

SORULAR

Ortak Katlar, Ortak Bölenler ve Aralarında Asal Sayılar

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1-5

- 1** Bir okulun spor salonunda 1'den 60'a kadar numaralanmış 60 dolap vardır. Beden eğitimi öğretmeni dolapları etiketlerken şu talimatı vermiştir: **numarası 4'ün katı** olan dolaplara mavi etiket, **numarası 6'nın katı** olan dolaplara kırmızı etiket yapıştırılacaktır. Bazı dolaplara **iki etiket birden** yapıştırılacaktır.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

- a) Aşağıdaki tabloda 4'ün katlarını boyayıp 6'nın katlarını yuvarlak içine alınız. Hangi dolaplara iki etiket birden yapıştırılır?
- b) Bulduğunuz bu sayılar 4 ile 6'nın nesidir? En küçüğü kaçtır?
- c) Okula 60'tan sonra yeni dolaplar eklenirse, iki etiketli olacak sonraki iki dolabın numarası kaç olur? Tabloyu uzatmadan nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 2** Bir okulun matematik kulübünde öğrencilere dört problem kartı dağıtılmıştır:

- I. Kart:** İki otobüsten biri 15, diğeri 20 dakikada bir kalkıyor. Birlikte kalktıktan sonra en az kaç dakika sonra yine birlikte kalkarlar?
- II. Kart:** 36 kırmızı ve 48 mavi boncuk, karıştırılmadan özdeş kolyelere eşit olarak dağıtılacak. En fazla kaç kolye yapılabilir?
- III. Kart:** Boyu 60 cm ve 72 cm olan iki kurdele, santimetre cinsinden doğal sayı olacak biçimde eşit parçalara ayrılacak. Parça boyu en fazla kaç cm olur?
- IV. Kart:** Bir fenerden biri 6, diğeri 8 saniyede bir yanıp sönüyor. Aynı anda yandıktan sonra 3. kez ne zaman birlikte yanarlar?

- a) Kartları "ortak kat ile çözülür" ve "ortak bölen ile çözülür" diye ikiye ayırınız. Her kart için kararınızın gerekçesini bir cümleyle yazınız.
- b) I. ve III. kartları çözünüz.
- c) Bir öğrenci "Soruda 'en az' geçiyorsa ortak kat, 'en fazla' geçiyorsa ortak bölen kullanılır." diyor. Bu kural güvenli midir? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

3 Bir sınıfta "aralarında asal sayılar" konusu işlenirken üç öğrenci şöyle diyor:

Alp: "9 ile 16 aralarında asal olamaz, çünkü ikisi de asal sayı değil."

Berk: "Ardışık iki doğal sayı her zaman aralarında asaldır."

Ceren: "İki çift sayı hiçbir zaman aralarında asal olamaz."

- a) Her üç öğrenci için "doğru" ya da "yanlış" kararınızı verip aralarında asal olma tanımına dayanarak gerekçelendiriniz.
- b) 1 ile 36 aralarında asal mıdır? Bölenlerini yazarak gösteriniz.
- c) Alp'in cümlesini tersine çevirip "Aralarında asal iki sayıdan en az biri asaldır." diyen bir öğrenciye iki karşı örnek veriniz.

ÇÖZÜM

4 Bir duraktan geçen **A hattı** otobüsleri her **12 dakikada**, **B hattı** otobüsleri her **16 dakikada** bir kalkmaktadır. İki hat saat **07.00'de** birlikte kalkmıştır.

- a) İki hattın ilk kez yeniden birlikte kalkmasına kaç dakika vardır? Katlarını yazarak bulunuz.
- b) 07.00'den sonraki 2. birlikte kalkış saat kaçtır?
- c) Saat 07.00 ile 12.00 arasında (07.00 dâhil, 12.00 dâhil) iki hat kaç kez birlikte kalkar? Son birlikte kalkış saat kaçtır?

ÇÖZÜM

5 Bir okulun yardım kampanyasında **84 defter** ve **126 kalem** toplanmıştır. Bunlar birbirine karıştırılmadan, hiç artmayacak biçimde **özdeş kolilere** yerleştirilecektir.

- a) 84 ile 126'nın bütün ortak bölenlerini bulunuz.
- b) En fazla kaç koli hazırlanabilir? Bu durumda her koliye kaç defter ve kaç kalem konur?
- c) Öğretmen "Ben 21 koli hazırlamak istiyorum." diyor. Bu mümkün müdür? Gerekçelendiriniz.
- d) Aynı öğretmen "O hâlde 25 koli de hazırlayabilirim." diyor. Katılıyor musunuz?

ÇÖZÜM

2. Bölüm Soru 6–10

- 6** Bir marangozun elinde şekilde uzunlukları verilen iki çıta vardır. Marangoz, iki çitayı da **santimetre cinsinden doğal sayı** olacak biçimde **eşit uzunlukta** parçalara ayıracak ve hiç artık bırakmayacaktır.



- a) Parça uzunluğu kaç santimetre olabilir? Bütün seçenekleri yazınız.
 b) Parçalar en uzun olduğunda toplam kaç parça elde edilir?
 c) Marangoz "Parçaları 8'er santimetre yapayım, 48'lik çitadan tam 6 parça çıkıyor." diyor. Bu plan yürür mü? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

- 7** Bir atletizm pistinde Deniz bir turu **40 saniyede**, Ege ise bir turu **60 saniyede** tamamlamaktadır. İkisi başlangıç çizgisinden **aynı anda** koşmaya başlar ve hız değiştirmeden koşarlar.

- a) İlk kez kaç saniye sonra ikisi birden başlangıç çizgisinde olur? Katlarını yazarak bulunuz.
 b) Bir öğrenci " $40 \times 60 = 2400$, öyleyse ilk buluşma 2400 saniye sonradır." diyor. 2400 saniye gerçekten bir buluşma anı mıdır? Kaçını buluşmadır?
 c) İki sayının çarpımı ne zaman en küçük ortak kata eşit olur? Bir örnekle açıklayınız.
 d) Koşu 10 dakika sürerse, başlangıç anı sayılmazsa kaç kez birlikte çizgide olurlar?

ÇÖZÜM

- 8** Bir öğrenci **24 ile 40**'ın ortak bölenlerini bulmak için ödev defterine şu çözümü yazmıştır:

24'ün bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

40'ın bölenleri: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 40

Ortak bölenler: 1, 2, 4, 8

En büyük ortak bölen: 8

- a) Öğrencinin bölen listelerinden birinde bir eksik vardır. Bulup yazınız. Bu eksik kaçarmamak için hangi yöntem kullanılmalıydı?
- b) Bu eksik, öğrencinin ortak bölen cevabını değiştirdi mi? Gerekçelendiriniz.
- c) Aynı öğrenci defterin altına "24 ile 40'ın ortak katlarının en küçüğü de 8'dir." diye yazmış. Bu ifadeyi düzeltiniz.

ÇÖZÜM

- 9** Bir öğrenci matematik günlüğüne şu iki cümleyi yazmıştır:

1. cümle: "12 ile 25 aralarında asal olamaz, çünkü ikisi de asal sayı değildir."

2. cümle: "3 ile 9 aralarında asaldır, çünkü ikisi de tek sayıdır."

- a) 1. cümledeki hatayı bulup bölenleri yazarak düzeltiniz.
- b) 2. cümledeki hatayı bulup bölenleri yazarak düzeltiniz. Öğrenci hangi kuralı yanlış hatırlamıştır?
- c) Öğrencinin kullanması gereken doğru ölçütü bir cümleyle yazınız ve bu ölçütü üç farklı sayı çiftinde uygulayarak gösteriniz.

ÇÖZÜM

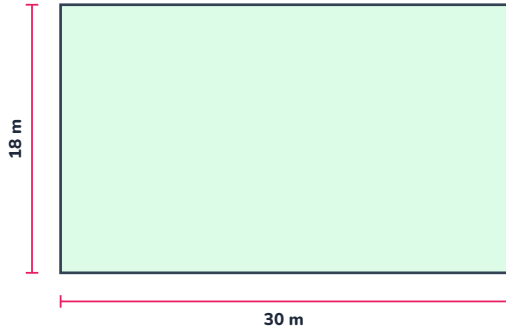
- 10** Bir çiftlikte toplanan yumurtalar **6'lı** ya da **10'lu** viyollere yerleştirildiğinde hiç yumurta artmamaktadır. Yumurta sayısının **100 ile 140 arasında** olduğu bilinmektedir.

- a) 6 ile 10'un ortak katlarını sırayla yazınız. En küçüğü kaçtır?
- b) Çiftlikte kaç yumurta toplanmıştır?
- c) Bu yumurtalar 6'lı viyollere konursa kaç viyol, 10'lu viyollere konursa kaç viyol gerekir?
- d) Çiftlik sahibi " $6 \times 10 = 60$, öyleyse ortak katlar 60'ın katlarıdır." diyor. Bu iddiayı bir karşı örnekle çürütünüz.

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11–15

- 11** Kübra'nın kenar uzunlukları şekilde verilen dikdörtgen biçiminde bir bahçesi vardır. Kübra bahçenin etrafına, **köşelere de birer tane gelecek** biçimde **eşit aralıklarla** fidan dikecektir. Aralıklar metre cinsinden doğal sayı olacaktır.



- a) Fidanlar arasındaki uzaklık kaç metre olabilir? Bütün seçenekleri yazınız.
 b) En az kaç fidan gerekir? Bahçenin çevresini hesaplayarak bulunuz.
 c) b şıkkındaki durumda uzun kenar boyunca kaç aralık, kısa kenar boyunca kaç aralık oluşur? Toplamın b şıkkıyla uyduğunu gösteriniz.
 d) Kübra "Aralıkları 4'er metre yapsam daha seyrek olurdu." diyor. Bu mümkün müdür?

ÇÖZÜM

- 12** Bir matematik oyununda iki karta birer doğal sayı yazılmıştır. Kartlardaki sayılar $\blacktriangle$ ve $\bullet$ ile gösteriliyor. Oyunun kuralları şunlardır:

- $\blacktriangle$ ile $\bullet$ aralarında asaldır.
- $\blacktriangle \times \bullet = 84$ 'tür.

- a) 84'ün bütün çarpan çiftlerini yazınız. Bunlardan hangileri aralarında asaldır? Her biri için gerekçenizi yazınız.
 b) $\blacktriangle + \bullet$ toplamının alabileceği en küçük ve en büyük değer kaçtır?
 c) Elenen çiftlerin ortak bir özelliği vardır. Bu özelliği bulup neden aralarında asal olmadıklarını açıklayınız.
 d) $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ 'dir. Aralarında asal çiftler oluşturulurken asal çarpanların nasıl dağıtıldığını açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 13** Bir bilgi yarışmasında takımlara birer sayı çifti dağıtılmıştır. Takımlar, çiftlerinin **aralarında asal olup olmadığını** gerekçesiyle söyleyecektir. Dağıtılan çiftler şunlardır:

14 – 21 · 16 – 17 · 24 – 35 · 18 – 27 · 33 – 34 · 45 – 56 · 22 – 26 · 9 – 64

- a) Çiftleri "aralarında asal" ve "aralarında asal değil" diye ikiye ayırınız. Aralarında asal olmayanlar için 1'den farklı bir ortak bölen yazınız.
- b) Hangi çiftlerde liste yapmadan, doğrudan bir kısayol kuralı kullanılabilir? Kuralı yazınız.
- c) 24 – 35 ve 9 – 64 çiftlerinde sayıların hiçbirisi asal değildir, buna rağmen aralarında asaldırlar. Bu durumu asal çarpanları kullanarak açıklayınız.
- d) 22 – 26 çiftinde 26 yerine hangi sayı yazılırsa çift aralarında asal olur? 26'dan büyük en küçük sayıyı bulunuz.

ÇÖZÜM

- 14** Bir konferans salonunda **98 sandalye** vardır. Salon görevlisi sandalyeleri hem **4'erli** hem de **6'şarlı** gruplara ayırabilmek istemektedir; her iki durumda da hiç sandalye açıkta kalmamalıdır.

- a) 4 ile 6'nın ortak katlarını 120'ye kadar sırayla yazınız.
- b) Görevli salondan en az kaç sandalye çıkarmalıdır?
- c) Görevli sandalye çıkarmak yerine en az kaç sandalye eklemelidir?
- d) Bir başka görevli " $4 \times 6 = 24$ olduğu için 24'ün katlarına bakmak yeterli." diyor. Bu yöntem b ve c şıklarında hangi cevapları verirdi? Yöntem güvenilir midir? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

15 Öğrenciler sınıf panosu için kendi **soru kartlarını** hazırlayacaktır. Her madde için koşulu sağlayan bir sayı ya da sayı çifti bulup, kartın arkasına koşulu **nasıl sağladığını** yazacaklar. Dikkat: her maddede birden çok doğru cevap vardır.

- a) Ortak katlarının en küçüğü 24 olan, ikisi de 24'ten küçük iki doğal sayı yazınız. Katlarını göstererek doğrulayınız.
- b) Ortak bölenleri yalnızca 1, 2 ve 4 olan iki doğal sayı yazınız. Bölenlerini yazarak doğrulayınız.
- c) Aralarında asal olan, ikisi de asal olmayan ve ikisi de 20'den büyük iki doğal sayı yazınız.
- d) Bir arkadaşınız "Aralarında asal iki sayının ortak katlarının en küçüğü, o sayıların çarpımına eşittir." cümlesini anlamadı. Ona biri aralarında asal, biri aralarında asal olmayan iki örnekle bu cümleyi açıklayan kısa bir metin yazınız.

ÇÖZÜM