 m ve 24 m olan bahçenin çevresine eşit aralıklarla **en az kaç fidan** dikilir?" Burada "en az" geçtiği hâlde soru **ortak bölen** ile çözülür: aralık en büyük ortak bölen olan 6 m seçilir, böylece fidan sayısı en aza iner.

Doğru sıra şudur: Önce "olaylar tekrar edip birleşiyor mu, yoksa miktarlar bölüştürülüyor mu?" sorusu yanıtlanır ve kavram seçilir. Ancak **ondan sonra** ortak katların en küçüğü ya da ortak bölenlerin en büyüğü alınır.

✓ **Doğru Sonuç: a) Ortak kat: I ve IV / Ortak bölen: II ve III b) I → 60 dakika, III → 12 cm c) Güvenli değil; önce birleştirme mi bölüştürme mi sorulmalı**

3 Bir sınıfta "aralarında asal sayılar" konusu işlenirken üç öğrenci şöyle diyor:

Alp: "9 ile 16 aralarında asal olamaz, çünkü ikisi de asal sayı değil."

Berk: "Ardışık iki doğal sayı her zaman aralarında asaldır."

Ceren: "İki çift sayı hiçbir zaman aralarında asal olamaz."

a) Her üç öğrenci için "doğru" ya da "yanlış" kararınızı verip aralarında asal olma tanımına dayanarak gerekçelendiriniz.

b) 1 ile 36 aralarında asal mıdır? Bölenlerini yazarak gösteriniz.

c) Alp'in cümlesini tersine çevirip "Aralarında asal iki sayıdan en az biri asaldır." diyen bir öğrenciye iki karşı örnek veriniz.

• **a)**

— **Alp: YANLIŞ.** Ölçüt sayıların asal olması değil, **1'den başka ortak bölenlerinin olmamasıdır.**

9'un bölenleri: 1, 3, 9 · 16'nın bölenleri: 1, 2, 4, 8, 16

Ortak olan tek sayı 1'dir → 9 ile 16 **aralarında asaldır.** "Asal sayı" tek bir sayının özelliğidir; "aralarında asal" ise iki sayının **birbirine göre** durumudur.

— **Berk: DOĞRU.** İki sayının ortak böleni, **aralarındaki farkı da** bölmek zorundadır.

Ardışık iki sayının farkı 1 olduğundan ortak bölen ancak 1 olabilir. Örnek: 17 ve 18 → 17'nin bölenleri 1, 17; 18'in bölenleri 1, 2, 3, 6, 9, 18 → ortak yalnız 1 ✓

— **Ceren: DOĞRU.** İki sayı da çiftse ikisi de **2'ye kalansız bölünür;** öyleyse 2 her zaman bir ortak bölenidir. 1'den başka ortak bölen bulunduğu için böyle iki sayı aralarında asal **olamaz.** Örnek: 8 ve 10 → ortak bölenleri 1 ve 2.

• **b) Evet, aralarında asaldır.**

1'in bölenleri: 1 (tek bir böleni vardır)

36'nın bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

devamı →

3 (çözümün devamı)

Ortak olan tek sayı **1**'dir. Zaten 1'in 1'den başka böleni olmadığı için **1 ile her doğal sayı aralarında asaldır.**

- **c) İfade yanlıştır;** iki karşı örnek:

Karşı örnek 1: 9 ve 16 → $9 = 3 \times 3$ ve $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$; **hiçbiri asal değil**, ama ortak bölenleri yalnız 1 olduğu için aralarında asaldırlar.

Karşı örnek 2: 8 ve 15 → $8 = 2 \times 2 \times 2$ ve $15 = 3 \times 5$; **hiçbiri asal değil**, ortak asal çarpanları da yok → aralarında asaldırlar.

(25 ile 27, 4 ile 9, 21 ile 22 de olur.)

✓ **Doğru Sonuç: a) Alp yanlış, Berk doğru, Ceren doğru b) Evet, ortak bölen yalnız 1 c) 9 ve 16; 8 ve 15**

- 4** Bir duraktan geçen **A hattı** otobüsleri her **12 dakikada**, **B hattı** otobüsleri her **16 dakikada** bir kalkmaktadır. İki hat saat **07.00**'de birlikte kalkmıştır.

- a) İki hattın ilk kez yeniden birlikte kalkmasına kaç dakika vardır? Katlarını yazarak bulunuz.**
b) 07.00'den sonraki 2. birlikte kalkış saat kaçtır?
c) Saat 07.00 ile 12.00 arasında (07.00 dâhil, 12.00 dâhil) iki hat kaç kez birlikte kalkar? Son birlikte kalkış saat kaçtır?

- **a) Kalkışlar tekrar ediyor ve aynı anda olmaları soruluyor → ortak kat problemi.**

12'nin katları: 12, 24, 36, **48**, 60, 72, 84, **96**

16'nın katları: 16, 32, **48**, 64, 80, **96**

Ortak katların en küçüğü **48**'dir → ilk kez **48 dakika** sonra birlikte kalkarlar (saat 07.48).

Kontrol: $48 \div 12 = 4$ ✓ $48 \div 16 = 3$ ✓

- **b) Bütün ortak katlar 48'in katlarıdır: 48, **96**, 144, ...**

2. birlikte kalkış **96 dakika** sonradır.

96 dakika = **1 saat 36 dakika**

07.00 + 1 saat 36 dakika = **08.36**

- **c) 07.00 ile 12.00 arası **5 saat = 300 dakika**'dır. Birlikte kalkışlar 0, 48, 96, ... yani 48'in katlarında olur:**

0 dk → 07.00 (başlangıç)

48 dk → 07.48

96 dk → 08.36

devamı →

4 (çözümün devamı)

144 dk → 09.24

192 dk → 10.12

240 dk → 11.00

288 dk → **11.48**

Sıradaki 336 dakikadır; $336 > 300$ olduğu için saat 12.36'ya denk gelir ve aralığın dışında kalır.

Öyleyse **7 kez** birlikte kalkarlar; son birlikte kalkış **11.48'**dedir.

(Kontrol: $288 \div 48 = 6$, başlangıçtaki kalkışla birlikte $6 + 1 = 7$ ✓)

✓ **Doğru Sonuç: a) 48 dakika b) 08.36 c) 7 kez; son kalkış 11.48**

5 Bir okulun yardım kampanyasında **84 defter** ve **126 kalem** toplanmıştır. Bunlar birbirine karıştırılmadan, hiç artmayacak biçimde **özdeş kolilere** yerleştirilecektir.

a) 84 ile 126'nın bütün ortak bölenlerini bulunuz.

b) En fazla kaç koli hazırlanabilir? Bu durumda her koliye kaç defter ve kaç kalem konur?

c) Öğretmen "Ben 21 koli hazırlamak istiyorum." diyor. Bu mümkün müdür?

Gerekçelendiriniz.

d) Aynı öğretmen "O hâlde 25 koli de hazırlayabilirim." diyor. Katılıyor musunuz?

- a) Koli sayısı hem 84'ü hem 126'yı kalansız bölmelidir → **ortak bölen** problemi. Bölenleri çarpan çiftleriyle yazalım:

$$84 = 1 \times 84 \cdot 2 \times 42 \cdot 3 \times 28 \cdot 4 \times 21 \cdot 6 \times 14 \cdot 7 \times 12 \rightarrow \mathbf{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84}$$

$$126 = 1 \times 126 \cdot 2 \times 63 \cdot 3 \times 42 \cdot 6 \times 21 \cdot 7 \times 18 \cdot 9 \times 14 \rightarrow \mathbf{1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126}$$

İki listede de bulunanlar:

Ortak bölenler: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

- b) "En fazla" istendiği için ortak bölenlerin **en büyüğü** alınır: **42 koli**.

Defter: $84 \div 42 = 2$ defter

Kalem: $126 \div 42 = 3$ kalem

Her koliye 2 defter ve 3 kalem konur. (Kontrol: $42 \times 2 = 84$ ✓ $42 \times 3 = 126$ ✓)

- c) **Mümkündür**. 21 sayısı a şıkkındaki ortak bölen listesinde vardır.

$$84 \div 21 = 4 \text{ defter} \cdot 126 \div 21 = 6 \text{ kalem}$$

devamı →

5 (çözümün devamı)

Her koliye 4 defter ve 6 kalem konur, hiçbir şey artmaz ✓

Önemli olan şudur: **ortak bölenlerin hepsi** geçerli bir koli sayısıdır (1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42). "En fazla" sorulduğunda bunlardan en büyüğü seçilir, ama diğerleri de yapılabilir.

- **d) Katılmıyorum.** 25 sayısı ortak bölen listesinde yoktur; hatta 84'ün de 126'nın da böleni değildir.

$84 \div 25 \rightarrow$ bölüm 3, **kalan 9** ×

$126 \div 25 \rightarrow$ bölüm 5, **kalan 1** ×

Hem defterlerden hem kalemlerden artacağı için 25 koli hazırlanamaz. Koli sayısı, mutlaka **iki sayının da böleni** olmalıdır.

✓ **Doğru Sonuç: a) 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 b) 42 koli; 2 defter + 3 kalem c) Mümkün (4 defter + 6 kalem) d) Hayır, 25 ortak bölen değil**

2. Bölüm Soru 6–10

- 6** Bir marangozun elinde şekilde uzunlukları verilen iki çita vardır. Marangoz, iki çitayı da **santimetre cinsinden doğal sayı** olacak biçimde **eşit uzunlukta** parçalara ayıracak ve hiç artık bırakmayacaktır.



- a) Parça uzunluğu kaç santimetre olabilir? Bütün seçenekleri yazınız.**
- b) Parçalar en uzun olduğunda toplam kaç parça elde edilir?**
- c) Marangoz "Parçaları 8'er santimetre yapayım, 48'lik çitadan tam 6 parça çıkıyor." diyor. Bu plan yürür mü? Gerekçelendiriniz.**

- **a)** Parça uzunluğu hem 36'yı hem 48'i kalansız bölmelidir → **ortak bölen** problemi.

$$36 = 1 \times 36 \cdot 2 \times 18 \cdot 3 \times 12 \cdot 4 \times 9 \cdot 6 \times 6 \rightarrow \mathbf{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}$$

$$48 = 1 \times 48 \cdot 2 \times 24 \cdot 3 \times 16 \cdot 4 \times 12 \cdot 6 \times 8 \rightarrow \mathbf{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}$$

Ortak bölenler: **1, 2, 3, 4, 6, 12**

Parça uzunluğu **1, 2, 3, 4, 6 ya da 12 cm** olabilir.

- **b)** En uzun parça, ortak bölenlerin en büyüğü olan **12 cm**'dir.

1. çita: $36 \div 12 = \mathbf{3}$ parça

2. çita: $48 \div 12 = \mathbf{4}$ parça

devamı →

6 (çözümün devamı)

Toplam $3 + 4 = 7$ parça elde edilir.

(Fark ediniz: 3 ile 4 **aralarında asaldır**. En büyük ortak bölene bölündükten sonra kalan sayılar her zaman aralarında asal çıkar.)

- **c) Plan yürümez.** Marangoz yalnızca **bir** çıtaya bakmış.

$48 \div 8 = 6$ ✓ doğrudur, ikinci çitadan gerçekten tam 6 parça çıkar.

Ama $36 \div 8 \rightarrow$ bölüm 4, **kalan 4** $\times$ Birinci çitadan 4 parça çıkar ve **4 cm artar**.

Soruda "hiç artık bırakmayacak" dendiğine göre bu kabul edilemez.

Nedeni: 8 sayısı 48'in bölenidir ama 36'nın böleni **değildir**; yani bir **ortak bölen değildir**.

Parça uzunluğu **her iki sayıyı birden** bölmek zorundadır. Marangoz 8'e en yakın uygun ölçü olarak **6 cm**'yi seçebilir: $36 \div 6 = 6$ ve $48 \div 6 = 8$, hiç artık kalmaz ✓

✓ **Doğru Sonuç: a) 1, 2, 3, 4, 6, 12 cm b) 12 cm'de toplam 7 parça c) Yürümez; 8, 36'yı bölmez (4 cm artar)**

- 7** Bir atletizm pistinde Deniz bir turu **40 saniyede**, Ege ise bir turu **60 saniyede** tamamlamaktadır. İkisi başlangıç çizgisinden **aynı anda** koşmaya başlar ve hız değiştirmeden koşarlar.

- a) İlk kez kaç saniye sonra ikisi birden başlangıç çizgisinde olur? Katlarını yazarak bulunuz.
 b) Bir öğrenci " $40 \times 60 = 2400$, öyleyse ilk buluşma 2400 saniye sonradır." diyor. 2400 saniye gerçekten bir buluşma anı mıdır? Kaçınıcı buluşmadır?
 c) İki sayının çarpımı ne zaman en küçük ortak kata eşit olur? Bir örnekle açıklayınız.
 d) Koşu 10 dakika sürerse, başlangıç anı sayılmazsa kaç kez birlikte çizgide olurlar?

- **a)** Turlar tekrar ediyor ve ikisinin **aynı anda** çizgide olması soruluyor $\rightarrow$ **ortak kat**.

40'ın katları: 40, 80, **120**, 160, 200, **240**

60'ın katları: 60, **120**, 180, **240**

Ortak katların en küçüğü **120 saniye**, yani **2 dakika**'dır.

Kontrol: $120 \div 40 = 3$ tur (Deniz) ✓ $120 \div 60 = 2$ tur (Ege) ✓

- **b)** 2400 saniye **gerçekten bir buluşma anıdır**:

$2400 \div 40 = 60$ ✓ $2400 \div 60 = 40$ ✓

Yani 2400 bir **ortak kattır** — ama **en küçük ortak kat değildir**. Öğrencinin hatası "ilk buluşma" demesidir.

Bütün buluşmalar 120'nin katlarında olduğuna göre:

$2400 \div 120 = 20$

devamı $\rightarrow$

7 (çözümün devamı)

2400. saniye **20. buluşmadır**, ilk buluşma değil. İki sayının çarpımı her zaman bir ortak kattır; çünkü 40×60 sayısı hem 40'a (60 kez) hem 60'a (40 kez) bölünür.

- **c)** Çarpım, yalnızca **iki sayı aralarında asal olduğunda** en küçük ortak kata eşit olur.

Örnek: 4 ve 9 aralarında asaldır ($4 = 2 \times 2$, $9 = 3 \times 3$; ortak asal çarpan yok).

4'ün katları: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, **36** · 9'un katları: 9, 18, 27, **36**

En küçük ortak kat **36** = 4×9 ✓

Bizim sayılarımızda neden olmadı: 40 ile 60'ın ortak bölenleri 1, 2, 4, 5, 10, 20'dir; en büyüğü **20**'dir. Aralarında asal olmadıkları için çarpım (2400), en küçük ortak katın (120) tam **20 katı** çıkmıştır.

- **d)** 10 dakika = **600 saniye**. Buluşmalar 120'nin katlarında olur:

120, 240, 360, 480, **600**

Sıradaki 720 saniyedir ve 600'ü aştığı için sayılmaz.

Başlangıç anı sayılmadığına göre **5 kez** birlikte çizgide olurlar.

(Kontrol: $600 \div 120 = 5$ ✓)

✓ **Doğru Sonuç: a) 120 saniye (2 dakika) b) Evet ama 20. buluşma c) Sayılar aralarında asalsa (4 ve 9 → 36) d) 5 kez**

8 Bir öğrenci **24 ile 40**'ın ortak bölenlerini bulmak için ödev defterine şu çözümü yazmıştır:

24'ün bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

40'ın bölenleri: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 40

Ortak bölenler: 1, 2, 4, 8

En büyük ortak bölen: 8

a) Öğrencinin bölen listelerinden birinde bir eksik vardır. Bulup yazınız. Bu eksikliği kaçırmamak için hangi yöntem kullanılmalıydı?

b) Bu eksik, öğrencinin ortak bölen cevabını değiştirdi mi? Gerekçelendiriniz.

c) Aynı öğrenci defterin altına "24 ile 40'ın ortak katlarının en küçüğü de 8'dir." diye yazmış. Bu ifadeyi düzeltiniz.

- **a)** Eksik **40'ın bölenleri** listesindedir: **20** yazılmamıştır.

Doğru liste: **1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40**

Kullanılması gereken yöntem — çarpan çiftleri:

$$40 = 1 \times 40 \cdot 2 \times 20 \cdot 4 \times 10 \cdot 5 \times 8$$

devamı →

8 (çözümün devamı)

Çiftler hâlinde yazıldığında her bölen **eşiyle birlikte** çıkar ve hiçbirisi atlanmaz. Öğrenci 2×20 çiftini yazarken 20'yi listeye eklemeyi unutmuştur. (Eksik bölenler çoğunlukla listenin **ortasındaki** çiftlerden çıkar.)

- **b) Değiştirmedi.** Ortak bölenler yine **1, 2, 4, 8**, en büyük ortak bölen yine **8**'dir.

Nedeni: Unutulan sayı **20**, 24'ün böleni **değildir** ($24 \div 20$ kalansız değil). Bir sayının ortak bölen listesine girebilmesi için **her iki listede birden** bulunması gerekir. 20 zaten 24'ün listesinde olmadığı için ortak bölen olamazdı.

Ama bu bir şans eserdir: Eksik kalan sayı diğer listede de bulunsaydı cevap yanlış çıkardı. Örneğin öğrenci 24'ün listesinden 12'yi, 40'ın listesinden 4'ü unutsaydı, en büyük ortak böleni 8 yerine 2 bulurdu. Bu yüzden liste her zaman eksiksiz yazılmalıdır.

- **c) İfade yanlıştır;** öğrenci **ortak bölen** ile **ortak kat** kavramlarını karıştırmıştır. 8 sayısı 24 ile 40'ın en büyük **ortak bölenidir**; bir ortak **kat** değildir. Nitekim 8 sayısı 24'ten de 40'tan da **küçüktür**; oysa ortak katlar iki sayıdan da küçük olamaz.

Doğrusu:

24'ün katları: 24, 48, 72, 96, **120**

40'ın katları: 40, 80, **120**

Ortak katların en küçüğü 120'dir.

Kontrol: $120 \div 24 = 5 \checkmark$ $120 \div 40 = 3 \checkmark$

✓ **Doğru Sonuç:** a) 20 eksik; çarpan çiftleri yazılmalıydı b) Değiştirmedi, 20 sayısı 24'ü bölmüyor c) 8 ortak bölendir; ortak katların en küçüğü 120

9 Bir öğrenci matematik günlüğüne şu iki cümleyi yazmıştır:

1. cümle: "12 ile 25 aralarında asal olamaz, çünkü ikisi de asal sayı değildir."

2. cümle: "3 ile 9 aralarında asaldır, çünkü ikisi de tek sayıdır."

a) 1. cümledeki hatayı bulup bölenleri yazarak düzeltiniz.

b) 2. cümledeki hatayı bulup bölenleri yazarak düzeltiniz. Öğrenci hangi kuralı yanlış hatırlamıştır?

c) Öğrencinin kullanması gereken doğru ölçütü bir cümleyle yazınız ve bu ölçütü üç farklı sayı çiftinde uygulayarak gösteriniz.

- **a) Hata:** Öğrenci ölçüt olarak "sayıların asal olması"nı kullanmıştır. Oysa aralarında asallık, sayıların kendi başına asal olup olmamasıyla ilgili **değildir**.

Doğru çözüm:

12'nin bölenleri: **1, 2, 3, 4, 6, 12**

devamı →

9 (çözümün devamı)

25'in bölenleri: 1, 5, 25

Ortak olan tek sayı 1'dir → **12 ile 25 aralarında asaldır.**

Asal çarpanlarla da görülür: $12 = 2 \times 2 \times 3$, $25 = 5 \times 5$ → ortak asal çarpan yok ✓

- **b) Hata:** Öğrenci "ikisi de tek sayı" ölçütünü kullanmıştır. Tek olmak tek başına yetmez.

Doğru çözüm:

3'ün bölenleri: 1, 3

9'un bölenleri: 1, 3, 9

Ortak bölenler 1 ve 3'tür → **3 ile 9 aralarında asal DEĞİLDİR.**

Yanlış hatırlanan kural: Doğru kural "**ardışık** tek doğal sayılar aralarında asaldır" biçimindedir (21 ile 23, 27 ile 29 gibi). 3 ile 9 ardışık tek sayı değildir; aralarında 5 ve 7 vardır. Üstelik burada 3 sayısı 9'u **tam böler**; bir sayı diğerini tam bölüyorsa aralarında asal olamazlar (küçük sayı ortak bölen olur).

- **c) Doğru ölçüt:** "İki sayının **1'den başka ortak böleni yoksa** bu sayılar aralarında asaldır." (Aynı şey: iki sayının **ortak asal çarpanı yoksa** aralarında asaldırlar.)

Üç uygulama:

— **14 ve 15:** 14'ün bölenleri 1, 2, 7, 14 · 15'in bölenleri 1, 3, 5, 15 → ortak yalnız 1 ✓
aralarında asal (ardışık sayılar)

— **16 ve 27:** $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$, $27 = 3 \times 3 \times 3$ → ortak asal çarpan yok ✓ **aralarında asal**
(hiçbiri asal değil ama koşul sağlanıyor)

— **15 ve 21:** 15'in bölenleri 1, 3, 5, 15 · 21'in bölenleri 1, 3, 7, 21 → ortak bölen 3 var ×
aralarında asal değil (ikisi de tek olmasına rağmen)

✓ **Doğru Sonuç:** a) 12 ile 25 aralarında asaldır b) 3 ile 9 değildir (ortak bölen 3); kural ardışık tek sayılar içindir c) Ölçüt: 1'den başka ortak bölen olmaması

10 Bir çiftlikte toplanan yumurtalar **6'lı** ya da **10'lu** viyollere yerleştirildiğinde hiç yumurta artmamaktadır. Yumurta sayısının **100 ile 140 arasında** olduğu bilinmektedir.

a) 6 ile 10'un ortak katlarını sırayla yazınız. En küçüğü kaçtır?

b) Çiftlikte kaç yumurta toplanmıştır?

c) Bu yumurtalar 6'lı viyollere konursa kaç viyol, 10'lu viyollere konursa kaç viyol gerekir?

d) Çiftlik sahibi " $6 \times 10 = 60$, öyleyse ortak katlar 60'ın katlarıdır." diyor. Bu iddiayı bir karşı örnekle çürütünüz.

- a) Yumurta sayısı hem 6'nın hem 10'un katıdır → **ortak kat** problemi.

6'nın katları: 6, 12, 18, 24, **30**, 36, 42, 48, 54, **60**, ..., **90**, ..., **120**, ...

10'un katları: 10, 20, **30**, 40, 50, **60**, 70, 80, **90**, 100, 110, **120**, ...

Ortak katlar: 30, 60, 90, 120, 150, ...

En küçük ortak kat **30**'dur; diğerleri 30'un katlarıdır.

- b) Ortak katlardan **100 ile 140 arasında** olan tek sayı **120**'dir. (90 küçük, 150 büyüktür.)

Çiftlikte **120 yumurta** toplanmıştır.

- c) 6'lı viyoller: $120 \div 6 = 20$ viyol

10'lu viyoller: $120 \div 10 = 12$ viyol

İki durumda da hiç yumurta artmaz ✓

- d) **İddia yanlıştır. Karşı örnek: 30.**

30 sayısı bir ortak kattır ($30 \div 6 = 5$ ✓ ve $30 \div 10 = 3$ ✓), ama **60'ın katı değildir**. Çiftlik sahibinin kuralı bu ortak katı kaçırır.

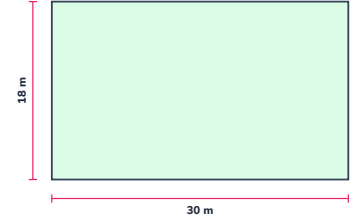
Doğrusu: Bütün ortak katlar, **en küçük ortak katın** katlarıdır — çarpımın değil. Burada en küçük ortak kat **30**'dur ve gerçekten 60, 90, 120, 150 sayılarının hepsi 30'un katıdır.

İki sayının çarpımı yalnızca sayılar **aralarında asal olduğunda** en küçük ortak kata eşit olur. 6 ile 10'un ortak böleni 2 olduğundan burada çarpım (60), en küçük ortak katın **iki katı** çıkmıştır.

✓ **Doğru Sonuç: a) 30, 60, 90, 120, 150 → en küçüğü 30 b) 120 yumurta c) 20 ve 12 viyol d) 30 ortak kattır ama 60'ın katı değildir**

3. Bölüm Soru 11–15

- 11** Kübra'nın kenar uzunlukları şekilde verilen dikdörtgen biçiminde bir bahçesi vardır. Kübra bahçenin etrafına, **köşelere de birer tane gelecek** biçimde **eşit aralıklarla** fidan dikecektir. Aralıklar metre cinsinden doğal sayı olacaktır.



- a) Fidanlar arasındaki uzaklık kaç metre olabilir? Bütün seçenekleri yazınız.
- b) En az kaç fidan gerekir? Bahçenin çevresini hesaplayarak bulunuz.
- c) b şıkkındaki durumda uzun kenar boyunca kaç aralık, kısa kenar boyunca kaç aralık oluşur? Toplamın b şıkkıyla uyduğunu gösteriniz.
- d) Kübra "Aralıkları 4'er metre yapsam daha seyrek olurdu." diyor. Bu mümkün müdür?

- a) Köşelere fidan geleceğine göre aralık, **her iki kenar uzunluğunu da** kalansız bölmelidir → **ortak bölen** problemi.

18'in bölenleri: **1, 2, 3, 6, 9, 18**

30'un bölenleri: **1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**

Ortak bölenler: **1, 2, 3, 6**

Fidan aralığı **1 m, 2 m, 3 m ya da 6 m** olabilir.

- b) Fidan sayısının en az olması için aralık **en büyük** seçilmelidir: **6 m**.

Bahçenin çevresi: $2 \times (18 + 30) = 2 \times 48 = 96 \text{ m}$

Fidan sayısı: $96 \div 6 = 16 \text{ fidan}$

(Kapalı bir yol üzerinde aralık sayısı ile nokta sayısı eşittir; başlangıç noktası aynı zamanda bitiş noktasıdır. Bu yüzden "+1" eklenmez.)

- c) Uzun kenar: $30 \div 6 = 5 \text{ aralık}$

Kısa kenar: $18 \div 6 = 3 \text{ aralık}$

Dikdörtgende iki uzun, iki kısa kenar vardır:

$2 \times 5 + 2 \times 3 = 10 + 6 = 16 \text{ aralık}$

16 aralık → **16 fidan** ✓ b şıkkıyla uyuyor.

Ayrıca her kenarda aralık sayısı tam sayı çıktığı için **köşelere fidan denk geldiği** de doğrulanmış oldu.

- d) **Mümkün değildir.** 4 sayısı a şıkkındaki ortak bölen listesinde yoktur:

$18 \div 4 \rightarrow$ bölüm 4, **kalan 2** ×

devamı →

11 (çözümün devamı)

$30 \div 4 \rightarrow$ bölüm 7, **kalan 2** ×

4'er metrelik aralıklarla ilerlenirse kenarların sonunda 2'şer metrelik boşluklar kalır ve **köşelere fidan denk gelmez**. Oysa soruda köşelere birer fidan gelmesi isteniyor.

Kübra'nın istediği "daha seyrek" dizilim için zaten **en seyrek** seçenek 6 m'dir; 6'dan büyük bir ortak bölen yoktur.

✓ **Doğru Sonuç: a) 1, 2, 3, 6 m b) Çevre 96 m → 16 fidan c) $2 \times 5 + 2 \times 3 = 16$ ✓ d) Mümkün değil, 4 ortak bölen değil**

12 Bir matematik oyununda iki karta birer doğal sayı yazılmıştır. Kartlardaki sayılar ▲ ve ● ile gösteriliyor. Oyunun kuralları şunlardır:

- ▲ ile ● aralarında asaldır.
- ▲ × ● = 84'tür.

a) 84'ün bütün çarpan çiftlerini yazınız. Bunlardan hangileri aralarında asaldır? Her biri için gerekçenizi yazınız.

b) ▲ + ● toplamının alabileceği en küçük ve en büyük değer kaçtır?

c) Elenen çiftlerin ortak bir özelliği vardır. Bu özelliği bulup neden aralarında asal olmadıklarını açıklayınız.

d) $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ 'dir. Aralarında asal çiftler oluşturulurken asal çarpanların nasıl dağıtıldığını açıklayınız.

- a) $84 = 1 \times 84 \cdot 2 \times 42 \cdot 3 \times 28 \cdot 4 \times 21 \cdot 6 \times 14 \cdot 7 \times 12 \rightarrow$ **altı çarpan çifti** vardır.
 - **1 ve 84** → 1'in tek böleni 1'dir ✓ **aralarında asal**
 - **2 ve 42** → ikisi de çift, ortak bölen 2 ×
 - **3 ve 28** → 3'ün bölenleri 1, 3; 28'in bölenleri 1, 2, 4, 7, 14, 28 → ortak yalnız 1 ✓ **aralarında asal**
 - **4 ve 21** → $4 = 2 \times 2$, $21 = 3 \times 7$; ortak asal çarpan yok ✓ **aralarında asal**
 - **6 ve 14** → ikisi de çift, ortak bölen 2 ×
 - **7 ve 12** → 7 asaldır ve 12'yi bölmez ✓ **aralarında asal**

- b) Aralarında asal çiftlerin toplamları:

$$1 + 84 = 85 \cdot 3 + 28 = 31 \cdot 4 + 21 = 25 \cdot 7 + 12 = 19$$

En küçük değer 19'dur (7 ve 12).

En büyük değer 85'tir (1 ve 84).

(Çarpımı sabit olan iki sayının toplamı, sayılar birbirine **yaklaştıkça** küçülür; bu yüzden en küçük toplam birbirine en yakın olan aralarında asal çiftte çıkar.)

devamı →

12 (çözümün devamı)

- **c)** Elenen çiftler **2 ile 42** ve **6 ile 14**'tür. Ortak özellikleri: **her iki sayının da çift olmasıdır.**

İki sayı da çiftse ikisi de **2'ye kalansız bölünür**; öyleyse 2 bir ortak bölenidir. 1'den başka ortak bölen bulunduğuna göre bu çiftler aralarında asal olamaz.

Kalan dört çiftin her birinde **en fazla bir tanesi** çifttir (84, 28, 4, 12); eşleri tektir.

- **d)** 84 sayısında **iki tane 2, bir tane 3 ve bir tane 7** vardır. İki sayı aralarında asal olacaksa **aynı asal çarpan iki tarafa birden dağıtılamaz**. Öyleyse aynı asaldan olanlar **bir blok hâlinde** tek tarafa gider:

bloklar → **4** (iki tane 2), **3, 7**

Bu üç bloğun her biri ▲ tarafına ya da ● tarafına verilir:

hiçbiri → 1 ve 84 · yalnız 4 → 4 ve 21 · yalnız 3 → 3 ve 28 · yalnız 7 → 7 ve 12

(4 ve 3 birlikte verilirse 12 ve 7 çıkar; bu, 7 ve 12 çiftinin aynısıdır. Bu yüzden **dört farklı çift** vardır — tam olarak a şıkkında bulduklarımız ✓)

2 ve 42 neden çıkmadı? Çünkü orada iki tane 2'den biri bir tarafa, diğeri öbür tarafa dağıtılmış; blok bölünmüş ve ortak çarpan 2 oluşmuştur.

✓ **Doğru Sonuç: a) Aralarında asal: 1-84, 3-28, 4-21, 7-12 b) En küçük 19, en büyük 85 c) İkisi de çift → ortak bölen 2 d) Aynı asalın hepsi tek tarafa gider**

- 13** Bir bilgi yarışmasında takımlara birer sayı çifti dağıtılmıştır. Takımlar, çiftlerinin **aralarında asal olup olmadığını** gerekçesiyle söyleyecektir. Dağıtılan çiftler şunlardır:

14 – 21 · 16 – 17 · 24 – 35 · 18 – 27 · 33 – 34 · 45 – 56 · 22 – 26 · 9 – 64

- a) Çiftleri "aralarında asal" ve "aralarında asal değil" diye ikiye ayırınız. Aralarında asal olmayanlar için 1'den farklı bir ortak bölen yazınız.
- b) Hangi çiftlerde liste yapmadan, doğrudan bir kısayol kuralı kullanılabilir? Kuralı yazınız.
- c) 24 – 35 ve 9 – 64 çiftlerinde sayıların hiçbiri asal değildir, buna rağmen aralarında asaldırlar. Bu durumu asal çarpanları kullanarak açıklayınız.
- d) 22 – 26 çiftinde 26 yerine hangi sayı yazılırsa çift aralarında asal olur? 26'dan büyük en küçük sayıyı bulunuz.

- a)

ARALARINDA ASAL OLANLAR:

— **16 – 17** → ortak bölen yalnız 1 ✓

— **24 – 35** → $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$, $35 = 5 \times 7$ → ortak asal çarpan yok ✓

— **33 – 34** → $33 = 3 \times 11$, $34 = 2 \times 17$ → ortak asal çarpan yok ✓

devamı →

13 (çözümün devamı)

— **45 – 56** → $45 = 3 \times 3 \times 5$, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ → ortak asal çarpan yok ✓

— **9 – 64** → $9 = 3 \times 3$, $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ → ortak asal çarpan yok ✓

ARALARINDA ASAL OLMAYANLAR:

— **14 – 21** → ortak bölen **7** ($14 = 7 \times 2$, $21 = 7 \times 3$)

— **18 – 27** → ortak bölen **9** (ayrıca 3; $18 = 9 \times 2$, $27 = 9 \times 3$)

— **22 – 26** → ortak bölen **2** (ikisi de çift)

- b) Üç çiftte kısayol kullanılabilir:**

— **16 – 17** ve **33 – 34** → "**Ardışık doğal sayılar her zaman aralarında asaldır.**" Nedeni: ortak bölen, sayıların **farkını da** bölmek zorundadır; ardışık sayıların farkı 1'dir, öyleyse ortak bölen ancak 1 olabilir.

— **22 – 26** → "**İki çift sayı hiçbir zaman aralarında asal olamaz.**" İkisi de 2'ye bölündüğü için 2 daima ortak bölendir.

(Diğer çiftler için bölenleri ya da asal çarpanları incelemek gerekir.)

- c) Aralarında asallığın ölçütü sayıların kendi başına asal olması değil, ortak bir asal çarpan taşımamalarıdır.**

— **24 – 35:** 24'ün asal çarpanları **2 ve 3**; 35'in asal çarpanları **5 ve 7**. İki liste hiç kesişmiyor → 1'den başka ortak bölen üretecek malzeme yok ✓

— **9 – 64:** 9 yalnızca **3**'lerden, 64 yalnızca **2**'lerden kuruludur. Yine hiç kesişme yok ✓

Yani iki sayı da kendi içinde çok sayıda çarpana sahip olabilir; önemli olan bu çarpanların **paylaşılmasıdır**. Bu yüzden "aralarında asal" ile "asal" farklı kavramlardır.

- d) 22 = 2 × 11 olduğuna göre, yazılacak sayı ne 2'ye ne de 11'e bölünmelidir. 26'dan büyük sayıları sırayla deneyelim:**

— **27** → tek sayı (2'ye bölünmez) ✓ $27 = 3 \times 3 \times 3$, 11'e bölünmez ✓ → **aralarında asaldır**

Aranan sayı **27**'dir.

(Kontrol: 22'nin bölenleri 1, 2, 11, 22 · 27'nin bölenleri 1, 3, 9, 27 → ortak yalnız 1 ✓)

✓ **Doğru Sonuç: a) Asal: 16-17, 24-35, 33-34, 45-56, 9-64 / Değil: 14-21 (7), 18-27 (9), 22-26 (2) b) Ardışık sayılar ve iki çift sayı kuralı c) Ortak asal çarpanları yok d) 27**

14 Bir konferans salonunda **98 sandalye** vardır. Salon görevlisi sandalyeleri hem **4'erli** hem de **6'şarlı** gruplara ayırabilmek istemektedir; her iki durumda da hiç sandalye açıkta kalmamalıdır.

a) 4 ile 6'nın ortak katlarını 120'ye kadar sırayla yazınız.

b) Görevli salondan en az kaç sandalye çıkarmalıdır?

c) Görevli sandalye çıkarmak yerine en az kaç sandalye eklemelidir?

d) Bir başka görevli " $4 \times 6 = 24$ olduğu için 24'ün katlarına bakmak yeterli." diyor. Bu yöntem b ve c şıklarında hangi cevapları verirdi? Yöntem güvenilir midir? Açıklayınız.

- a) Sandalye sayısı hem 4'ün hem 6'nın katı olmalıdır → **ortak kat** problemi.

4'ün katları: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44, **48**, ...

6'nın katları: 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, **48**, ...

En küçük ortak kat **12**'dir; diğerleri onun katlarıdır:

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120

- b) 98'den **küçük** olan en büyük ortak kat **96**'dır.

$$98 - 96 = 2$$

Görevli **en az 2 sandalye** çıkarmalıdır.

$$\text{Kontrol: } 96 \div 4 = 24 \text{ grup } \checkmark \quad 96 \div 6 = 16 \text{ grup } \checkmark$$

- c) 98'den **büyük** olan en küçük ortak kat **108**'dir.

$$108 - 98 = 10$$

Görevli **en az 10 sandalye** eklemelidir.

$$\text{Kontrol: } 108 \div 4 = 27 \text{ grup } \checkmark \quad 108 \div 6 = 18 \text{ grup } \checkmark$$

- d) 24'ün katları: 24, 48, 72, **96, 120**, ...

— **b şıkkı için:** 98'den küçük en büyük katı 96'dır → $98 - 96 = 2$. Bu yöntem **doğru cevabı verirdi** (şans eseri, çünkü 96 hem 24'ün hem 12'nin katıdır).

— **c şıkkı için:** 98'den büyük en küçük katı 120'dir → $120 - 98 = 22$. Oysa doğru cevap **10**'dur. Bu yöntem **yanlış cevap verirdi**, çünkü aradaki ortak kat olan **108**'i atlar ($108 \div 24$ kalansız değildir).

Yöntem güvenilir değildir. İki sayının çarpımı her zaman bir ortak kattır, ama **en küçük ortak kat değildir**. Ortak katların tamamını elde etmek için **en küçük ortak katın** katlarına bakılmalıdır; burada bu sayı **12**'dir. 24'ün katlarına bakmak, ortak katların **yarısını** (12, 36, 60, 84, 108) görmezden gelir.

✓ **Doğru Sonuç:** a) **12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120** b) **En az 2 çıkarılmalı (96)**
c) **En az 10 eklenmeli (108)** d) **b'de 2, c'de 22 → güvenilir değil, 108'i atlar**

- 15** Öğrenciler sınıf panosu için kendi **soru kartlarını** hazırlayacaktır. Her madde için koşulu sağlayan bir sayı ya da sayı çifti bulup, kartın arkasına koşulu **nasıl sağladığını** yazacaklar. Dikkat: her maddede birden çok doğru cevap vardır.

- a) Ortak katlarının en küçüğü 24 olan, ikisi de 24'ten küçük iki doğal sayı yazınız. Katlarını göstererek doğrulayınız.
- b) Ortak bölenleri yalnızca 1, 2 ve 4 olan iki doğal sayı yazınız. Bölenlerini yazarak doğrulayınız.
- c) Aralarında asal olan, ikisi de asal olmayan ve ikisi de 20'den büyük iki doğal sayı yazınız.
- d) Bir arkadaşınız "Aralarında asal iki sayının ortak katlarının en küçüğü, o sayıların çarpımına eşittir." cümlesini anlamadı. Ona biri aralarında asal, biri aralarında asal olmayan iki örnekle bu cümleyi açıklayan kısa bir metin yazınız.

• a) Örnek: **6 ve 8**

6'nın katları: 6, 12, 18, **24** · 8'in katları: 8, 16, **24**

24'ten küçük ortak katları yoktur → en küçük ortak kat **24** ✓ ve iki sayı da 24'ten küçük ✓

Nasıl kurulur: 24'ün bölenlerinden ikisi seçilir; bunlar **birbirini tam bölmemeli** ve çarpanları birleştğinde 24 çıkmalıdır.

(Başka doğru cevaplar: **3 ve 8, 8 ve 12**. Buna karşılık 4 ve 6 olmaz: ortak katlarının en küçüğü 24 değil **12**'dir.)

• b) Örnek: **8 ve 12**

8'in bölenleri: **1, 2, 4, 8** · 12'nin bölenleri: **1, 2, 3, 4, 6, 12**

Ortak bölenler: **1, 2, 4** ✓ (8 sayısı 12'yi bölmediği için ortak bölen listesine girmez)

Nasıl kurulur: İki sayı da 4'e bölünmeli ama **8'e birlikte** bölünmemeli, ayrıca **ortak tek çarpanları** olmamalıdır.

(Başka doğru cevaplar: 4 ve 20, 20 ve 28, 12 ve 20, 4 ve 12)

• c) Örnek: **25 ve 27**

$25 = 5 \times 5 \rightarrow$ asal değil ✓ $27 = 3 \times 3 \times 3 \rightarrow$ asal değil ✓ ikisi de 20'den büyük ✓

Ortak asal çarpanları yok (biri yalnız 5'lerden, diğeri yalnız 3'lerden kurulu) → **aralarında asal** ✓

(Başka doğru cevaplar: 21 ve 22, 25 ve 28, 32 ve 45, 27 ve 32, 33 ve 35)

• d) Örnek metin:

"İki sayının ortak katlarının en küçüğünü ararken aslında şunu yaparız: sayıların asal çarpanlarını birleştiririz. Sayılar **aralarında asalsa** hiç ortak çarpanları yoktur; hiçbir şey üst üste binmez ve birleştirme tam olarak **çarpma** işlemine karşılık gelir.

devamı →

15 (çözümün devamı)

Aralarında asal örnek — 4 ve 9: $4 = 2 \times 2$ ve $9 = 3 \times 3$. Ortak asal çarpanları yok. 4'ün katları 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, **36**; 9'un katları 9, 18, 27, **36**. En küçük ortak kat **36** ve gerçekten $4 \times 9 = 36$ ✓

Aralarında asal olmayan örnek — 6 ve 9: $6 = 2 \times 3$ ve $9 = 3 \times 3$. Bu sefer **3 ortaktır**. 6'nın katları 6, 12, **18**; 9'un katları 9, **18**. En küçük ortak kat **18**'dir, oysa çarpımları $6 \times 9 = 54$ 'tür. Çarpım yine bir ortak kattır ($54 \div 6 = 9$ ve $54 \div 9 = 6$), ama en küçüğü değildir; çünkü ortak olan 3'ü **iki kez** saymış oluruz.

Kısacası: çarpım her zaman bir ortak kattır, ama **en küçük** ortak kat olması için sayıların aralarında asal olması gerekir."

✓ **Doğru Sonuç: a) örn. 6 ve 8 b) örn. 8 ve 12 c) örn. 25 ve 27 d) Aralarında asalsa çarpım = en küçük ortak kat (4-9 → 36; 6-9 → 18 ≠ 54)**