ÇÖZÜMLER

Sıklık Tablosu, Sütun Grafiği ve Kök-Yaprak Gösterimi

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

1. Bölüm Soru 1–5

1 Bir sınıftaki **25 öğrenciye** en sevdikleri mevsim sorulmuş ve cevaplar sırayla şöyle kaydedilmiştir:

yaz, kış, yaz, ilkbahar, yaz, sonbahar, kış, yaz, ilkbahar, yaz, kış, yaz, sonbahar, yaz, ilkbahar, kış, yaz, yaz, ilkbahar, kış, yaz, sonbahar, yaz, kış, ilkbahar

a) Bu verileri çetele tutarak sayıp bir sıklık tablosu oluşturunuz.
b) Tablonun sağlamasını yapınız. Sağlama neden gereklidir? Açıklayınız.
c) Bu verileri sütun grafiğinde göstermek isteseydiniz grafikte hangi bilgiler bulunmalıydı? Değer ekseni kaça kadar ve kaçar aralıklarla bölünmeliydi?

- **a)** Listedeki farklı cevaplar: **yaz, kış, ilkbahar, sonbahar** → tablo 4 satırdan oluşur. Listeyi baştan sona **bir kez** okuyup her cevabın karşısına çetele çizelim:

  — **Yaz:** 1, 3, 5, 8, 10, 12, 14, 17, 18, 21, 23 → **11**

  — **Kış:** 2, 7, 11, 16, 20, 24 → **6**

  — **İlkbahar:** 4, 9, 15, 19, 25 → **5**

  — **Sonbahar:** 6, 13, 22 → **3**

  Tablo: En Sevilen Mevsimler

  Yaz → 11 öğrenci · Kış → 6 öğrenci · İlkbahar → 5 öğrenci · Sonbahar → 3 öğrenci

  (Çetele çizerken beşerli gruplar kullanılır: yaz için iki beşli grup ve bir dik çizgi.)

- **b) Sağlama:** Sıklıkların toplamı toplam veri sayısına eşit olmalıdır.

  11 + 6 + 5 + 3 = **25** ✓ Sınıfta 25 öğrenci olduğuna göre tablo doğrudur.

  Neden gerekli: Uzun listeleri sayarken bir veriyi **atlamak** ya da **iki kez saymak** çok kolaydır. Toplam 24 çıksaydı bir veri atlanmış, 26 çıksaydı bir veri iki kez sayılmış olurdu. Sağlama, tabloyu grafiğe dökmeden **önce** hatayı yakalar; grafik çizildikten sonra hatayı bulmak çok daha zordur.

- **c)** Grafikte bulunması gerekenler:
  - **Başlık:** "En Sevilen Mevsimler"
  - **Eksen adları:** "Mevsim" ve "Öğrenci Sayısı"
  - **Eşit genişlikte 4 sütun** ve aralarında eşit boşluk

devamı →

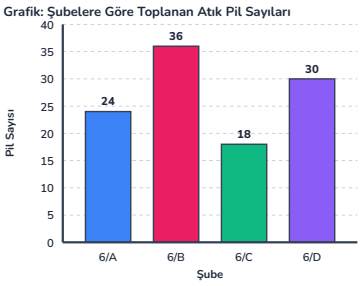
1 *(çözümün devamı)*

• **Ölçek:** En büyük değer **11** olduğuna göre değer ekseni **0'dan başlayıp en az 12'ye** kadar, **1'er** ya da **2'şer** aralıklarla bölünmelidir. (2'şer bölünürse eksen 0, 2, 4, ..., 12 olur; 11 değeri iki çizgi arasına düşer ama okunabilir.)

Kategori adları kısa ve kategori sayısı az olduğu için **dikey** sütun grafiği uygundur.

✓ Doğru Sonuç: a) Yaz 11, kış 6, ilkbahar 5, sonbahar 3 b) 11+6+5+3 = 25 ✓ c) Başlık, eksen adları, 0'dan 12'ye 1'er (ya da 2'şer) ölçek

2 Bir okulda düzenlenen atık pil toplama kampanyasında dört şubenin topladığı pil sayıları aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



a) Her şubenin topladığı pil sayısını yazınız. En çok ve en az pil toplayan şubeler hangileridir?
b) 6/B şubesi, 6/C şubesinden kaç fazla pil toplamıştır?
c) Okulda toplam kaç atık pil toplanmıştır?
d) Bir öğrenci "6/B, 6/C'nin tam iki katı kadar pil toplamış." diyor. Katılıyor musunuz? İşlemle gösteriniz.

- **a)** Her sütunun ucundan değer eksenine bakılır:

  6/A → **24** pil · 6/B → **36** pil · 6/C → **18** pil · 6/D → **30** pil

  En çok pil toplayan şube **6/B**'dir (en uzun sütun, 36 pil).

  En az pil toplayan şube **6/C**'dir (en kısa sütun, 18 pil).

- **b)** İki kategori arasındaki fark, değerlerin **çıkarılmasıyla** bulunur:

  36 − 18 = **18 pil**

  6/B şubesi 6/C şubesinden 18 pil fazla toplamıştır.

- **c)** Toplam, bütün sütunların değerlerinin toplanmasıyla bulunur:

  24 + 36 + 18 + 30

  = (24 + 36) + (18 + 30)

  = 60 + 48

  = **108 pil**

- **d) Katılıyorum.** "Kaç katı" sorusu **bölme** ile denetlenir:

  36 ÷ 18 = **2**

  Bölme kalansız olduğu için 36, 18'in **tam iki katıdır** ✓

  Sağlama: 18 × 2 = 36 ✓

devamı →

2 *(çözümün devamı)*

Grafikte de görülür: 6/B sütunu, 6/C sütununun tam iki katı uzunluktadır.

Dikkat: Her sütun çifti için böyle temiz bir kat ilişkisi çıkmaz. Örneğin 6/D ile 6/C için 30 ÷ 18 kalansız değildir; bu ikili için "tam kat" denemez, yalnızca "12 fazla" denir.

✔ Doğru Sonuç: a) 24, 36, 18, 30 — en çok 6/B, en az 6/C b) 18 pil c) 108 pil d) Evet, 36 ÷ 18 = 2

3 Bir veri kulübü dört araştırmanın sonuçlarını sunacaktır:

I. 6/A sınıfındaki 24 öğrencinin en sevdiği spor dalları
II. 6/A ve 6/B sınıflarının en sevdiği spor dallarının karşılaştırılması
III. Bir kurstaki 14 öğrencinin kilogram cinsinden kütleleri
IV. Bir haftanın her günü satılan simit sayıları (28, 35, 41, 33, 47, 52, 39)

a) Her araştırma için en uygun gösterimi seçiniz: sıklık tablosu ve tek sütunlu grafik, ikili sıklık tablosu ve ikili sütun grafiği ya da kök-yaprak gösterimi. Gerekçelerinizi yazınız.
b) Kök-yaprak gösterimi hangi veri türü için kullanılır? I. ve II. araştırmada neden kullanılamaz?
c) IV. araştırmanın kök-yaprak gösterimini kurunuz.

- **a)**

  — **I. → Sıklık tablosu ve tek sütunlu grafik.** Toplanan veri bir **spor dalı adıdır** (kategorik) ve tek bir gruptan (6/A) alınmıştır. Her spor dalının kaç kez seçildiği sayılır.

  — **II. → İkili sıklık tablosu ve ikili sütun grafiği.** Veriler **iki ayrı gruptan** (6/A ve 6/B) toplanmış ve karşılaştırılacaktır. Her spor dalında yan yana iki sütun çizilir; hangi rengin hangi sınıfa ait olduğu **lejantta** belirtilir.

  — **III. → Kök-yaprak gösterimi.** Veriler **nicel (kesikli)**dir ve 14 veri **küçük-orta** büyüklükte bir settir; kök-yaprak dağılımı hızlıca gösterir ve **her veriyi tek tek korur**.

  — **IV. → Kök-yaprak gösterimi.** Veriler niceldir (28, 35, 41 …) ve yalnızca 7 tanedir.

- **b)** Kök-yaprak gösterimi yalnızca **nicel (kesikli)** veriler için kullanılır; çünkü gösterim, sayıların **basamaklarına** ayrılmasına dayanır (yaprak son basamak, kök kalan basamaklar).

  I. ve II. araştırmada kullanılamaz, çünkü toplanan veriler **kategoriktir**: "futbol", "voleybol" gibi adların son basamağı yoktur, köke ve yaprağa ayrılamaz. Kategorik veriler **sıklık tablosu** ve **sütun grafiğiyle** özetlenir.

- **c) 1. adım — sırala:** 28, 33, 35, 39, 41, 47, 52

  2. adım — kök ve yaprakları ayır (yaprak son basamak):

devamı →

3 *(çözümün devamı)*

28 → kök 2, yaprak 8 · 33 → kök 3, yaprak 3 · 35 → kök 3, yaprak 5 · 39 → kök 3, yaprak 9 · 41 → kök 4, yaprak 1 · 47 → kök 4, yaprak 7 · 52 → kök 5, yaprak 2

3. adım — gösterim:

Kök 2 → yaprak 8

Kök 3 → yapraklar 3, 5, 9

Kök 4 → yapraklar 1, 7

Kök 5 → yaprak 2

Kontrol: toplam yaprak 1 + 3 + 2 + 1 = **7** ✓ Bir hafta 7 gündür.

✓ Doğru Sonuç: a) I → sıklık tablosu, II → ikili grafik, III ve IV → kök-yaprak b) Nicel veri için; kategorik veri basamaklara ayrılamaz c) Kök 2→8, 3→3,5,9, 4→1,7, 5→2

4 Bir basketbol takımının oyuncularının bir sezon boyunca attığı sayılar aşağıdaki kök-yaprak gösteriminde verilmiştir.

a) Takımda kaç oyuncu vardır? Nasıl bulduğunuzu yazınız.
b) En az ve en çok sayı atan oyuncular kaçar sayı atmıştır? Bu değerleri gösterimin neresinden okudunuz?
c) 25'ten fazla sayı atan kaç oyuncu vardır? Aynı sayıyı atan oyuncu var mıdır?
d) Takımın bir sezonda attığı toplam sayı kaçtır?

Oyuncuların Sezon Boyunca Attığı Sayılar

Kök	Yaprak
1	2 8
2	0 4 4 9
3	1 5
4	2

Örnek okuma: kök 2, yaprak 9 → 29 sayı

- **a)** Gösterimde **her yaprak bir oyuncuyu** temsil eder. Öyleyse oyuncu sayısı **toplam yaprak sayısına** eşittir:

  2 + 4 + 2 + 1 = **9 oyuncu**

  Dikkat: Kök sayısı (4) oyuncu sayısını vermez; sayılması gereken **yapraklardır**.

- **b)** Verileri geri yazalım: Kök 1 → 12, 18 · Kök 2 → 20, 24, 24, 29 · Kök 3 → 31, 35 · Kök 4 → 42

  Sıralı veri seti: **12, 18, 20, 24, 24, 29, 31, 35, 42**

  En az sayı atan oyuncu **12** sayı atmıştır. Bu değer, gösterimin **en üstteki kökünün ilk yaprağıdır** (kök 1, yaprak 2).

  En çok sayı atan oyuncu **42** sayı atmıştır. Bu değer, **en alttaki kökün son yaprağıdır** (kök 4, yaprak 2).

  Gösterim zaten sıralı olduğu için uç değerler için veri setini tekrar sıralamaya gerek yoktur.

devamı →

4 *(çözümün devamı)*

- **c) 25'ten fazla** denince 25'in kendisi sayılmaz; 25'ten büyük veriler aranır:

  29 ✓ · 31 ✓ · 35 ✓ · 42 ✓ → **4 oyuncu**

  Kısayol: Sınır 25, kök 2 satırının içine düşer. O satırda 25'ten büyük tek yaprak 9'dur (29); kök 3 ve kök 4 satırlarının **tamamı** 25'ten büyüktür → 1 + 2 + 1 = 4.

  Aynı sayıyı atan oyuncu: Kök 2 satırında **4 yaprağı iki kez** yazılmıştır → **24** sayı atan **iki** oyuncu vardır. Tekrar eden veriler yaprakta tekrar yazıldığı için bunu gösterimden doğrudan görürüz.

- **d)** Veriler geri yazılıp toplanır:

  12 + 18 + 20 + 24 + 24 + 29 + 31 + 35 + 42

  = (12 + 18) + (20 + 24 + 24) + (29 + 31) + (35 + 42)

  = 30 + 68 + 60 + 77

  = **235 sayı**

  Kontrol: 30 + 68 = 98, 60 + 77 = 137, 98 + 137 = 235 ✓

✓ Doğru Sonuç: a) 9 oyuncu (yaprak sayısı) b) En az 12, en çok 42 c) 4 oyuncu; 24'ü atan 2 oyuncu var d) 235 sayı

5 Bir öğrenci **8, 23, 15, 7, 134, 23** verilerini kök-yaprak gösterimiyle özetlemek istemiş ve şu gösterimi kurmuştur:

Kök 0 → yapraklar 7, 8
Kök 1 → yapraklar 5, 34
Kök 2 → yaprak 3

a) Öğrencinin gösteriminde iki ayrı hata vardır. Bunları bulup neden hata olduklarını açıklayınız.
b) Doğru gösterimi kurunuz.
c) Öğrenci basit bir kontrol yapsaydı hatalarından en az birini yakalayabilirdi. Bu kontrol nedir? Öğrencinin gösterimi ve sizin gösteriminiz için ayrı ayrı uygulayınız.

- **a)**

  1. hata — iki rakamlı "yaprak" yazılmış. Öğrenci **134** sayısını kök 1'in yanına **34** yaprağı olarak yazmıştır. Oysa **yaprak her zaman son basamaktır** ve tek bir rakamdan oluşur; **kök ise son basamak dışındaki bütün basamaklardır**. 134 için son basamak 4, kalan basamaklar 13'tür → **kök 13, yaprak 4**. Öğrenci kökü "ilk basamak" sanmıştır.

devamı →

5 *(çözümün devamı)*

2. hata — tekrar eden veri bir kez yazılmış. Veri setinde **23 iki kez** geçmektedir, ama gösterimde kök 2'nin yanında **3 yaprağı yalnızca bir kez** yazılmıştır. Kök-yaprak gösteriminde tekrar eden veriler yaprakta **tekrar** yazılır; aksi hâlde bir veri kaybolur.

- **b) 1. adım — sırala:** 7, 8, 15, 23, 23, 134

  2. adım — kök ve yaprakları ayır:

  7 → kök **0**, yaprak 7 · 8 → kök **0**, yaprak 8 (tek basamaklı sayıların kökü 0'dır)

  15 → kök **1**, yaprak 5

  23 → kök **2**, yaprak 3 · 23 → kök **2**, yaprak 3

  134 → kök **13**, yaprak 4

  3. adım — doğru gösterim:

  Kök 0 → yapraklar 7, 8

  Kök 1 → yaprak 5

  Kök 2 → yapraklar 3, 3

  Kök 13 → yaprak 4

  (3'ten 12'ye kadar olan köklerin yaprağı olmadığı için bu kökler yazılmaz.)

- **c) Kontrol: toplam yaprak sayısı, veri sayısına eşit olmalıdır.**

  Öğrencinin gösteriminde: 2 + 2 + 1 = **5** yaprak. Oysa veri seti **6** sayıdan oluşuyor. 5 ≠ 6 → gösterim **eksiktir**; kayıp bir veri vardır. Bu kontrol 2. hatayı doğrudan yakalar.

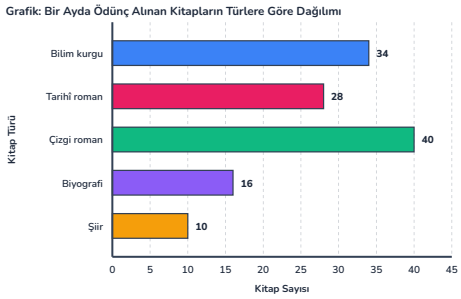
  Doğru gösterimde: 2 + 1 + 2 + 1 = **6** yaprak = 6 veri ✓

  Not: Bu kontrol 1. hatayı (iki rakamlı yaprak) yakalamaz, çünkü orada yaprak sayısı değişmemiştir. Onun için ayrı bir kural gerekir: **hiçbir yaprak birden çok rakamlı olamaz.** Gösterimi bitirince iki kontrolü de yapınız.

✓ Doğru Sonuç: a) 134 için yaprak 34 yazılmış (kök 13, yaprak 4 olmalı) ve tekrar eden 23 bir kez yazılmış b) Kök 0→7,8 · 1→5 · 2→3,3 · 13→4 c) Yaprak sayısı = veri sayısı (5 ≠ 6)

2. Bölüm Soru 6–10

6 Bir okul kütüphanesinde bir ayda ödünç alınan kitapların türlere göre dağılımı aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



a) En çok ve en az ödünç alınan türler hangileridir? Aralarındaki fark kaç kitaptır?
b) Bir ayda toplam kaç kitap ödünç alınmıştır?
c) Çizgi roman, şiirin kaç katı kadar ödünç alınmıştır? İşlemle gösteriniz.
d) Bu grafik neden yatay çizilmiştir? Dikey çizilseydi hangi sorun çıkardı?

- **a)** Yatay grafikte değerler **alttaki eksenden** okunur; çubuğun sağ ucu hangi çizgiye geliyorsa değer odur.

  Bilim kurgu 34 · Tarihî roman 28 · **Çizgi roman 40** · Biyografi 16 · **Şiir 10**

  En çok ödünç alınan tür **çizgi roman** (en uzun çubuk, 40 kitap).

  En az ödünç alınan tür **şiir** (en kısa çubuk, 10 kitap).

  Fark: 40 − 10 = **30 kitap**

- **b)** Bütün değerler toplanır:

  34 + 28 + 40 + 16 + 10

  = (34 + 16) + (28 + 40) + 10

  = 50 + 68 + 10

  = **128 kitap**

- **c)** "Kaç katı" sorusu **bölme** ile bulunur:

  40 ÷ 10 = **4**

  Çizgi roman, şiirin **4 katı** kadar ödünç alınmıştır.

  Sağlama: 10 × 4 = 40 ✓

  (Grafikte de görülür: çizgi roman çubuğu, şiir çubuğunun tam dört katı uzunluktadır.)

- **d)** Grafik **yatay** çizilmiştir çünkü **kategori adları uzundur**: "Bilim kurgu", "Tarihî roman", "Çizgi roman", "Biyografi". Yatay grafikte bu adlar **soldaki sütuna** yan yana rahatça yazılır.

  Dikey çizilseydi çıkacak sorun: Uzun adlar alt eksende **üst üste biner**, okunamaz hâle gelir. Bunu önlemek için ya adlar eğik yazılır (okumayı zorlaştırır), ya satırlara bölünür (grafik aşağı doğru uzar), ya da kısaltılır (bilgi kaybı olur). Yatay grafik bu sorunların hiçbirini yaşatmaz.

devamı →

6 *(çözümün devamı)*

Genel kural: Kategori adları uzunsa ya da kategori sayısı fazlaysa **yatay**, adlar kısa ve kategori sayısı azsa **dikey** sütun grafiği tercih edilir. İki grafik **aynı bilgiyi** taşır; seçim yalnızca okunaklılıkla ilgilidir.

✔ Doğru Sonuç: a) En çok çizgi roman (40), en az şiir (10); fark 30 b) 128 kitap c) 40 ÷ 10 = 4 katı d) Kategori adları uzun; dikeyde üst üste binerdi

7 İki öğrenci, 6/A ve 6/B sınıflarının okuduğu kitap sayılarını (**6/A: 44 kitap, 6/B: 48 kitap**) grafiğe dökmüştür:

Deniz'in grafiği: Değer ekseni **0, 10, 20, 50, 100** diye bölünmüştür.
Ege'nin grafiği: Değer ekseni **40'tan başlayıp** 40, 42, 44, 46, 48, 50 diye bölünmüştür.

a) Deniz'in grafiğindeki sorun nedir? Açıklayınız.
b) Ege'nin grafiğinde sütunlar nasıl görünür? Bu görüntü hangi yanlış izlenimi yaratır? Sayılarla gösteriniz.
c) Bu veriler için doğru bir grafiğin ölçeği nasıl olmalıdır?
d) Ege "Ama ben verileri değiştirmedim ki, sütunların uçları gerçek değerleri gösteriyor." diyor. Bu savunma yeterli midir?

- **a)** Deniz'in ekseninde aralıklar **eşit değildir**: 0→10 arası 10, 10→20 arası 10, ama 20→50 arası **30** ve 50→100 arası **50**'dir.

  Sütun grafiğinde **eşit uzunluklar eşit değerleri** temsil etmelidir. Aralıklar eşit olmayınca aynı yükseklikteki iki bölüm farklı değerlere karşılık gelir ve sütunların uzunlukları artık değerlerle **orantılı olmaz**. Grafiğe bakarak "bu sütun ötekinin iki katı" gibi bir yorum yapmak imkânsız hâle gelir.

  Doğrusu: Değer ekseni **eşit aralıklarla** bölünmelidir (0, 10, 20, 30, 40, 50 gibi).

- **b)** Ege'nin grafiğinde eksen **0'dan değil 40'tan** başlıyor. Bu durumda sütunların **çizilen** uzunlukları şöyle olur:

  6/A: 44 − 40 = **4** birim

  6/B: 48 − 40 = **8** birim

  Çizilen uzunluklar 4 ve 8 olduğu için 6/B sütunu 6/A'nın **tam iki katı** görünür.

  Yanlış izlenim: "6/B, 6/A'nın iki katı kitap okumuş."

  Gerçek: 48 ÷ 44 bölümü 2'ye hiç yakın değildir; 6/B yalnızca **48 − 44 = 4 kitap** fazla okumuştur, yani aradaki fark **%10'dan az** bir farktır. Eksenin 0'dan başlamaması küçük bir farkı devasa göstermiştir.

- **c)** Doğru grafikte değer ekseni:

devamı →

7 *(çözümün devamı)*

- **0'dan başlamalı**,
- **eşit aralıklarla** bölünmeli,
- en büyük değeri (48) kapsayacak kadar uzamalıdır.

Uygun bir ölçek: **0, 10, 20, 30, 40, 50** (10'ar aralıklı) ya da daha ayrıntı isteniyorsa **0, 5, 10, ..., 50** (5'er aralıklı).

Bu ölçekle çizildiğinde iki sütun neredeyse **aynı boyda** görünür ve bu doğru izlenimdir: iki sınıf birbirine yakın sayıda kitap okumuştur.

- **d) Savunma yeterli değildir.** Ege sayıları gerçekten değiştirmemiştir; grafikteki değerler doğrudur. Ama bir grafiğin işi yalnızca sayıları taşımak değil, **doğru izlenim vermektir**. İnsanlar grafiğe baktığında sütunların **uzunluklarını karşılaştırır**, uçlarındaki sayıları tek tek okuyup bölme yapmaz. Uzunluklar değerlerle orantılı değilse grafik, yanlış bir şey yazmadan **yanlış anlatmış** olur.

  Zaten sayılar tek tek okunacaksa grafiğe gerek yoktur; tablo yeterlidir. Grafiğin tek üstünlüğü olan **bir bakışta karşılaştırma** imkânı, bozuk ölçekle ortadan kalkar.

✔ Doğru Sonuç: a) Aralıklar eşit değil (10, 10, 30, 50) b) 4 ve 8 birim → iki katı görünür; gerçekte fark yalnızca 4 kitap c) 0'dan başlayan, 10'ar eşit aralıklı ölçek d) Yeterli değil; grafik yanlış izlenim veriyor

8 Bir okulda 6. ve 7. sınıf öğrencilerine en sevdikleri mevsim sorulmuştur:

6. sınıflar: 30 kişi yaz, 12 kişi kış, 18 kişi ilkbahar, 10 kişi sonbahar
7. sınıflar: 24 kişi yaz, 20 kişi kış, 16 kişi ilkbahar, 10 kişi sonbahar

a) Bu verileri bir ikili sıklık tablosunda düzenleyip her sınıf düzeyinin toplam öğrenci sayısını bulunuz.
b) Bu verilerin ikili sütun grafiğinde kaç sütun bulunur? Grafikte hangi öge olmadan grafik okunamaz?
c) İki sınıf düzeyinin eşit sayıda öğrencisinin seçtiği mevsim hangisidir? En büyük fark hangi mevsimdedir?
d) Bir öğrenci "6. sınıflar yazı 7. sınıflardan oranca daha çok seviyor." diyor. Bu iddiayı denetlemek için önce neyi kontrol etmek gerekir? Denetleyip karar veriniz.

- **a)**

  Tablo: Sınıf Düzeyine Göre En Sevilen Mevsimler

  Yaz → 6. sınıf **30**, 7. sınıf **24**

  Kış → 6. sınıf **12**, 7. sınıf **20**

devamı →

8 *(çözümün devamı)*

İlkbahar → 6. sınıf **18**, 7. sınıf **16**

Sonbahar → 6. sınıf **10**, 7. sınıf **10**

Toplamlar:

6. sınıflar: 30 + 12 + 18 + 10 = **70** öğrenci

7. sınıflar: 24 + 20 + 16 + 10 = **70** öğrenci

- **b)** Grafikte **4 kategori** (mevsim) vardır ve her kategoride **2 sütun** (bir 6. sınıf, bir 7. sınıf) çizilir:

  4 × 2 = **8 sütun**

  Grafikte **lejant (renk anahtarı)** olmadan grafik okunamaz. Lejant, hangi rengin hangi sınıf düzeyine ait olduğunu söyler; olmazsa yan yana duran iki sütunun hangisinin 6. sınıfa ait olduğu bilinemez ve bütün karşılaştırmalar anlamsızlaşır. (Başlık ve eksen adları da zorunludur, ama ikili grafiği **ikili** yapan asıl öge lejanttır.)

- **c)** Değerler karşılaştırılır:

  Yaz: 30 ve 24 → fark **6**

  Kış: 12 ve 20 → fark **8**

  İlkbahar: 18 ve 16 → fark **2**

  Sonbahar: 10 ve 10 → fark **0**

  Eşit olan mevsim: sonbahar (her iki düzeyde de 10 öğrenci; grafikte bu iki sütun aynı uzunlukta görünür).

  En büyük fark: kış (8 öğrenci; 7. sınıflar lehine).

- **d) Önce grup toplamlarının eşit olup olmadığı kontrol edilmelidir.** Toplamlar farklı olsaydı, sayıca fazla olan grubun her kategoride fazla çıkması doğal olurdu ve çıplak sayılar oran hakkında bir şey söylemezdi.

  Denetim: a şıkkında iki toplamın da **70** olduğunu bulmuştuk. Toplamlar **eşit** olduğuna göre bu veri setinde sayı karşılaştırması ile oran karşılaştırması **aynı sonucu verir**.

  Karar: İddia **doğrudur**. Yazı seçenler 6. sınıflarda 70'te 30, 7. sınıflarda 70'te 24'tür; paydalar eşit olduğu için 30 > 24 karşılaştırması doğrudan orana geçer.

  Uyarı: Bu sonuç toplamların eşit olmasına dayanır. Örneğin 6. sınıflar 70, 7. sınıflar 120 öğrenci olsaydı 30 ile 24'ü karşılaştırmak yanıltıcı olurdu; o durumda 70'te 30 ile 120'de 24'ü karşılaştırmak gerekirdi.

✓ Doğru Sonuç: a) Toplamlar 70 ve 70 b) 8 sütun; lejant şart c) Eşit: sonbahar (10-10); en büyük fark kış (8) d) Önce toplamlar; eşit oldukları için iddia doğru

9 Bir sınıftaki **25 öğrenciye** en sevdikleri renk sorulmuş ve bir öğrenci şu sıklık tablosunu hazırlamıştır:

Mavi → 8 · Kırmızı → 7 · Yeşil → 6 · Sarı → 5

Öğrenci ayrıca mavi satırının çetele sütununa **iki tam beşli grup** çizmiştir.

a) Tablonun sağlamasını yapınız. Bir sorun var mıdır?
b) Çetele sütunundaki ikinci hatayı bulunuz. Mavi için doğru çetele nasıl çizilmeliydi?
c) Öğrenci ham veri listesini yeniden saydığında kırmızının 6 olduğunu görmüştür. Düzeltilmiş tabloyu yazıp sağlamasını yapınız.
d) Öğrenci grafiği düzeltme öncesinde çizmiş olsaydı, düzeltmeden sonra grafikte ne değişirdi?

- **a) Sağlama kuralı:** Sıklıkların toplamı toplam veri sayısına eşit olmalıdır.

  8 + 7 + 6 + 5 = **26**

  Oysa sınıfta **25** öğrenci vardır. 26 ≠ 25 → **tabloda bir sorun vardır.** Toplam veri sayısından **1 fazla** çıktığına göre bir öğrencinin cevabı **iki kez** sayılmıştır (ya da bir kategoriye fazladan bir çetele çizilmiştir).

  Sağlama, hatanın **varlığını** gösterir ama **hangi kategoride** olduğunu söylemez; bunun için ham veriye dönmek gerekir.

- **b) İkinci hata: çetele ile sayı uyuşmuyor.** Öğrenci mavi satırına **iki tam beşli grup** çizmiştir. Çetelede her beşli grup **4 dik çizgi + üzerlerinden geçen 1 çapraz çizgi** demektir; iki tam beşli grup **5 + 5 = 10** eder. Oysa tabloda mavi için **8** yazılmıştır. 10 ≠ 8.

  Doğru çetele (mavi 8 için): bir tam beşli grup (5) ve yanına **3 dik çizgi** (3) → 5 + 3 = 8 ✓

  Çetele işaretleri beşerli gruplandığı için sayıyı hızlıca okumaya yarar; gruplar yanlış çizilirse bu üstünlük kaybolur.

- **c)** Yeniden sayımda kırmızının **7 değil 6** olduğu görülmüştür. Düzeltilmiş tablo:

  Tablo: En Sevilen Renkler

  Mavi → **8** · Kırmızı → **6** · Yeşil → **6** · Sarı → **5**

  Sağlama: 8 + 6 + 6 + 5 = **25** ✓ Toplam öğrenci sayısına eşit olduğuna göre tablo artık doğrudur.

  (Dikkat: Artık **kırmızı ve yeşil** aynı sıklığa sahiptir; ikisini de 6 öğrenci seçmiştir.)

- **d)** Grafikte **yalnızca kırmızı sütunu** değişirdi: 7 birimden **6 birime** inerdi. Diğer üç sütun aynı kalırdı.

devamı →

9 *(çözümün devamı)*

Bu küçük değişikliğin **önemli bir sonucu** vardır: Düzeltmeden önce kırmızı (7) tek başına ikinci sıradaydı; düzeltmeden sonra kırmızı ve yeşil **eşit** hâle gelir ve grafikte **iki sütun aynı uzunlukta** görünür. Yani "ikinci en sevilen renk kırmızıdır" yorumu artık yapılamaz; "kırmızı ve yeşil eşit sıklıkta" demek gerekir.

Ders: Sağlama **grafiği çizmeden önce** yapılmalıdır. Grafik çizildikten sonra bulunan hata, hem grafiğin hem de ondan çıkarılan bütün yorumların yeniden yapılmasını gerektirir.

✓ Doğru Sonuç: a) 8+7+6+5 = 26 ≠ 25, hata var b) İki beşli grup 10 eder, 8 yazılmış; doğrusu bir beşli grup + 3 çizgi c) 8, 6, 6, 5 → 25 ✓ d) Kırmızı sütunu 7'den 6'ya iner, yeşille eşitlenir

10 Aşağıda beş veri seti verilmiştir:

I. Öğrencilerin boy uzunlukları (cm): 142, 155, 148, 160, 151
II. Öğrencilerin göz renkleri: kahverengi, ela, mavi, kahverengi, yeşil
III. Bir haftada satılan dondurma sayıları: 45, 52, 38, 61, 47, 55, 40
IV. Öğrencilerin kardeş sayıları: 0, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 0
V. Bir sınıfın matematik puanları: 65, 78, 90, 55, 72

a) Bu veri setlerini "kök-yaprak ile özetlenebilir" ve "özetlenemez" diye ayırınız. Gerekçelerinizi yazınız.
b) Özetlenemeyen veri seti(leri) hangi gösterimle sunulur?
c) IV. veri seti nicel olmasına rağmen kök-yaprak gösterimi burada işe yarar mı? Gösterimi kurarak tartışınız.
d) I. ve V. veri setlerinin köklerini yazınız.

- **a)**

  KÖK-YAPRAK İLE ÖZETLENEBİLİR:

  — **I.** Boy uzunlukları **sayıdır** (nicel) ve basamaklara ayrılabilir ✓

  — **III.** Dondurma sayıları niceldir ✓

  — **IV.** Kardeş sayıları niceldir ✓ (ama c şıkkına bakınız)

  — **V.** Matematik puanları niceldir ✓

  ÖZETLENEMEZ:

  — **II.** Göz renkleri **kategoriktir**. "Kahverengi" bir addır; son basamağı yoktur, köke ve yaprağa ayrılamaz ×

  Genel ölçüt: Kök-yaprak gösterimi sayıların **basamaklarına** dayandığı için yalnızca **nicel (kesikli)** veriler için kullanılabilir.

devamı →

10 *(çözümün devamı)*

- **b) II. veri seti** (göz renkleri) **sıklık tablosu** ve **sütun grafiğiyle** sunulur.

  Sıklık tablosu: Kahverengi 2 · Ela 1 · Mavi 1 · Yeşil 1 → toplam 5 ✓

  Grafikte her renk bir sütunla gösterilir ve sütunların uzunlukları sıklıkları verir.

- **c) Gösterimi kuralım.** Veriler sıralı: 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3. Hepsi **tek basamaklı** olduğu için hepsinin kökü **0**'dır:

  Kök 0 → yapraklar 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3

  Tartışma: Gösterim kurulabiliyor ama **işe yaramıyor**. Kök-yaprak gösteriminin amacı verilerin **dağılımını** göstermektir; veriler farklı köklere dağılınca hangi aralıkta yığıldıkları bir bakışta görülür. Burada **tek bir satır** çıktığı için ortada gösterilecek bir dağılım kalmaz — gösterim, sıralanmış veri listesinden farklı bir şey söylemez.

  Daha uygun gösterim: Bu veriler için **sıklık tablosu** ya da **nokta grafiği** daha iyidir: 0 → 2 kişi, 1 → 3 kişi, 2 → 2 kişi, 3 → 1 kişi. Böylece hangi kardeş sayısının kaç kez tekrar ettiği doğrudan okunur.

  Kural: Kök-yaprak, verilerin **en az iki-üç farklı köke** yayıldığı setlerde anlamlıdır.

- **d)**

  I. veri seti (142, 155, 148, 160, 151): Yaprak son basamak, kök kalan basamaklardır.

  142 → kök 14 · 148 → kök 14 · 151 → kök 15 · 155 → kök 15 · 160 → kök 16

  Kökler: 14, 15, 16

  V. veri seti (65, 78, 90, 55, 72):

  55 → kök 5 · 65 → kök 6 · 72 → kök 7 · 78 → kök 7 · 90 → kök 9

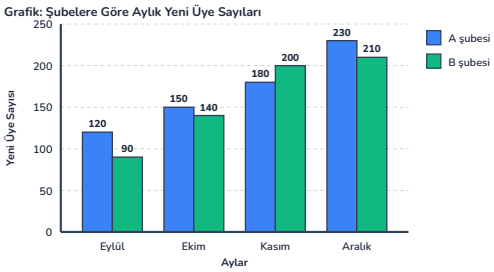
  Kökler: 5, 6, 7, 9

  (8 kökünün yaprağı olmadığı için gösterime yazılmaz.)

✓ Doğru Sonuç: a) I, III, IV, V nicel → olur; II kategorik → olmaz b) Sıklık tablosu + sütun grafiği c) Kurulur ama tek satır çıkar, dağılım göstermez d) I: 14, 15, 16 · V: 5, 6, 7, 9

3. Bölüm Soru 11–15

11 Bir spor salonunun iki şubesine dört ayda kaydolan yeni üye sayıları aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



a) Her ayda hangi şube daha çok üye almıştır? Farkın en büyük olduğu ay hangisidir?
b) Dört ayda her şube toplam kaç üye almıştır? Hangi şube daha çok üye almıştır?
c) Her şube için aydan aya artış miktarlarını hesaplayınız.
d) Bir yönetici "B şubesi her ay A şubesinden daha hızlı büyüyor." diyor. Bu iddiayı denetleyip karar veriniz.

- **a)** Her ayda yan yana duran iki sütun karşılaştırılır:

  Eylül: A **120** · B 90 → **A şubesi** fazla, fark 120 − 90 = **30**

  Ekim: A **150** · B 140 → **A şubesi** fazla, fark 150 − 140 = **10**

  Kasım: A 180 · B **200** → **B şubesi** fazla, fark 200 − 180 = **20**

  Aralık: A **230** · B 210 → **A şubesi** fazla, fark 230 − 210 = **20**

  Farkların en büyüğü **30**'dur → **eylül** ayı.

- **b)** Her şubenin dört ayının değerleri toplanır:

  A şubesi: 120 + 150 + 180 + 230 = (120 + 180) + (150 + 230) = 300 + 380 = **680 üye**

  B şubesi: 90 + 140 + 200 + 210 = (90 + 210) + (140 + 200) = 300 + 340 = **640 üye**

  680 > 640 olduğuna göre dört ayda **A şubesi** daha çok üye almıştır (40 üye fazla).

- **c)** Artış miktarı, ardışık iki ayın **farkıdır**:

  A şubesi:

  Eylül → Ekim: 150 − 120 = **+30**

  Ekim → Kasım: 180 − 150 = **+30**

  Kasım → Aralık: 230 − 180 = **+50**

  B şubesi:

  Eylül → Ekim: 140 − 90 = **+50**

  Ekim → Kasım: 200 − 140 = **+60**

  Kasım → Aralık: 210 − 200 = **+10**

devamı →

11 *(çözümün devamı)*

- **d) İddia yanlıştır.** "Her ay" dendiğine göre iddianın **bütün** aylarda doğru olması gerekir; **tek bir karşı örnek** onu çürütmeye yeter.

  Artışları karşılaştıralım:

  Eylül → Ekim: A **+30**, B **+50** → B daha hızlı ✓

  Ekim → Kasım: A **+30**, B **+60** → B daha hızlı ✓

  Kasım → Aralık: A **+50**, B **+10** → **A daha hızlı ×**

  Karşı örnek: Kasım'dan aralık'a A şubesi 50 üye artırırken B şubesi yalnızca 10 üye artırmıştır. Bu ayda büyüme hızı bakımından **A şubesi öndedir**.

  Yönetici muhtemelen ilk iki aya bakıp genelleme yapmıştır. Grafikte de bu görülür: B'nin sütunları eylülden kasıma hızla uzar, sonra aralıkta neredeyse yerinde sayar; A'nın sütunları ise sürekli ve aralıkta daha da hızlı uzar. **"Her ay" gibi kesin ifadeler kullanmadan önce bütün aralıklar tek tek denetlenmelidir.**

✓ Doğru Sonuç: a) Eylül, ekim, aralık A; kasım B — en büyük fark eylül (30) b) A 680, B 640 → A fazla c) A: +30, +30, +50 · B: +50, +60, +10 d) Yanlış; kasım→aralıkta A daha hızlı

12 Bir okulda **6. sınıflarda 150**, **7. sınıflarda 250** öğrenci vardır. Kütüphaneye üye olan öğrenci sayıları şöyledir:

6. sınıflar: 60 üye · 7. sınıflar: 75 üye

Okul müdürü bu verileri ikili sütun grafiğinde göstermiş ve "7. sınıflar kütüphaneyi daha çok kullanıyor." yorumunu yapmıştır.

a) Sayıca hangi grupta daha çok üye vardır? Grafikte hangi sütun daha uzun görünür?
b) Müdürün yorumu doğru mudur? Oranları hesaplayarak karar veriniz.
c) Bu yanılgının önüne geçmek için grafiğe ne eklenmeli ya da grafik nasıl çizilmelidir?
d) "İkili sütun grafiğinde uzun sütunun bulunduğu grup her zaman daha üstündür." ifadesini değerlendiriniz.

- **a)** Üye sayıları 60 ve 75'tir. **Sayıca 7. sınıflarda daha çok üye vardır** (75 > 60).

  Grafikte üye sayıları çizildiği için **7. sınıfların sütunu daha uzun** görünür. Müdürün yorumu tam da bu görüntüye dayanmaktadır.

- **b) Yorum yanlıştır.** "Daha çok kullanıyor" demek bir **oran** iddiasıdır; kaç öğrenciden kaçının üye olduğuna bakmak gerekir.

  6. sınıflar: 150 öğrencinin 60'ı üye

  60 ÷ 150 = 6 ÷ 15 = **2/5** → 5 öğrenciden 2'si → **%40**

devamı →

12 *(çözümün devamı)*

7. sınıflar: 250 öğrencinin 75'i üye

75 ÷ 250 = 3 ÷ 10 = **3/10** → 10 öğrenciden 3'ü → **%30**

%40 > %30 olduğuna göre **oranca 6. sınıflar kütüphaneyi daha çok kullanmaktadır.** Müdürün yorumu tam tersi yöndedir.

Neden böyle oldu: 7. sınıfların mevcudu 6. sınıfların yaklaşık bir buçuk katıdır. Bu yüzden 7. sınıflar hemen her konuda sayıca öne çıkar; bu, oran hakkında hiçbir şey söylemez.

- **c)** Üç çözüm vardır:

  1) Grup toplamlarını grafiğe yazmak. Eksen adının altına ya da lejanta "6. sınıflar: 150 öğrenci · 7. sınıflar: 250 öğrenci" notu eklenirse okuyucu oranı kendisi hesaplayabilir.

  2) Sayı yerine yüzde çizmek. Sütunlar 60 ve 75 yerine **%40 ve %30** değerleriyle çizilirse grafik doğru izlenimi verir; bu durumda dikey eksenin adı "Üye Olan Öğrencilerin Yüzdesi" olur.

  3) Üye olan ve olmayanları birlikte göstermek. Her sınıf düzeyi için "üye" ve "üye değil" sütunları çizilirse (6. sınıf 60 / 90, 7. sınıf 75 / 175) toplamlar da görünür hâle gelir.

  En güvenlisi **2. seçenektir**, çünkü karşılaştırma doğrudan grafiğin kendisinden okunur.

- **d) İfade yanlıştır.** Bir sütunun uzunluğu yalnızca **o kategorideki sayıyı** gösterir; grubun **büyüklüğünü** göstermez.

  Karşı örnek: Yukarıdaki veriler. 7. sınıfların sütunu daha uzundur (75 > 60) ama oranca daha düşüktür (%30 < %40).

  Ne zaman güvenilir: Yalnızca **grup toplamları eşitse** sütun uzunlukları doğrudan oran karşılaştırmasına geçer. Toplamlar eşit değilse sütun uzunlukları "kaç kişi" sorusunu yanıtlar, "hangi grup daha çok kullanıyor" sorusunu yanıtlamaz.

  Kural: İkili sütun grafiğinden oran yorumu yapmadan önce her zaman **grup toplamlarını** sorunuz.

✔ Doğru Sonuç: a) Sayıca 7. sınıflar (75) b) Yanlış; %40 > %30, oranca 6. sınıflar c) Toplamları yazmak, yüzde çizmek ya da üye/üye değil göstermek d) Yanlış; ancak toplamlar eşitse geçerli

13 Bir sınavdaki puanların kök-yaprak gösterimi aşağıda verilmiştir. Yapraklardan biri mürekkep lekesiyle kapandığı için **"?"** ile gösterilmiştir. Öğretmen, **bütün puanların toplamının 661** olduğunu söylemektedir.

Sınav Puanları

Kök	Yaprak
6	2 5 8
7	0 4 ? 9
8	1 6

Örnek okuma: kök 6, yaprak 5 → 65 puan

a) Okunabilen puanları küçükten büyüğe yazıp toplamlarını bulunuz.
b) Eksik puanı bulunuz. Kapanan yaprak hangi rakamdır?
c) Toplam verilmeseydi bile yaprağın alabileceği değerler hangi aralıkta olurdu? Gerekçelendiriniz.
d) 75'ten fazla puan alan kaç öğrenci vardır?

- **a)** Her yaprak kendi kökünün sağına eklenir:

  Kök 6 → **62, 65, 68**

  Kök 7 → **70, 74, ?, 79**

  Kök 8 → **81, 86**

  Okunabilen puanlar sıralı olarak: **62, 65, 68, 70, 74, 79, 81, 86 → 8 puan**

  Toplamları:

  62 + 65 + 68 = 195

  70 + 74 + 79 = 223

  81 + 86 = 167

  195 + 223 + 167 = **585**

- **b)** Gösterimde toplam **9 yaprak** vardır (3 + 4 + 2), yani sınava **9 öğrenci** girmiştir. Bütün puanların toplamı 661 olduğuna göre:

  Eksik puan = 661 − 585 = 76

  Bu puan kök **7** satırındadır; 76 sayısının son basamağı 6'dır.

  Kapanan yaprak: 6

  Kontrol: 585 + 76 = **661** ✓ ve 76 gerçekten kök 7 satırına aittir ✓

- **c)** Toplam bilinmeseydi bile yaprak **rastgele bir rakam olamazdı**; iki koşul onu sınırlar:

  1. Kök koşulu: Yaprak kök 7 satırındadır, öyleyse puan 70 ile 79 arasındadır ve yaprak 0 ile 9 arasında bir rakamdır.

  2. Sıralama koşulu: Kök-yaprak gösteriminde yapraklar **küçükten büyüğe** yazılır. Satırdaki yapraklar 0, 4, **?**, 9 sırasındadır; öyleyse **4 ≤ ? ≤ 9** olmalıdır.

  Bu iki koşul birleştirildiğinde yaprak **4, 5, 6, 7, 8 ya da 9** olabilir; yani puan **74 ile 79 arasında** (ikisi dâhil) bir sayıdır.

  Toplam bilgisi bu **altı** seçenekten hangisinin doğru olduğunu belirler. (Bulduğumuz 6 değeri gerçekten bu aralıktadır ✓)

devamı →

13 *(çözümün devamı)*

- **d)** Tam veri seti artık elimizde: **62, 65, 68, 70, 74, 76, 79, 81, 86**

  75'ten fazla denince 75'in kendisi sayılmaz; 75'ten büyük puanlar aranır:

  76 ✓ · 79 ✓ · 81 ✓ · 86 ✓ → **4 öğrenci**

  Kısayol: Sınır 75, kök 7 satırının ortasına düşer. O satırda 75'ten büyük yapraklar 6 ve 9'dur (2 puan); kök 8 satırının **tamamı** 75'ten büyüktür (2 puan) → 2 + 2 = 4.

  (Veri setinde tam 75 bulunmadığı için soru "75 ve fazlası" deseydi cevap yine 4 olurdu.)

✓ Doğru Sonuç: a) 62, 65, 68, 70, 74, 79, 81, 86 → toplam 585 b) 661 − 585 = 76, yaprak 6 c) 4 ≤ ? ≤ 9 (sıralama koşulu) d) 4 öğrenci

14 Bir öğretmen **30 öğrencinin** matematik puanlarını (en düşük 48, en yüksek 97) veli toplantısında sunacaktır. Üç seçenek düşünmektedir:

I. Puanları 10'arlı gruplara ayıran sıklık tablosu (40-49, 50-59, ... 90-99)
II. Bu gruplardan çizilen sütun grafiği
III. Kök-yaprak gösterimi

a) Her seçeneğin neyi gösterdiğini ve neyi gizlediğini yazınız.
b) "Tam olarak kaç öğrenci 85 puan aldı?" sorusunu hangi seçenek(ler) yanıtlar? Gerekçelendiriniz.
c) "En yüksek ve en düşük puan kaçtır?" sorusunu hangi seçenek(ler) yanıtlar?
d) Sınava 30 değil 300 öğrenci girseydi hangi seçenek tercih edilirdi? Neden?

- **a)**

  I. Gruplu sıklık tablosu

  — **Gösterdiği:** Puanların hangi aralıkta yığıldığı; her aralıkta kaç öğrenci olduğu. Genel dağılım bir bakışta görülür.

  — **Gizlediği: Tek tek puanlar.** "80-89 aralığında 7 öğrenci" bilgisi, bu 7 öğrencinin 80 mi 89 mu aldığını söylemez. Bilgi **geri döndürülemez biçimde** kaybolur.

  II. Gruplu sütun grafiği

  — **Gösterdiği:** I ile aynı bilgiyi, ama **görsel** olarak. Aralıkların büyüklük sırası ve dağılımın biçimi (nerede yığılma var) hızlıca okunur.

  — **Gizlediği:** I ile aynı şeyler; üstelik sütun uzunlukları gözle okunduğu için **tam sayılar** bile bazen net görünmez.

  III. Kök-yaprak gösterimi

devamı →

14 *(çözümün devamı)*

— **Gösterdiği:** Hem dağılımı (hangi kökte kaç yaprak var) hem de **her verinin kendisini**. Veriler zaten **sıralı** durur.

— **Gizlediği:** Pratik olarak hiçbir şey; gösterimden ham veri seti tamamen geri yazılabilir. Tek sakıncası, veri sayısı büyüdükçe satırların **çok uzaması**dır.

- **b)** Bu soruyu **yalnızca III (kök-yaprak)** yanıtlar.

  Gerekçe: Kök-yaprak gösteriminde 85 puanı, kök 8 satırındaki **5 yaprağı** olarak görünür ve bu yaprağın kaç kez yazıldığı doğrudan sayılır.

  I ve II'de 85 puanı "80-89" grubunun içinde kaybolur. Bu gruptaki 7 öğrencinin puanları 80, 82, 85, 85, 86, 88, 89 da olabilir, 81, 83, 84, 86, 87, 88, 89 da; tablo ve grafik ikisini **ayırt edemez**. Gruplama yapıldıktan sonra tek tek değerlere **geri dönmek mümkün değildir**.

- **c)** Bu soruyu da **yalnızca III** yanıtlar.

  Kök-yaprak gösteriminde en düşük puan **en üstteki kökün ilk yaprağı**, en yüksek puan **en alttaki kökün son yaprağı**dır; ikisi de doğrudan okunur (bu veri setinde 48 ve 97).

  I ve II ise yalnızca "en düşük puan 40-49 aralığında, en yüksek puan 90-99 aralığında" diyebilir. Aralığın hangi ucunda olduğu bilinmez; en düşük puan 40 da olabilir 49 da. **Uç değerler gruplamada kaybolur.**

- **d) 300 öğrenci olsaydı I ya da II tercih edilirdi.**

  Neden: Kök-yaprak gösteriminde her veri bir yaprakla temsil edilir. 300 veri demek **300 yaprak** demektir; 40-99 arası puanlarda 6 kök bulunacağından her satıra ortalama **50 yaprak** düşer. Böyle bir satır sayfaya sığmaz, sığsa bile gözle sayılamaz ve gösterimin sağladığı "bir bakışta görme" üstünlüğü tamamen kaybolur.

  Gruplu sıklık tablosu ve sütun grafiği ise veri sayısından **etkilenmez**: 30 veri de 300 veri de 6 satıra ya da 6 sütuna sığar.

  Genel kural: Kök-yaprak gösterimi **küçük ve orta büyüklükteki** veri setleri içindir. Veri sayısı büyüdükçe tek tek değerleri korumaktan vazgeçilip **gruplama** yapılır; bu bir bilgi kaybıdır ama okunabilirlik kazancı bu kaybı haklı çıkarır.

✓ Doğru Sonuç: a) I ve II dağılımı gösterir, tek tek puanları gizler; III ikisini de verir b) ve c) Yalnızca III (kök-yaprak) d) I ya da II; 300 yaprak okunamaz

15 Bir istatistik kulübü pano için "gösterim kartları" hazırlayacaktır. Her öğrenci verilen koşulu sağlayan bir veri seti, gösterim ya da araştırma sorusu yazıp kartın arkasına **koşulu nasıl sağladığını** açıklayacaktır. Dikkat: her maddede birden çok doğru cevap vardır.

a) Kök-yaprak gösteriminde tam olarak 3 kökü ve 8 yaprağı olan, en küçüğü 45 ve en büyüğü 72 olan bir veri seti yazınız. Gösterimi kurunuz.
b) Sıklıkları toplamı 30 olan, en büyük sıklığı 12 olan ve iki kategorisinin sıklığı eşit olan bir sıklık tablosu yazınız.
c) Yatay sütun grafiğinin dikeye üstün olduğu bir araştırma sorusu yazınız ve kategorilerini belirtiniz.
d) Bir arkadaşınız "Kök-yaprak gösteriminde kök sayısı veri sayısını verir." diyor. Ona bir karşı örnekle doğrusunu anlatan kısa bir metin yazınız.

- **a)** Örnek veri seti: **45, 47, 52, 55, 58, 59, 70, 72**

  Gösterim:

  Kök 4 → yapraklar 5, 7

  Kök 5 → yapraklar 2, 5, 8, 9

  Kök 7 → yapraklar 0, 2

  Koşulların denetimi: Kök sayısı 3 ✓ (4, 5, 7) · Yaprak sayısı 2 + 4 + 2 = **8** ✓ · En küçük veri 45 ✓ · En büyük veri 72 ✓

  Nasıl kurulur: En küçük ve en büyük veri, **ilk** ve **son** kökü belirler (45 → kök 4, 72 → kök 7). Bu ikisi zorunlu olduğuna göre geriye **bir** kök seçme hakkı kalır; 5 ya da 6 seçilebilir. Sonra yapraklar 8 olacak biçimde dağıtılır.

  Dikkat: 6 kökü kullanılmadığı için gösterimde yazılmamıştır; kökler ardışık olmak zorunda değildir.

  (Başka doğru cevaplar: 45, 48, 60, 62, 65, 68, 70, 72 → kökler 4, 6, 7.)

- **b)** Örnek tablo: **Mavi 12 · Kırmızı 8 · Yeşil 5 · Sarı 5**

  Koşulların denetimi: Toplam 12 + 8 + 5 + 5 = **30** ✓ · En büyük sıklık **12** ✓ · Yeşil ile sarının sıklığı **eşit** (5 ve 5) ✓

  Nasıl kurulur: Önce en büyük sıklık (12) yazılır, sonra eşit olacak iki kategoriye aynı sayı verilir ve kalan kategori toplamı 30'a tamamlar: 30 − 12 = 18, 18 − 5 − 5 = 8.

  (Başka doğru cevaplar: 12, 10, 4, 4 · 12, 9, 6, 3 olmaz — burada eşit sıklık yoktur; 12, 6, 6, 6 olur ama bu sefer üç kategori eşittir. Koşul "en az iki kategori eşit" biçiminde okunursa bu da geçerlidir.)

- **c)** Örnek araştırma sorusu: "**Okulumuzdaki öğrencilerin okula geliş şekilleri nelerdir?**"

  Kategoriler: Yürüyerek · Okul servisiyle · Ailesinin özel aracıyla · Toplu taşımayla · Bisikletle

devamı →

15 *(çözümün devamı)*

Neden yatay: Kategori adları uzundur ("Ailesinin özel aracıyla", "Okul servisiyle"). Dikey grafikte bu adlar alt eksende **üst üste biner** ve okunamaz; yatay grafikte soldaki sütuna yan yana rahatça yazılır. Ayrıca kategori sayısı beştir; aşağı doğru yer bulmak yana doğru yer bulmaktan kolaydır.

(Başka doğru cevaplar: "Öğrenciler boş zamanlarında hangi etkinlikleri yapmaktadır?", "Velilerimizin meslek grupları nelerdir?")

- **d)** Örnek metin:

"Kök sayısı veri sayısını **vermez**; veri sayısını **toplam yaprak sayısı** verir. Bunun nedeni şudur: gösterimde **her yaprak bir veriyi** temsil eder, kök ise yalnızca o satırdaki verilerin **ortak baş kısmıdır**. Bir kökün altında bir tane de yaprak olabilir, on tane de.

Karşı örnek: Kök 3 → yapraklar 1, 4, 4, 7, 9 · Kök 5 → yaprak 2. Burada **2 kök** vardır ama veri seti **31, 34, 34, 37, 39, 52**, yani **6 sayıdan** oluşur. Kök sayısına baksaydın 'iki veri var' derdin; oysa yaprakları saydığında 5 + 1 = 6 çıkar.

Ayrıca tekrar eden veriler yaprakta tekrar yazıldığı için (34 iki kez) yaprak sayısı, **farklı** veri sayısını değil, **toplam** veri sayısını verir. Gösterimi bitirdiğinde her zaman şu kontrolü yap: **yaprak sayısı = veri sayısı.**"

✔ Doğru Sonuç: a) örn. 45, 47, 52, 55, 58, 59, 70, 72 (kökler 4, 5, 7) b) örn. 12, 8, 5, 5 c) örn. okula geliş şekilleri (uzun kategori adları) d) Veri sayısı = yaprak sayısı, kök sayısı değil