KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Kesir ile Bölme İşlemi İlişkisi ve Devirli Ondalık Gösterimler

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 — Bir kesrin ondalık gösterimini iki yoldan bulma

13/20 kesri veriliyor.
a) Paydayı genişleterek ondalık gösterimini bulunuz.
b) Payı paydaya bölerek aynı sonucu bulunuz.
c) Bu kesrin gösterimi sonlu mudur? Paydanın asal çarpanlarıyla açıklayınız.
d) 13/20 ile 13/30 kesirlerinden hangisinin ondalık gösterimi devirlidir?

1 a) Paydayı genişletme yolu

Paydayı 100 yapmak için hangi sayıyla çarpmalıyız?

$20 \cdot \mathbf{5} = 100$

Pay ve paydayı aynı sayıyla, yani 5 ile çarpalım:

$13/20 = (13 \cdot 5)/(20 \cdot 5) = \mathbf{65/100}$

Paydası 100 olduğuna göre iki ondalık basamak olur:

13/20 = 0,65

2 b) Payı paydaya bölme yolu

13 : 20 işlemini yapalım.

1. 13 sayısı 20'den küçük; bölüme **0** yazılır ve virgül konur.
2. Kalan 13'ün yanına bir 0 eklenir: **130**
3. 130'un içinde altı defa 20 vardır → bölüme **6** yazılır. 130 − 120 = **10** kalır.
4. Kalan 10'un yanına bir 0 eklenir: **100**
5. 100'ün içinde beş defa 20 vardır → bölüme **5** yazılır. 100 − 100 = **0** kalır.
6. Kalan sıfır olduğu için işlem biter.

13 : 20 = 0,65 ✓

İki yol da aynı sonucu verdi.

3 c) Gösterim neden sonlu?

Önce kesrin en sade hâlde olup olmadığına bakalım. 13 asal sayıdır ve 20'yi bölmez; o hâlde **13/20 zaten en sade hâldedir**.

Şimdi paydayı asal çarpanlarına ayıralım:

$20 = 2 \cdot 10 = \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 5}$

Paydada yalnız **2** ve **5** çarpanları var; 3, 7 gibi başka bir asal çarpan yok.

Kural gereği gösterim SONLUDUR. ✓

Gerçekten de (a) ve (b) şıklarında sonlu bir gösterim bulduk: 0,65

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Bir kesrin ondalık gösterimini iki yoldan bulma** (devam)

4 d) 13/20 ile 13/30 karşılaştırması

13/20: (c) şıkkında sonlu olduğunu gösterdik → **0,65**

13/30: Önce sadeleştirmeyi deneyelim. 13 asal sayıdır ve 30'u bölmez; kesir en sade hâldedir.

Paydayı asal çarpanlarına ayıralım:
30 = **2 · 3 · 5**

Paydada **3** çarpanı var! Bu, 2 ve 5 dışında bir asal çarpandır.

Kural gereği 13/30 kesrinin gösterimi DEVİRLİDİR.

Bölme yapıp doğrulayalım:
130 : 30 → 4 (kalan 10)
100 : 30 → 3 (kalan 10)
100 : 30 → 3 (kalan 10)
Kalan hep **10** çıkıyor ve bölüme hep **3** yazılıyor.

13/30 = 0,4333... = **0,4$\overline{3}$** ✓

Cevap: 13/30 kesrinin ondalık gösterimi devirlidir.

Sonuç: a) 0,65 b) 0,65 c) Sonlu (20 = 2 · 2 · 5) d) 13/30 devirlidir

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Devir çizgisiyle yazma ve açınım**

a) 0,4555... sayısını devir çizgisi kullanarak yazınız.
b) 2,161616... sayısını devir çizgisi kullanarak yazınız.
c) 3,2$\overline{7}$ sayısının açılımını dört basamak yazınız.
d) 1/3 ve 2/3 kesirlerinin devirli ondalık gösterimlerini bölme yaparak bulunuz.

1 a) 0,4555... sayısı

Sayıyı basamak basamak okuyalım:
Onda birler basamağı: **4**
Yüzde birler basamağından sonra: **5, 5, 5, ...**

Tekrar eden rakam yalnız **5**'tir; 4 rakamı yalnız bir kez geçiyor ve tekrar etmiyor.

O hâlde devir çizgisi yalnız **5** üzerine konur:
0,4$\overline{5}$

Uyarı: Çizgiyi 45 üzerine koymak yanlış olurdu; öyle yazılsaydı sayı 0,454545... anlamına gelirdi.

2 b) 2,161616... sayısı

Bu kez tekrar eden kısım **iki rakamlı**: 16, 16, 16, ...

Devir çizgisi **16** ikilisinin üzerine konur:

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Devir çizgisiyle yazma ve açınım** (devam)

$2,\overline{16}$

Tam kısım 2'dir ve virgülün solunda aynen kalır; devir çizgisiyle ilgisi yoktur.

3 **c) 3,2 devirli 7 sayısının açılımı**

$3,2\overline{7}$ yazılışında çizgi yalnız **7** üzerindedir.

Bu, şu anlama gelir:

- Onda birler basamağı: **2** (bir kez yazılır, tekrar etmez)
- Yüzde birler basamağından itibaren: **7, 7, 7, ...**

Açılım: **3,27777...**

Dört basamak yazarsak: **3,2777**

Karşılaştırma: Eğer sayı $3,\overline{27}$ olsaydı açılımı 3,272727... olurdu. İki sayı üçüncü basamaktan sonra ayrışır.

4 **d) 1/3 ve 2/3 kesirleri**

1/3 için bölme yapalım:

1 sayısı 3'ten küçük; bölüme 0 yazılır, virgül konur.

10 : 3 → **3** (kalan 1)

10 : 3 → **3** (kalan 1)

10 : 3 → **3** (kalan 1)

Kalan hep **1** çıkıyor; işlem hiç bitmiyor.

1/3 = 0,333... = **$0,\overline{3}$**

2/3 için bölme yapalım:

20 : 3 → **6** (kalan 2)

20 : 3 → **6** (kalan 2)

20 : 3 → **6** (kalan 2)

Kalan hep **2** çıkıyor.

2/3 = 0,666... = **$0,\overline{6}$**

Neden bitmiyorlar? Paydaları 3'tür ve 3 sayısı ne 2 ne de 5'tir. Kural gereği bu kesirlerin gösterimi devirlidir.

Kontrol: 1/3 + 2/3 = 3/3 = 1 olmalıdır. Gerçekten de 0,333... + 0,666... = 0,999... ifadesi 1'e eşittir.

Sonuç: a) 0,4 üzeri çizgili 5 b) 2,16 üzeri çizgili c) 3,27777... d) 0,3 ve 0,6 devirli

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Paylaştırma problemi**

Bir manav **17 kg** elmayı eşit miktarda poşetlere paylaştıracaktır.
a) Elma 4 poşete paylaştırılırsa bir poşete düşen miktarı kesir olarak yazınız.
b) Bu kesrin ondalık gösterimini bulunuz.
c) Elma 3 poşete paylaştırılsaydı bir poşete kaç kilogram düşerdi?
d) Hangi paylaştırmada sonuç tam olarak yazılabilir? Gerekçesini yazınız.

1 a) Kesir olarak yazalım

Paylaştırma bir **bölme** işlemidir. Bölünen 17 kg, bölen 4 poşettir.

Bir poşete düşen miktar:
17/4 kg

Kesir çizgisi bölme demek olduğu için bu ifade "17 bölü 4" anlamına gelir.

2 b) Ondalık gösterimi

Yol 1 — Paydayı genişletelim:

4 · 25 = 100 olduğuna göre pay ve paydayı 25 ile çarpalım:

17/4 = (17 · 25)/(4 · 25) = 425/100 = **4,25**

Yol 2 — Payı paydaya bölelim:

17 : 4 → **4** (kalan 1)

Kalan 1'in yanına 0 eklenir, virgül konur: 10 : 4 → **2** (kalan 2)

Kalan 2'nin yanına 0 eklenir: 20 : 4 → **5** (kalan 0)

İşlem bitti: **17/4 = 4,25 kg**

Kontrol: 4,25 · 4 = 17 ✓

3 c) Üç poşete paylaştırma

Bu kez bir poşete **17/3 kg** düşer. Bölme yapalım:

17 : 3 → **5** (kalan 2)

Kalan 2'nin yanına 0: 20 : 3 → **6** (kalan 2)

20 : 3 → **6** (kalan 2)

20 : 3 → **6** (kalan 2)

Kalan hep **2** çıkıyor; bölme hiç bitmiyor.

17/3 = 5,666... = **$5,\overline{6}$ kg**

Yani bir poşete yaklaşık 5,67 kg elma düşer; ama tam değeri hiçbir zaman sonlu bir ondalık gösterimle yazılamaz.

4 d) Hangi paylaştırmada sonuç tam yazılabilir?

4 poşete paylaştırmada sonuç tam olarak yazılabilir.

Gerekçe: Paydaların asal çarpanlarına bakalım.

- **17/4:** 4 = **2 · 2** → paydada yalnız 2 var → **SONLU**
- **17/3:** 3 = **3** → paydada 3 var, bu 2 ve 5 dışında bir asal çarpan → **DEVİRLİ**

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Paylaştırma problemi** (devam)

Her iki kesir de en sade hâldedir (17 asal sayıdır, ne 4'ü ne 3'ü böler).

Pratik anlamı: 4 poşete paylaştırırken terazide tam 4,25 kg tartılabilir. 3 poşete paylaştırırken ise miktar tam yazılamaz; yaklaşık bir değer (5,67 kg gibi) kullanmak gerekir.

Bu yüzden gerçek hayatta paylaştırma yapılırken bölenin 2 ve 5 çarpanlarından oluşması işleri kolaylaştırır.

Sonuç: a) 17/4 kg b) 4,25 kg c) 17/3 = 5,6 devirli d) 4'e bölmede; 4 = 2 · 2

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Model, kesir ve ondalık gösterim**

Bir bütün **25 eş parçaya** ayrılmış ve **16 parçası** boyanmıştır.
a) Boyalı kısmı gösteren kesri yazınız.
b) Paydayı genişleterek boyalı kısmın ondalık gösterimini bulunuz.
c) Boyanmayan kısmın ondalık gösterimini bulunuz.
d) İki ondalık gösterimin toplamı kaçtır? Neden?

1 a) Boyalı kısmın kesri

Bütün 25 eş parçaya ayrılmış; o hâlde payda **25**'tir.

16 parça boyanmış; o hâlde pay **16**'dır.

Boyalı kısım: **16/25**

Bu kesir en sade hâldedir; $16 = 2^4$ ve $25 = 5^2$ olduğundan ortak bölenleri yoktur.

2 b) Ondalık gösterimi

Paydayı 100 yapmak için hangi sayıyla çarpmalıyız?

$25 \cdot \mathbf{4} = 100$

Pay ve paydayı 4 ile çarpalım:

$16/25 = (16 \cdot 4)/(25 \cdot 4) =$ **64/100**

Paydası 100 olduğuna göre iki ondalık basamak olur:

16/25 = 0,64

Konu anlatımındaki modelde de bu görülüyordu: Bütün 100 küçük kareye ayrıldığında boyalı kısım 64 kare ediyordu.

3 c) Boyanmayan kısım

Bütün 25 parçadan 16'sı boyalıysa, boyanmayan parça sayısı:

$25 - 16 =$ **9 parça**

Boyanmayan kısım: **9/25**

Aynı yolla ondalık gösterimini bulalım:

$9/25 = (9 \cdot 4)/(25 \cdot 4) = 36/100 =$ **0,36**

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Model, kesir ve ondalık gösterim** (devam)

4 d) İki gösterimin toplamı

Toplayalım:

0,64 + 0,36 = **1**

Neden 1 çıktı?

Çünkü boyalı kısım ile boyanmayan kısım birlikte **bütünü** oluşturur:

16/25 + 9/25 = 25/25 = **1**

Kesirlerle yapılan bu toplama ile ondalık gösterimlerle yapılan toplama aynı sonucu vermek zorundadır; çünkü aynı sayıların iki farklı yazılışıdır.

Pratik kullanım: Bu özellik bir kontrol aracıdır. Bir bütünü iki parçaya ayırdığında, parçaların ondalık gösterimlerinin toplamı 1 çıkmıyorsa bir yerde hata var demektir.

Basamaklara da bakalım: 64 + 36 = 100 olduğu için yüzde birler cinsinden de toplam tam bir bütün ediyor ✓

Sonuç: a) 16/25 b) 0,64 c) 0,36 d) 1; ikisi birlikte bütünü verir