

KONU ANLATIMI · CEVAPLI

Ortak Katlar, Ortak Bölenler ve Aralarında Asal Sayılar

Kazanımlar: MAT.6.1.4. İki doğal sayının ortak katlarını ve ortak bölenlerini belirleyerek problem durumlarında kullanabilme · MAT.6.1.5. İki doğal sayının aralarında asal olma durumunu belirleyebilme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

Ortak Katlar

Bir doğal sayının **katları**, o sayının 1, 2, 3, ... ile çarpımlarıdır. Örneğin 6'nın katları 6, 12, 18, 24, 30, ... biçiminde **sonsuz** kadar gider. Bir sayının katlarını yazmak için sayıyı sürekli **kendisi kadar artırmak** yeterlidir.

İki doğal sayının katlarından **ortak olanlara** bu doğal sayıların **ortak katları** denir.

ÖRNEK

3 ve 4 sayılarının ortak katlarını bulalım:
3'ün katları: 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, **36**, ...
4'ün katları: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, ...
İki listede de bulunan sayılar: **12, 24, 36**, ...
Öyleyse 3 ile 4'ün ortak katları 12, 24, 36, ... sayılarıdır.

4'ün katları boyalı, 6'nın katları yuvarlak içinde

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1'den 100'e kadar olan sayı tablosunda 4'ün katları boyanmış, 6'nın katları yuvarlak içine alınmıştır. Hem boyalı hem yuvarlaklı olan sayılar 4 ile 6'nın ortak katlarıdır: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96.

Tabloda **hem boyalı hem yuvarlak içinde** olan sayılar, 4'ün de 6'nın da katıdır. Bunlar 4 ile 6'nın ortak katlarıdır:

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...

Tablo 100'de bittiği için liste burada kesiliyor; oysa ortak katlar 108, 120, 132, ... diye **sonsuz** kadar devam eder. Bu yüzden iki sayının **en büyük ortak katı yoktur**.

Ortak katların **en küçüğü** her zaman vardır ve özel bir önem taşır. Yukarıdaki listede bu sayı **12**'dir. Dikkat edilirse diğer bütün ortak katlar (24, 36, 48, 60, ...) **12'nin katlarıdır**. Bu her zaman böyledir: **iki sayının bütün ortak katları, en küçük ortak katlarının katlarıdır**.

Bu özellik çok işe yarar: bir kez **en küçük ortak katı** bulduktan sonra, diğer ortak katları listelemek için o sayıyı ikiyle, üçle, dörtle ... çarpmak yeterlidir. Uzun uzun iki listeyi karşılaştırmak gerekmez.

Örnek: 6 ile 8'in en küçük ortak katı 24'tür. Öyleyse ortak katları 24, 48, 72, 96, 120, ... olur.

NOT Sık yapılan hata: "En küçük ortak kat, iki sayının çarpımıdır" sanmak. Bu **her zaman doğru değildir**. 8 ile 10'un çarpımı 80'dir ve 80 gerçekten bir ortak kattır; ama en küçük ortak kat **40**'tır. Çarpımı almak, ortak katlardan birini verir — **en küçüğünü değil**. Bu yüzden "en az" sorulan problemlerde çarpım kullanmak yanlış cevaba götürür.

Sayı Çifti	Birinci Sayının Katları	İkinci Sayının Katları	Ortak Katları	En Küçük Ortak Kat
6 ve 8	6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48	8, 16, 24, 32, 40, 48	24, 48, 72, ...	24
5 ve 20	5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40	20, 40, 60	20, 40, 60, ...	20
4 ve 10	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40	10, 20, 30, 40	20, 40, 60, ...	20
9 ve 15	9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90	15, 30, 45, 60, 75, 90	45, 90, 135, ...	45
12 ve 18	12, 24, 36, 48, 60, 72	18, 36, 54, 72	36, 72, 108, ...	36
3 ve 7	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21	7, 14, 21, 28	21, 42, 63, ...	21

NOT Tablodaki **5 ve 20** satırına dikkat ediniz. 20 sayısı zaten 5'in katı olduğu için ortak katların en küçüğü **büyük sayının kendisidir**. Aynı durum 3 ve 9, 7 ve 21, 6 ve 24 gibi çiftlerde de görülür: **küçük sayı büyük sayıyı tam bölüyorsa** en küçük ortak kat büyük sayıdır. Bu çiftlerde uzun liste yapmaya gerek yoktur.

Ortak Bölenler

Bir doğal sayının **bölenleri**, o sayıyı **kalansız bölen** doğal sayılardır; aynı zamanda o sayının çarpanlarıdır. Bölenleri eksiksiz yazmanın en güvenli yolu **çarpan çiftleri** kurmaktır:

$20 = 1 \times 20 \cdot 2 \times 10 \cdot 4 \times 5 \rightarrow$ **20'nin bölenleri: 1, 2, 4, 5, 10, 20**

Çarpan çiftleri kendi üstüne kapanınca (yani sıradaki çift daha önce yazılanı tekrar edince) liste bitmiştir.

İki doğal sayının bölenlerinden **ortak olanlara** bu doğal sayıların **ortak bölenleri** denir.

ÖRNEK 12 ve 18 sayılarının ortak bölenlerini bulalım:

12'nin bölenleri: **1, 2, 3, 4, 6, 12**

18'in bölenleri: **1, 2, 3, 6, 9, 18**

İki listede de bulunanlar: **1, 2, 3, 6**

Öyleyse 12 ile 18'in ortak bölenleri 1, 2, 3 ve 6'dır. **En büyük ortak bölen 6'dır**.

Ortak bölenler, ortak katların tam tersine **sonludur**: sayıların en küçüğünden büyük bir ortak bölen olamaz. Bu yüzden iki sayının **en büyük ortak böleni** her zaman vardır ve bulunabilir. Ayrıca **1 sayısı bütün doğal sayıları böler**; öyleyse herhangi iki sayının ortak bölen listesi **hiçbir zaman boş kalmaz**, en azından 1 vardır.

ÖRNEK**16 ve 24:**16'nın bölenleri: **1, 2, 4, 8**, 1624'ün bölenleri: **1, 2, 3, 4, 6, 8**, 12, 24Ortak bölenler: **1, 2, 4, 8** → en büyüğü **8****45 ve 54:**45'in bölenleri: **1, 3, 5, 9**, 15, 4554'ün bölenleri: **1, 2, 3, 6, 9**, 18, 27, 54Ortak bölenler: **1, 3, 9** → en büyüğü **9****NOT**

Sık yapılan hata: Bölen listesini **eksik** yazmak. En çok unutulanlar, sayının **ortalarındaki** çarpan çiftleridir: 40 için 4×10 , 56 için 7×8 , 84 için 6×14 gibi. Eksik liste, ortak bölenleri de eksik bırakır ve "en fazla" sorulan problemlerde **küçük bir cevaba** götürür. Çarpan çiftlerini 1'den başlayarak sırayla denerseniz hiçbirini atlamazsınız.

Sayı Çifti	Birinci Sayının Bölenleri	İkinci Sayının Bölenleri	Ortak Bölenleri	En Büyük Ortak Bölen
10 ve 15	1, 2, 5, 10	1, 3, 5, 15	1, 5	5
18 ve 27	1, 2, 3, 6, 9, 18	1, 3, 9, 27	1, 3, 9	9
12 ve 20	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 4, 5, 10, 20	1, 2, 4	4
36 ve 42	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	1, 2, 3, 6	6
24 ve 30	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	1, 2, 3, 6	6
85 ve 102	1, 5, 17, 85	1, 2, 3, 6, 17, 34, 51, 102	1, 17	17

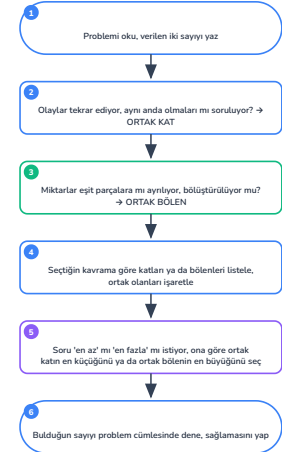
NOT

Tablodaki **85 ve 102** satırı, bölen listesi kısa olan sayılarda bile ortak bölenin **büyük** çıkabileceğini gösterir. Ayrıca en büyük ortak bölenin 1'den farklı çıkması, iki sayının **ortak bir yapı taşı paylaştığı** anlamına gelir: $85 = 5 \times 17$ ve $102 = 2 \times 3 \times 17$; ortak asal çarpan **17**'dir.

Problemde Ortak Kat mı, Ortak Bölen mi?

Günlük hayat problemlerinde en zor kısım hesap değil, **hangi kavramın kullanılacağına karar vermektir**. Karar için problemde olup bitene bakılır:

- **ORTAK KAT** — Bir olay **tekrar tekrar** oluyorsa ve iki olayın **aynı anda** gerçekleşmesi soruluyorsa. Anahtar durumlar: her 12 dakikada bir kalkan otobüs, her 8 saniyede bir yanan fener, 6'şarlı ya da 10'arlı kutulara **artmadan** yerleştirilen ürünler.
- **ORTAK BÖLEN** — Elde **belirli miktarlar** vardır ve bunlar **eşit parçalara ayrılacak**, bölüştürülecek ya da kesilecektir. Anahtar durumlar: 48 kalem ile 60 silgiyi özdeş paketlere koymak, 36 cm ile 48 cm'lik çitaları eşit parçalara kesmek.



Ortak kat mı ortak bölen mi sorusunu yanıtlamak için izlenecek adımlar.

ÖRNEK

Ortak kat problemi: "İki alarmdan biri 30 dakikada, diğeri 45 dakikada bir çalmaktadır. Saat 10.00'da birlikte çaldıklarına göre bundan sonraki **2. kez** birlikte çalışmalarında saat kaç olur?"

Olay tekrar ediyor ve **aynı anda** olması soruluyor → ortak kat.

30'un katları: 30, 60, **90**, 120, 150, **180**

45'in katları: 45, **90**, 135, **180**

Ortak katlar: 90, 180, ... 1. birlikte çalış 90 dakika, **2. birlikte çalış 180 dakika** yani 3 saat sonradır → saat **13.00**.

ÖRNEK

Ortak bölen problemi: "Bir kavanozda 45 elmalı, diğesinde 54 portakallı kurabiye vardır. Kurabiyelerin tamamı birbirine karıştırılmadan, her pakette eşit sayıda kurabiye olacak biçimde paketlenenektir. Bir pakette **en fazla** kaç kurabiye olur?" Miktarlar **bölüştürülüyor** → ortak bölen.

45'in bölenleri: 1, 3, 5, 9, 15, 45 · 54'ün bölenleri: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

Ortak bölenler: 1, 3, 9 → en büyüğü **9**. Bir pakette en fazla **9** kurabiye olur (5 elmalı paket ve 6 portakallı paket).

NOT

Sık yapılan hata: Karara yalnızca "**en az**" / "**en fazla**" kelimelerine bakarak varmak. Bu kelimeler kavramı seçmez, yalnızca **seçilen listeden hangi sayının alınacağını** söyler. Önce "birleştiriliyor mu, bölüştürülüyor mu?" sorusu yanıtlanır; ardından ortak kat listesinden **en küçüğü**, ortak bölen listesinden **en büyüğü** alınır. Nitekim "en az kaç dakika sonra" da "en az kaç fidan" da ortak kat sorusu değildir; ikincisi ortak bölenle çözülür.

Aralarında Asal Sayılar

İki doğal sayının **1'den başka ortak böleni yoksa** bu sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

ÖRNEK

8 ve 15 sayılarını inceleyelim:

8'in bölenleri: **1, 2, 4, 8**

15'in bölenleri: **1, 3, 5, 15**

İki listede ortak olan tek sayı **1**'dir. Öyleyse 8 ile 15 **aralarında asaldır**.

NOT

Dikkat! İki sayının aralarında asal olması için bu sayıların **asal sayı olması gerekmez**. 8 de 15 de asal değildir; buna rağmen aralarında asaldırlar. "Asal sayı" tek bir sayının özelliğidir (tam olarak iki çarpanı vardır); "aralarında asal" ise **iki sayının birbirine göre** durumudur. Bu iki kavramı karıştırmak en sık yapılan hatadır.

Aralarında asallık, sayıların **asal çarpanlarına** bakılarak da anlaşılır: iki sayının **ortak hiçbir asal çarpanı yoksa** aralarında asaldırlar.

$8 = 2 \times 2 \times 2$ ve $15 = 3 \times 5 \rightarrow$ ortak asal çarpan yok ✓ aralarında asal

$12 = 2 \times 2 \times 3$ ve $18 = 2 \times 3 \times 3 \rightarrow$ 2 ve 3 ortak $\times$ aralarında asal değil

Bazı sayı çiftleri için liste yapmadan da karar verilebilir:

- **Ardışık doğal sayılar** her zaman aralarında asaldır. (17 ve 18, 25 ve 26)
- **Ardışık tek doğal sayılar** da aralarında asaldır. (21 ve 23, 27 ve 29)
- **Ardışık çift doğal sayılar aralarında asal değildir**; ikisi de 2'ye bölündüğü için ortak çarpanları 1 ve 2'dir. (8 ve 10)
- **Farklı iki asal sayı** her zaman aralarında asaldır. (7 ve 13)
- **1 ile bütün doğal sayılar** aralarında asaldır; çünkü 1'in tek böleni 1'dir.

Ardışık sayılar kuralının nedeni şudur: iki sayının ortak böleni, **aralarındaki farkı da** bölmek zorundadır. Ardışık iki sayının farkı **1** olduğundan ortak bölen ancak 1 olabilir. Aynı düşünce ardışık tek sayılar için de çalışır: farkları **2**'dir, öyleyse ortak bölen 1 ya da 2 olabilir; ikisi de tek sayı olduğundan 2 eleneceği için geriye yalnızca **1** kalır.

Sayı Çifti	Ortak Bölenleri	Aralarında Asal mı?	Gerekçe
8 ve 15	1	Evet	Ortak asal çarpanları yok ($8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $15 = 3 \cdot 5$)
9 ve 16	1	Evet	İkisi de asal değil ama ortak çarpanları yok
17 ve 18	1	Evet	Ardışık doğal sayılar
27 ve 29	1	Evet	Ardışık tek doğal sayılar
1 ve 36	1	Evet	1 ile her doğal sayı aralarında asaldır
8 ve 10	1, 2	Hayır	Ardışık çift sayılar, ikisi de 2'ye bölünür
6 ve 30	1, 2, 3, 6	Hayır	6 sayısı 30'u tam böler
13 ve 39	1, 13	Hayır	13 asal ama $39 = 13 \times 3$, ortak çarpan 13

NOT

Sık yapılan iki hata: (1) "Aralarında asal iki sayıdan en az biri asaldır" sanmak. Yanlıştır; 9 ile 16, 25 ile 27, 8 ile 15 çiftlerinde **hiçbiri** asal değildir ama hepsi aralarında asaldır. **(2)** Tablodaki **13 ve 39** satırındaki gibi, sayılardan biri asal diye çiftin aralarında asal olduğunu düşünmek. 13 asaldır, ama 39 sayısı 13'e bölündüğü için ortak bölenleri 1 ve **13**'tür. Bir asal sayı, kendi katlarıyla aralarında asal **olmaz**.

Aralarında asal sayılarda iki sonuç kendiliğinden ortaya çıkar:

- **En büyük ortak bölenleri 1'dir** (tanım gereği).
- **Ortak katlarının en küçüğü, sayıların çarpımına eşittir.**

ÖRNEK

4 ve 9 aralarında asaldır ($4 = 2 \times 2$, $9 = 3 \times 3$; ortak asal çarpan yok).

4'ün katları: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, **36**

9'un katları: 9, 18, 27, **36**

En küçük ortak kat **36**'dır ve gerçekten $4 \times 9 = 36$ 'dır ✓

Buna karşılık **8 ve 10** aralarında asal **değildir**: en küçük ortak katları 40'tır, çarpımları ise 80'dir. Çarpım burada en küçük ortak katı **vermez**.

Etkinlikler

ETKİNLİK 1

Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.

- a) ☒ D İki doğal sayının ortak katları sonsuz tanedir.
- b) ☒ Y İki doğal sayının en büyük ortak katı bulunabilir.
- c) ☒ D İki doğal sayının ortak bölenleri arasında her zaman 1 vardır.
- d) ☒ Y İki sayının ortak katlarının en küçüğü, o sayıların çarpımına eşittir.
- e) ☒ D İki sayının bütün ortak katları, en küçük ortak katlarının katlarıdır.
- f) ☒ Y Aralarında asal iki sayıdan en az biri asal sayı olmalıdır.
- g) ☒ D Ardışık iki doğal sayı her zaman aralarında asaldır.
- h) ☒ Y Ardışık iki çift doğal sayı aralarında asaldır.
- ı) ☒ D 1 sayısı ile bütün doğal sayılar aralarında asaldır.
- i) ☒ D Aralarında asal iki sayının en büyük ortak böleni 1'dir.
- j) ☒ D Küçük sayı büyük sayıyı tam bölüyorsa, ortak katların en küçüğü büyük sayıdır.
- k) ☒ Y Bir asal sayı, kendi katlarıyla aralarında asaldır.

ETKİNLİK 2

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Sayı Çifti	Ortak Bölenleri	En Büyük Ortak Bölen	Ortak Katların En Küçüğü	Aralarında Asal mı?
6 ve 8	1, 2	2	24	Hayır
5 ve 9	1	1	45	Evet
12 ve 16	1, 2, 4	4	48	Hayır
9 ve 10	1	1	90	Evet
14 ve 21	1, 7	7	42	Hayır
8 ve 25	1	1	200	Evet
18 ve 24	1, 2, 3, 6	6	72	Hayır
7 ve 28	1, 7	7	28	Hayır

ETKİNLİK 3

Aşağıdaki sayı çiftlerinin aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz. Aralarında asal değilse 1'den farklı bir ortak bölen yazınız.

- | | |
|--|--|
| a) 3 ile 8 Aralarında asal ✓ (3'ün bölenleri 1, 3; 8'in bölenleri 1, 2, 4, 8 → ortak yalnız 1) | b) 9 ile 12 Değil × → ortak bölen 3 (9 = 3 × 3, 12 = 3 × 4) |
| c) 11 ile 15 Aralarında asal ✓ (11 asaldır ve 15'i bölmez) | d) 18 ile 21 Değil × → ortak bölen 3 (1 + 8 = 9 ve 2 + 1 = 3, ikisi de 3'e bölünür) |
| e) 22 ile 25 Aralarında asal ✓ (22 = 2 × 11, 25 = 5 × 5 → ortak asal çarpan yok) | f) 27 ile 28 Aralarında asal ✓ (ardışık doğal sayılar) |
| g) 33 ile 35 Aralarında asal ✓ (ardışık tek doğal sayılar; 33 = 3 × 11, 35 = 5 × 7) | h) 1 ile 36 Aralarında asal ✓ (1'in tek böleni 1'dir) |
| i) 7 ile 63 Değil × → ortak bölen 7 (63 = 7 × 9; asal sayı kendi katıyla aralarında asal olmaz) | j) 49 ile 70 Değil × → ortak bölen 7 (49 = 7 × 7, 70 = 7 × 10) |

ETKİNLİK 4

Aşağıdaki soruları çözünüz. Her soruda önce ortak kat mı ortak bölen mi gerektiğine karar veriniz.

- a) 98 sayısından en az hangi doğal sayı çıkarılırsa kalan sayı hem 3'e hem 5'e kalansız bölünebilir? **Ortak kat. 3 ile 5'in ortak katları: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105. 98'e en yakın küçük ortak kat 90 → en az 8 çıkarılır.**
- b) İki alarmdan biri 30 dakikada, diğeri 45 dakikada bir çalmaktadır. Saat 10.00'da birlikte çaldıklarına göre bundan sonraki 2. kez birlikte çalışmalarında saat kaç olur? **Ortak kat. 30 ile 45'in ortak katları: 90, 180, ... 2. buluşma 180 dakika = 3 saat sonra → saat 13.00**
- c) Bir kutudaki raptiyeler 10'arlı veya 12'şerli gruplandırıldığında hiç raptiye artmamaktadır. Raptiye sayısı 110 ile 150 arasında olduğuna göre kutuda kaç raptiye vardır? **Ortak kat. 10 ile 12'nin ortak katları: 60, 120, 180. 110 ile 150 arasında olan → 120 raptiye**
- d) 24 cm ve 30 cm uzunluğundaki iki demir çubuk, santimetre cinsinden doğal sayı olacak biçimde eşit uzunlukta parçalara ayrılacaktır. Parçalar kaç santimetre olabilir? **Ortak bölen. 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 · 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 → ortak bölenler 1, 2, 3, 6 → parçalar 1, 2, 3 ya da 6 cm olabilir.**
- e) İki su deposundan birinde 85 L, diğesinde 102 L su vardır. Sular karıştırılmadan, her birinde eşit miktarda su olacak biçimde damacanalara dolduruluyor. Damacanaadaki litre sayısı 1'den farklı bir doğal sayı olduğuna göre her damacana kaç litre su vardır? **Ortak bölen. 85: 1, 5, 17, 85 · 102: 1, 2, 3, 6, 17, 34, 51, 102 → ortak bölenler 1 ve 17. 1'den farklı olduğu için → 17 L**
- f) 38 katlı bir binada 1. asansör yalnız 4 ve katlarında, 2. asansör yalnız 6 ve katlarında durmaktadır. Giriş katındaki Akin ofisine her iki asansörle de çıkabildiğine göre ofisi kaçınca katta olabilir? **Ortak kat. 4 ile 6'nın ortak katları: 12, 24, 36, 48. Bina 38 katlı olduğu için → 12, 24 veya 36. kat**

devamı →

ETKİNLİK 4

Aşağıdaki soruları çözünüz. Her soruda önce ortak kat mı ortak bölen mi gerektiğine karar veriniz.

(devam)

- g) Kenar uzunlukları 18 m ve 24 m olan dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin etrafına, köşelere de birer tane gelecek biçimde eşit aralıklarla fidan dikilecektir. En az kaç fidan gerekir? **Ortak bölen. 18 ile 24'ün ortak bölenlerinin en büyüğü 6 → aralık 6 m. Çevre = $2 \times (18 + 24) = 84$ m → $84 \div 6 = 14$ fidan**
- h) Bir okulun 5. sınıf öğrencileri 4'erli ya da 5'erli gruplara ayrıldığında hiç öğrenci açıkta kalmamaktadır. Öğrenci sayısı 100 ile 130 arasında olduğuna göre kaç öğrenci vardır? **Ortak kat. 4 ile 5'in ortak katları: 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140. 100 ile 130 arasında → 120 öğrenci**
- ı) İki basamaklı 1A sayısı ile 6 sayısı aralarında asal olduğuna göre A yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır? **$6 = 2 \times 3$ olduğundan sayı ne çift olmalı ne de 3'e bölünmeli. 11 ✓, 13 ✓, 17 ✓, 19 ✓ (10, 12, 14, 16, 18 çift; 15 ise 3'e bölünür) → $1 + 3 + 7 + 9 = 20$**
- i) 20 cm ve 30 cm uzunluğundaki iki ip, santimetre cinsinden doğal sayı olacak biçimde eşit uzunlukta parçalara ayrılıyor. Toplam kaç eş parça elde edilmiş olabilir? **Ortak bölen. Ortak bölenler 1, 2, 5, 10. Parça boyu 10 cm → $2 + 3 = 5$ parça; 5 cm → $4 + 6 = 10$ parça; 2 cm → $10 + 15 = 25$ parça; 1 cm → $20 + 30 = 50$ parça. Yani 5, 10, 25 veya 50 parça olabilir.**

ETKİNLİK 5

Aşağıdaki koşulları sağlayan birer sayı ya da sayı çifti yazıp seçiminizi gerekçelendiriniz. Her maddede birden çok doğru cevap vardır.

- a) Ortak katlarının en küçüğü 24 olan, ikisi de 24'ten küçük iki doğal sayı. **Örneğin 6 ve 8 (6: 6, 12, 18, 24 · 8: 8, 16, 24 → en küçük ortak kat 24). 3 ve 8, 12 ve 8 de olur.**
- b) Ortak bölenleri yalnızca 1, 2 ve 4 olan iki doğal sayı. **Örneğin 8 ve 12 (8: 1, 2, 4, 8 · 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12 → ortak: 1, 2, 4). 4 ve 20, 20 ve 28 de olur.**
- c) Aralarında asal olan, ikisi de asal olmayan ve ikisi de 20'den büyük iki doğal sayı. **Örneğin 25 ve 27 ($25 = 5 \times 5$, $27 = 3 \times 3 \times 3$ → ortak asal çarpan yok). 21 ve 22, 25 ve 28, 32 ve 45 de olur.**
- d) Ortak katlarının en küçüğü, sayıların çarpımına eşit olan iki doğal sayı. **Örneğin 4 ve 9 → en küçük ortak kat $36 = 4 \times 9$. Koşul, sayıların aralarında asal olmasıdır; 5 ve 6, 7 ve 10, 9 ve 16 da olur.**
- e) "Aralarında asal iki sayıdan en az biri asaldır." ifadesini çürüten bir karşı örnek. **Örneğin 8 ve 15 ($8 = 2 \times 2 \times 2$, $15 = 3 \times 5$; ikisi de asal değil ama ortak bölenleri yalnız 1). 9 ve 16, 25 ve 27 de olur.**
- f) "İki sayının ortak katlarının en küçüğü, çarpımlarıdır." ifadesini çürüten bir karşı örnek. **Örneğin 8 ve 10: çarpım 80, ama en küçük ortak kat 40'tır. 6 ve 9 (çarpım 54, en küçük ortak kat 18), 4 ve 6 (24 yerine 12) de olur.**

Konu Özeti

ÖZET

İki sayının katlarından ortak olanlara **ortak katlar**, bölenlerinden ortak olanlara **ortak bölenler** denir. Ortak katlar **sonsuzdur**, en büyüğü yoktur; buna karşılık **en küçük ortak kat** vardır ve diğer bütün ortak katlar onun katlarıdır. Ortak bölenler ise **sonludur**, listede her zaman **1** bulunur ve **en büyük ortak bölen** her zaman vardır. Problemden karar verirken: olaylar **tekrar edip aynı anda** gerçekleşiyorsa ortak kat, miktarlar **eşit parçalara bölüştürülüyorsa** ortak bölen kullanılır; ardından ortak katın **en küçüğü** ya da ortak bölenin **en büyüğü** seçilir. **1'den başka ortak böleni olmayan** iki sayıya **aralarında asal** denir; bunun için sayıların asal olması **gerekmez** (8 ile 15 gibi). Ardışık doğal sayılar ve ardışık tek doğal sayılar aralarında asaldır; ardışık çift sayılar değildir. Aralarında asal iki sayının en büyük ortak böleni **1**, ortak katlarının en küçüğü ise **çarpımlarıdır**.