KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Aritmetik Ortalama, Ortanca, Açıklık ve Tepe Değeri

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 — Bir veri setinde dört ölçüyü birden hesaplama

Bir haftanın günlük en yüksek sıcaklıkları santigrat derece cinsinden şöyle ölçülmüştür: **8, 12, 15, 15, 18, 20, 24**

a) Aritmetik ortalamayı bulunuz.
b) Ortancayı bulunuz.
c) Tepe değerini bulunuz.
d) Açıklığı bulunuz ve yorumlayınız.

1 a) Aritmetik ortalama — topla ve böl

1. adım — verileri topla:

8 + 12 + 15 + 15 + 18 + 20 + 24

= 20 + 15 + 15 + 18 + 20 + 24

= **112**

2. adım — veri sayısına böl:

Veri adedi: **7**

Ortalama = 112 ÷ 7 = **16 °C**

2 b) Ortanca — sırala ve ortayı bul

Veriler zaten küçükten büyüğe sıralı:

8, 12, 15, **15**, 18, 20, 24

Veri sayısı **7 (tek)** olduğuna göre tam ortadaki değer ortancadır. 7 verinin ortancası **4. sıradaki** değerdir (solunda 3, sağında 3 veri kalır).

Ortanca = **15 °C**

3 c) Tepe değer — en çok tekrar edeni bul

Her değerin kaç kez geçtiğini sayalım:

8 → 1 kez · 12 → 1 kez · **15 → 2 kez** · 18 → 1 kez · 20 → 1 kez · 24 → 1 kez

En çok tekrar eden değer **15**'tir.

Tepe değer = **15 °C**

Dikkat: Cevap 15'tir, tekrar sayısı olan 2 değil.

4 d) Açıklık ve yorumu

En büyük değer: **24** · En küçük değer: **8**

Açıklık = 24 − 8 = **16 °C**

Yorum: Hafta boyunca en sıcak gün ile en soğuk gün arasında **16 derecelik** bir fark vardır. Bu, sıcaklıkların hafta içinde belirgin biçimde **değiştiğini** gösterir.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Bir veri setinde dört ölçüyü birden hesaplama** (devam)

Dört ölçüyü karşılaştıralım:

Ortalama **16**, ortanca **15**, tepe değer **15** — üçü de birbirine çok yakın. Bu, veri setinde **uç değer olmadığının** işaretidir. Böyle veri setlerinde **aritmetik ortalama rahatlıkla kullanılabilir**.

Sonuç: a) 16 °C b) 15 °C c) 15 °C d) Açıklık 16 °C; üç ölçü birbirine yakın olduğu için uç değer yoktur ve ortalama kullanılabilir.

Dikkat: Dört ölçüyü de hesaplarken ilk iş verileri sıralamaktır; ortanca, tepe değer ve açıklık sıralı veride çok daha kolay okunur.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Ortalamadan eksik veriyi geri hesaplama**

Bir öğrencinin dört deneme sınavındaki net ortalaması **78**'dir.
a) Bu öğrencinin dört denemedeki net toplamı kaçtır?
b) Beşinci denemeden kaç net yaparsa ortalaması **80** olur?
c) Beşinci denemeden kaç net yaparsa ortalaması **75**'e düşer?
d) Beşinci denemede **98 net** yaparsa ortalaması kaç olur?

1 **a) Toplamı geri hesapla**

Toplam = Ortalama × Veri sayısı bağıntısını kullanalım:

Toplam = 78 × 4 = **312 net**

Bu, öğrencinin dört denemede yaptığı netlerin toplamıdır. Hangi denemede kaç net yaptığını bilmemize gerek yok; sonraki bütün hesaplar bu tek sayıyla yapılacak.

2 **b) Ortalamayı 80 yapmak için**

Beş denemenin ortalaması 80 olacaksa **beş denemenin toplamı**:

80 × 5 = **400 net**

İlk dört denemenin toplamı 312 olduğuna göre beşinci deneme:

400 − 312 = **88 net**

Kontrol: (312 + 88) ÷ 5 = 400 ÷ 5 = 80 ✓

Not: Ortalamayı 78'den 80'e, yani **2 puan** yükseltmek için mevcut ortalamanın epey üstünde (88) bir net gerekti. Ortalamayı yükseltmek, ortalamanın kendisinden yüksek bir değer eklemeyi gerektirir.

3 **c) Ortalamayı 75'e düşürmek için**

Beş denemenin toplamı:

75 × 5 = **375 net**

Beşinci deneme:

375 − 312 = **63 net**

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Ortalamadan eksik veriyi geri hesaplama** (devam)

Kontrol: (312 + 63) ÷ 5 = 375 ÷ 5 = 75 ✓

Bu kez eklenen değer (63), mevcut ortalamanın (78) **altındadır**; bu yüzden ortalama düşmüştür.

4 d) 98 net yaparsa ortalama kaç olur?

Bu kez ters yönde gidiyoruz: önce **yeni toplam**, sonra **yeni ortalama**.

Yeni toplam = 312 + 98 = **410 net**

Veri sayısı = **5**

Yeni ortalama = 410 ÷ 5 = **82 net**

Genel kural: Veri setine eklenen değer,

- mevcut ortalamadan **büyükse** → ortalama **artar** (98 > 78 → 82'ye çıktı ✓)
- mevcut ortalamadan **küçükse** → ortalama **azalır**
- mevcut ortalamaya **eşitse** → ortalama **değişmez**

Bu kural, hesap yapmadan sonucun yönünü tahmin etmeyi sağlar.

Sonuç: a) 312 net b) 88 net c) 63 net d) 82 net

Dikkat: "Ortalama × veri sayısı = toplam" bağıntısını yazmadan işe başlama; bütün bu soru tipleri bu tek eşitlikle çözülür.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Uç değerin ölçülere etkisi ve uygun ölçüyü seçme**

Küçük bir şirkette çalışan yedi kişinin aylık maaşları bin TL cinsinden şöyledir:
22, 24, 24, 26, 28, 30, 126
a) Aritmetik ortalamayı ve ortancayı bulunuz.
b) Tepe değerini ve açıklığı bulunuz.
c) Kaç çalışan, ortalamanın altında maaş almaktadır?
d) "Bu şirkette çalışanlar ne kadar maaş alıyor?" sorusuna hangi ölçüyle cevap verilmelidir? Gerekçelendiriniz.

1 a) Ortalama ve ortanca

Aritmetik ortalama:

22 + 24 + 24 + 26 + 28 + 30 + 126

= 280

Veri sayısı: 7

Ortalama = 280 ÷ 7 = **40 bin TL**

Ortanca: Veriler zaten sıralı:

22, 24, 24, **26**, 28, 30, 126

Veri sayısı 7 (tek) → 4. sıradaki değer

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Uç değerin ölçülere etkisi ve uygun ölçüyü seçme** (devam)

Ortanca = **26 bin TL**

2 b) Tepe değer ve açıklık

Tepe değer: Tekrar sayıları:

22 → 1 · **24 → 2** · 26 → 1 · 28 → 1 · 30 → 1 · 126 → 1

Tepe değer = **24 bin TL**

Açıklık:

En büyük: 126 · En küçük: 22

Açıklık = 126 − 22 = **104 bin TL**

Açıklığın bu kadar büyük olması, veri setinde bir **uç değer** bulunduğunun güçlü bir işaretidir.

3 c) Ortalamanın altındakileri say

Ortalama **40 bin TL**'dir. Maaşları tek tek karşılaştıralım:

22 < 40 ✓ · 24 < 40 ✓ · 24 < 40 ✓ · 26 < 40 ✓

28 < 40 ✓ · 30 < 40 ✓ · 126 > 40 ×

Yedi çalışandan altısı ortalamanın altında maaş almaktadır!

Bu çarpıcı bir sonuçtur: "ortalama" denen sayı, çalışanların **%85'inden fazlasının** üzerinde kalıyor. Tek bir yüksek maaş (126) toplamı yukarı çekmiş ve ortalamayı gerçeklikten uzaklaştırmıştır.

4 d) Hangi ölçü kullanılmalı?

Ortanca (26 bin TL) kullanılmalıdır.

Gerekçe:

1. Veri setinde açık bir **uç değer** var (126; diğerlerinin dört katından fazla).

2. Açıklık çok büyük (104) — verilerin yayıldığını gösteriyor.

3. Ortalama uç değerden etkilenir; nitekim 40 bin TL çıktı ve yedi kişiden altısının maaşının üstünde kaldı.

4. Ortanca uç değerden etkilenmez; çünkü yalnızca sıralamadaki konuma bakar. 126 yerine 1000 yazılsaydı bile ortanca **yine 26** olurdu.

Ortanca olan 26 bin TL, çalışanların çoğunluğunun (22–30 aralığındaki altı kişinin) maaşına çok daha yakındır.

Sonuç: Açıklığın yüksek ve uç değerin bulunduğu veri setlerinde **ortanca, ortalamaya göre daha uygun** bir merkezî eğilim ölçüsüdür.

Sonuç: a) Ortalama 40, ortanca 26 bin TL b) Tepe değer 24 bin TL, açıklık 104 bin TL c) 7 çalışandan 6'sı d) Ortanca; uç değer ortalamayı yukarı çekmiştir.

Dikkat: Açıklık çok büyük çıkıyorsa mutlaka uç değer ara; varsa ortalama yerine ortancayı kullan.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Tepe değerin özel durumları ve kategorik veri**

a) 14, 6, 10, 6, 14, 6, 5 veri setinin tepe değerini bulunuz.
b) 24, 32, 15, 9, 24, 15, 7 veri setinin tepe değerini bulunuz.
c) 10, 8, 17, 24, 21, 34, 106 veri setinin tepe değerini bulunuz.
d) Bir sınıfta öğrencilere en sevdikleri dondurma çeşidi sorulmuş ve şu cevaplar alınmıştır:
Çikolatalı, Vanilyalı, Çilekli, Çikolatalı, Muzlu, Vanilyalı, Çikolatalı, Çilekli, Çikolatalı, Çilekli, Vanilyalı, Çikolatalı, Vanilyalı, Çikolatalı
Bu veri setinin tepe değeri nedir? Bu veri için ortalama hesaplanabilir mi?

1 a) Tek tepe değer

Önce sıralayalım: 5, **6, 6, 6**, 10, **14, 14**

Tekrar sayıları:

5 → 1 kez · **6 → 3 kez** · 10 → 1 kez · 14 → 2 kez

En çok tekrar eden değer **6**'dır.

Tepe değer = **6**

Dikkat: 14 de tekrar ediyor (2 kez) ama 6 daha çok tekrar ettiği için tek tepe değer vardır.

2 b) İki tepe değer

Sıralayalım: 7, 9, **15, 15**, **24, 24**, 32

Tekrar sayıları:

7 → 1 · 9 → 1 · **15 → 2** · **24 → 2** · 32 → 1

15 ve 24 sayılarının **ikisi de ikişer kez** tekrar ediyor ve bu en yüksek sıklıktır.

Tepe değerler = **15 ve 24**

Bir veri setinde **birden fazla tepe değer** olabilir; ikisini de yazmak gerekir.

3 c) Tepe değeri olmayan set

Sıralayalım: 8, 10, 17, 21, 24, 34, 106

Tekrar sayıları: her değerden **birer tane** var.

Hiçbir değer diğerlerinden daha sık tekrar etmediğine göre:
Bu veri setinin tepe değeri yoktur.

Not: "Tepe değer yoktur" demek ile "tepe değer 0'dır" demek **aynı şey değildir**. Ölçü tanımsızdır, sıfır değildir.

4 d) Kategorik veride tepe değer

Cevapları sayalım:

Çikolatalı → 6 kez

Vanilyalı → 4 kez

Çilekli → 3 kez

Muzlu → 1 kez

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Tepe değerin özel durumları ve kategorik veri** (devam)

Kontrol: 6 + 4 + 3 + 1 = 14 ✓ (Toplam öğrenci sayısı)

En fazla tekrar eden çeşit **çikolatalı**dır.

Tepe değer = **Çikolatalı**

Ortalama hesaplanabilir mi? Hayır.

Veriler **kategorik**tir; dondurma çeşitleri toplanamaz ve bir sayıya bölünemez. "Çikolatalı + Vanilyalı" gibi bir işlem anlamsızdır.

Aynı nedenle **ortanca da hesaplanamaz**; çünkü kategoriler küçükten büyüğe sıralanamaz.

Sonuç: Kategorik verilerde kullanılabilecek **tek merkezî eğilim ölçüsü tepe değerdir**. Tepe değeri diğer ölçülerden ayıran en önemli özellik budur.

Sonuç: a) 6 b) 15 ve 24 c) Tepe değer yoktur d) Çikolatalı; kategorik veri olduğu için ortalama ve ortanca hesaplanamaz.

Dikkat: Tepe değer ararken her değerin kaç kez geçtiğini bir kenara yaz; en yüksek sıklığa sahip olan (ya da olanlar) tepe değerdir.