KONU ANLATIMI · CEVAPLI

Kesir ile Bölme İşlemi İlişkisi ve Devirli Ondalık Gösterimler

Kazanımlar: MAT.6.3. Kesir ile bölme işlemi arasındaki ilişkiyi kullanarak bir kesrin ondalık gösterimini yazabilme · MAT.6.3. Devirli ondalık gösterimleri tanıyabilme ve devir çizgisiyle yazabilme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

Kesir ile Bölme İşlemi Arasındaki İlişki

Kesir çizgisi bir bölme işlemi belirtir.

a/b = a : b

Yani her kesir, payın paydaya bölünmesi demektir. Bu yüzden her kesrin bir **ondalık gösterimi** vardır.

Paydası **10, 100 veya 1000** olan kesirlerin ondalık gösterimi doğrudan yazılabilir:
- 2/10 = **0,2**
- 7/100 = **0,07**
- 218/1000 = **0,218**

Kural şudur: **Paydadaki sıfır sayısı kadar ondalık basamak olur.** Pay bu basamaklara sağdan sola yerleştirilir, boş kalan basamaklara sıfır yazılır.

Kesir	Paydadaki Sıfır Sayısı	Ondalık Basamak Sayısı	Ondalık Gösterim
2/10	1	1	**0,2**
7/10	1	1	**0,7**
7/100	2	2	**0,07**
70/100	2	2	**0,70** yani 0,7
218/1000	3	3	**0,218**
18/1000	3	3	**0,018**

NOT **Paydadaki sıfır sayısını saymayı unutma.**

Bu konunun en sık yapılan hatası **7/100 = 0,7** demektir. Doğrusu **0,07**'dir.

Neden? Payda 100 olduğuna göre **iki** ondalık basamak olmalıdır. 7 rakamı sağdan başlayarak yüzde birler basamağına yerleşir; onda birler basamağı boş kalır ve oraya **0** yazılır.

Karşılaştıralım:
- 7/10 = **0,7** (bir basamak)
- 7/100 = **0,07** (iki basamak)
- 7/1000 = **0,007** (üç basamak)

Pay aynı kalırken payda büyüdükçe sayı **küçülüyor**. Bu da mantıklıdır: bütünü daha çok parçaya bölersek her parça daha küçük olur.

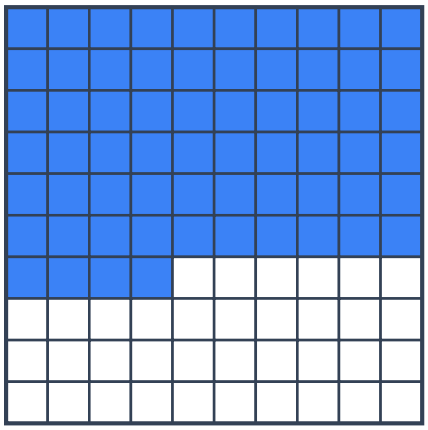
Paydayı Genişleterek ya da Sadeleştirerek Ondalık Gösterim Bulma

Paydası 10, 100 veya 1000 **olmayan** kesirlerde şu yol izlenir:

1. Paydanın **10, 100 ya da 1000 yapılabilip yapılamayacağına** bakılır.
2. Yapılabiliyorsa pay ve payda aynı sayıyla **genişletilir** ya da aynı sayıya **bölünerek sadeleştirilir**.
3. Elde edilen yeni kesrin ondalık gösterimi doğrudan yazılır.

Pay ve payda aynı sayıyla çarpıldığında ya da bölündüğünde kesrin **değeri değişmez**; yalnız görünüşü değişir.

Örnek: 4/5 kesrinde paydayı 10 yapmak için pay ve paydayı **2** ile çarparız:
4/5 = (4 · 2)/(5 · 2) = 8/10 = **0,8**



Yüz eş kareye ayrılmış bir bütünün 64 karesi boyalıdır. Boyalı kısım 64/100 kesrine, yani 0,64 ondalık gösterimine karşılık gelir.

Modeli okuyalım. Bütün **100 eş kareye** ayrılmış ve **64 kare** boyanmıştır.

Boyalı kısım: **64/100 = 0,64**

Aynı bütün **25 eş parçaya** ayrılmış olsaydı ne olurdu? Her parça 4 küçük kareye karşılık gelirdi; 64 kare de 64 : 4 = **16 parça** ederdi.

Yani **16/25** ile **64/100** aynı kesirdir:
16/25 = (16 · 4)/(25 · 4) = 64/100 = **0,64**

Boyanmayan kısım ise 100 − 64 = 36 karedir:
36/100 = **0,36**

Kontrol: 0,64 + 0,36 = **1** ✓ İki parça birlikte bütünü veriyor.

Kesir	Genişletme / Sadeleştirme	Yeni Kesir	Ondalık Gösterim
1/2	Pay ve payda 5 ile çarpılır	5/10	**0,5**
4/5	Pay ve payda 2 ile çarpılır	8/10	**0,8**
5/4	Pay ve payda 25 ile çarpılır	125/100	**1,25**
43/25	Pay ve payda 4 ile çarpılır	172/100	**1,72**
7/125	Pay ve payda 8 ile çarpılır	56/1000	**0,056**
55/500	Pay ve payda 5'e bölünür	11/100	**0,11**

NOT **Tam sayılı kesirlerde tam kısım aynen yazılır.**

Bir tam sayılı kesirde yalnız **kesir kısmı** ondalık gösterime çevrilir; tam kısım virgülün soluna aynen yazılır.

Örnek: 1 tam 3/20
Önce kesir kısmını çevirelim: 3/20 = (3 · 5)/(20 · 5) = 15/100 = **0,15**
Tam kısmı ekleyelim: 1 tam 3/20 = **1,15**

Örnek: 7 tam 108/500
108/500 = (108 · 2)/(500 · 2) = 216/1000 = **0,216**
7 tam 108/500 = **7,216**

Uyarı: Tam kısmı unutup yalnız 0,15 yazmak sık yapılan bir hatadır. Tam sayılı kesirde ondalık gösterimin tam kısmı **her zaman** kesrin tam kısmına eşittir.

ETKİNLİK 1 **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.**

a) D Kesir çizgisi bir bölme işlemi belirtir.

b) Y 7/100 kesrinin ondalık gösterimi 0,7'dir.

c) D Paydadaki sıfır sayısı kadar ondalık basamak olur.

d) D Pay ve payda aynı sayıyla çarpılırsa kesrin değeri değişmez.

e) D Bir kesrin ondalık gösterimi payı paydaya bölerek de bulunabilir.

f) D Bölme işleminde kalan sıfır olmazsa ondalık gösterim devirlidir.

g) D Devirli ondalık gösterimlerde tekrar eden kısmın üzerine çizgi konur.

h) Y 0,4333... sayısının devir çizgisiyle yazılışında çizgi 43 üzerine konur.

ı) Y Paydası tek sayı olan her kesrin ondalık gösterimi devirlidir.

devamı →

ETKİNLİK 1 **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.** (devam)

i) D En sade hâldeki bir kesrin paydası yalnız 2 ve 5 çarpanlarından oluşuyorsa ondalık gösterimi sonludur.

j) D Tam sayılı bir kesirde yalnız kesir kısmı ondalık gösterime çevrilir.

k) Y 1/3 kesrinin ondalık gösterimi 0,33'tür.

ETKİNLİK 2 **Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.**

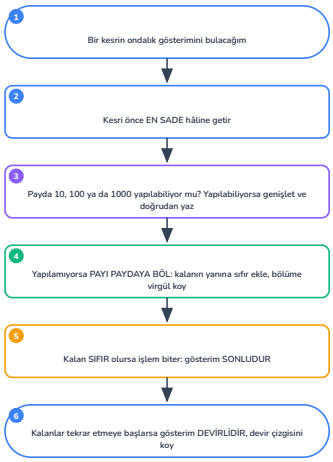
Kesir	Genişletme / Sadeleştirme	Paydası 10, 100 ya da 1000 Olan Kesir	Ondalık Gösterim
1/2	Pay ve payda 5 ile çarpılır	5/10	0,5
4/5	Pay ve payda 2 ile çarpılır	8/10	0,8
5/4	Pay ve payda 25 ile çarpılır	125/100	1,25
67/50	Pay ve payda 2 ile çarpılır	134/100	1,34
7/125	Pay ve payda 8 ile çarpılır	56/1000	0,056
9/250	Pay ve payda 4 ile çarpılır	36/1000	0,036
55/500	Pay ve payda 5'e bölünür	11/100	0,11
1 tam 41/200	Kesir kısmı 5 ile çarpılır	1 tam 205/1000	1,205

Payı Paydaya Bölerek Ondalık Gösterim Bulma

Paydası 10, 100 ya da 1000 yapılamayan kesirlerde **payı paydaya bölmek** her zaman işe yarar. Bu yöntem bütün kesirlerde kullanılabilir.

Bölme adımları:
1. **Bölünen** pay, **bölen** paydadır.
2. Bölme normal biçimde başlatılır.
3. Kalan, bölenden küçük olduğunda kalanın yanına bir **0** yazılır ve bölümün sağına **virgül** konur.
4. Bölmeye devam edilir; her adımda kalanın yanına yeni bir sıfır eklenir.
5. Kalan **0** olduğunda işlem biter.

Virgül yalnız **bir kez**, ilk sıfır eklendiğinde konur.



Bir kesrin ondalık gösteriminin hangi yolla bulunacağını gösteren akış şeması. Önce paydanın 10, 100 ya da 1000 yapılıp yapılamayacağına bakılır; yapılamıyorsa pay paydaya bölünür.

ÖRNEK **8/5 kesrini payı paydaya bölerek bulalım.**

Bölünen **8**, bölen **5**'tir.

1. 8'in içinde bir defa 5 vardır → bölüme **1** yazılır.
2. 8 − 5 = **3** kalır. 3 sayısı 5'ten küçük olduğu için bölme burada bitmez.
3. Kalan 3'ün yanına bir **0** yazılır (30 olur) ve bölümün sağına **virgül** konur.
4. 30'un içinde altı defa 5 vardır → virgülden sonra **6** yazılır.
5. 30 − 30 = **0** kalır; kalan sıfır olduğu için işlem **biter**.

8/5 = 1,6

Kontrol: 1,6 · 5 = 8 ✓ Ayrıca 8/5 = 16/10 = 1,6 yoluyla da bulunabilirdi.

ÖRNEK **Başka bölme örnekleri.**

• **3/4:** 3 : 4 işleminde 3 sayısı 4'ten küçük; bölüme **0** yazılır, virgül konur. 30 : 4 → 7 (kalan 2), 20 : 4 → 5 (kalan 0)
3/4 = 0,75

• **23/4:** 23 : 4 → 5 (kalan 3). 30 : 4 → 7 (kalan 2), 20 : 4 → 5 (kalan 0)
23/4 = 5,75

• **9/50:** 9 : 50 işleminde 9 sayısı 50'den küçük; bölüme 0 yazılır. 90 : 50 → 1 (kalan 40), 400 : 50 → 8 (kalan 0)
9/50 = 0,18

• **50/8:** 50 : 8 → 6 (kalan 2). 20 : 8 → 2 (kalan 4), 40 : 8 → 5 (kalan 0)

devamı →

ÖRNEK (devam) **50/8 = 6,25**

Dört örnekte de kalan bir noktada **sıfır** oldu ve işlem bitti. Bu gösterimlere **sonlu ondalık gösterim** denir.

ETKİNLİK 3 **Aşağıdaki kesirlerin ondalık gösterimlerini payı paydaya bölerek bulunuz.**

a) 1/2 **10 : 2 = 5 → 0,5**

b) 3/4 **30 : 4 = 7 (kalan 2), 20 : 4 = 5 → 0,75**

c) 4/25 **40 : 25 = 1 (kalan 15), 150 : 25 = 6 → 0,16**

d) 5/2 **5 : 2 = 2 (kalan 1), 10 : 2 = 5 → 2,5**

e) 23/4 **23 : 4 = 5 (kalan 3) → 5,75**

f) 9/50 **90 : 50 = 1 (kalan 40), 400 : 50 = 8 → 0,18**

g) 12/5 **12 : 5 = 2 (kalan 2), 20 : 5 = 4 → 2,4**

h) 38/4 **38 : 4 = 9 (kalan 2), 20 : 4 = 5 → 9,5**

ı) 50/8 **50 : 8 = 6 (kalan 2), 20 : 8 = 2 (kalan 4), 40 : 8 = 5 → 6,25**

i) 2 tam 8/25 **80 : 25 = 3 (kalan 5), 50 : 25 = 2 → 2,32**

Devirli Ondalık Gösterimler

Bir bölme işleminde kalan **hiçbir zaman sıfır olmayabilir**. Bu durumda bölümün ondalık kısmında belirli bir örüntüye göre **sürekli tekrar eden** rakamlar oluşur.

Bu tür gösterimlere **devirli ondalık gösterim** denir.

Devirli gösterimlerde sürekli tekrar eden kısmın **üzerine çizgi** konur. Bu çizgiye **devir çizgisi**, tekrar eden kısma **devreden kısım** denir.

Örnek: 5/9 kesrinde 50 : 9 → 5 (kalan 5), 50 : 9 → 5 (kalan 5), ... Kalan hep **5** çıkıyor ve bölüme hep **5** yazılıyor.
5/9 = 0,555... = $\mathbf{0,\overline{5}}$

ÖRNEK **Devir çizgisi devreden kısmın tam üzerine konur.**

- 0,333... = $\mathbf{0,\overline{3}}$ (devreden: 3)
- 1,222... = $\mathbf{1,\overline{2}}$ (devreden: 2)
- 10,878787... = $\mathbf{10,\overline{87}}$ (devreden: 87)
- 3,818181... = $\mathbf{3,\overline{81}}$ (devreden: 81)
- 7,2888... = $\mathbf{7,2\overline{8}}$ (devreden yalnız: 8)
- 0,4333... = $\mathbf{0,4\overline{3}}$ (devreden yalnız: 3)
- 4,6171717... = $\mathbf{4,6\overline{17}}$ (devreden: 17)

Son üç örneğe dikkat: Virgülden hemen sonraki rakam devreden kısma **dâhil değildir**. Çizgi yalnız gerçekten tekrar eden rakamların üzerine konur.

NOT **Devir çizgisinin yeri sonucu tamamen değiştirir.**

0,4333... sayısını yazarken çizgiyi **43** üzerine koymak yaygın bir hatadır. İki yazılışı açıp karşılaştıralım:

- **$0,4\overline{3}$** = 0,4333333... (yalnız 3 tekrar ediyor)
- **$0,\overline{43}$** = 0,43434343... (43 ikilisi tekrar ediyor)

Üçüncü basamaktan sonra sayılar ayrışıyor:
0,4333... · 0,4343...

Yüzde birler basamağında ikisi de 3; ama binde birler basamağında biri 3, diğeri 4. O hâlde **0,4333... < 0,434343...**

Kural: Önce bölme işlemini yap, hangi rakamların gerçekten tekrar ettiğini gör, çizgiyi ondan sonra koy.



0 ile 1 arası on eş parçaya bölünmüş sayı doğrusu. 1/3 ve 2/3 kesirleri bölme noktalarının üzerine düşmez; bu, ondalık gösterimlerinin sonlu olmadığını gösterir.

Sayı doğrusunu okuyalım. 0 ile 1 arası **on eş parçaya** bölünmüştür; her bölme noktası bir **onda birdir** (0,1 0,2 ... 0,9).

İşaretli iki sayı **1/3** ve **2/3**'tür. Dikkat edilirse bu iki nokta hiçbir bölme noktasının **tam üzerine** düşmüyor:
- 1/3 noktası 0,3 ile 0,4 arasında, 0,3'e daha yakın
- 2/3 noktası 0,6 ile 0,7 arasında, 0,7'ye daha yakın

Aralığı yüz eş parçaya bölseydik ne olurdu? 1/3 bu kez 0,33 ile 0,34 arasına düşerdi; yine tam bir noktaya oturmazdı.

Ne kadar bölersek bölelim bu sayılar hiçbir bölme noktasına tam oturmaz. İşte bu yüzden ondalık gösterimleri **bitmez**:
1/3 = **$0,\overline{3}$** · 2/3 = **$0,\overline{6}$**

Kesir	Bölme İşlemi	Açık Yazılışı	Devir Çizgisiyle
1/3	10 : 3 → 3, kalan hep 1	0,333...	**$0,\overline{3}$**
7/9	70 : 9 → 7, kalan hep 7	0,777...	**$0,\overline{7}$**
8/9	80 : 9 → 8, kalan hep 8	0,888...	**$0,\overline{8}$**
3/11	Kalanlar 8 ve 3 diye tekrar eder	0,272727...	**$0,\overline{27}$**
43/6	İlk basamaktan sonra kalan hep 4	7,1666...	**$7,1\overline{6}$**
5/18	İlk basamaktan sonra kalan hep 14	0,2777...	**$0,2\overline{7}$**

ETKİNLİK 4 **İlk altı maddede devirli gösterimleri devir çizgisiyle yazınız; son dört maddede devir çizgisiyle verilen sayıların açılımını üç basamak daha ilerletiniz.**

a) 1,222... **$1,\overline{2}$**

b) 3,818181... **$3,\overline{81}$**

c) 0,4333... **$0,4\overline{3}$ (çizgi yalnız 3 üzerine)**

d) 1,656565... **$1,\overline{65}$**

e) 4,79888... **$4,798\overline{8}$**

f) 12,6444... **$12,64\overline{4}$**

g) $1,\overline{3}$ **1,3333...**

h) $2,\overline{16}$ **2,16161616...**

ı) $3,27\overline{7}$ **3,27777...**

i) $4,6\overline{1}$ **4,61111...**

Hangi Kesirlerin Gösterimi Sonlu, Hangilerinin Devirlidir?

Bir kesrin ondalık gösteriminin sonlu mu devirli mi olduğu, **en sade hâlindeki paydasına** bakılarak önceden bilinebilir.

Kural:
• En sade hâldeki kesrin paydası yalnız **2** ve **5** asal çarpanlarından oluşuyorsa gösterim **SONLUDUR**.
• Paydada 2 ve 5 dışında başka bir asal çarpan varsa gösterim **DEVİRLİDİR**.

Neden? Çünkü paydanın 10, 100 ya da 1000 yapılabilmesi için yalnız 2 ve 5 çarpanları gerekir; $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $1000 = 2^3 \cdot 5^3$'tür.

Çok önemli: Kurala bakmadan önce kesir mutlaka **sadeleştirilmelidir**.



Bir kesrin ondalık gösteriminin sonlu mu devirli mi olacağını belirlemeye yarayan karar akış şeması. Kesir sadeleştirilir, paydanın asal çarpanlarına bakılır.

Kesir	En Sade Hâli	Paydanın Asal Çarpanları	Gösterim
7/20	7/20	$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$	**Sonlu:** 0,35
3/8	3/8	$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	**Sonlu:** 0,375
9/18	1/2	$2 = 2$	**Sonlu:** 0,5
21/70	3/10	$10 = 2 \cdot 5$	**Sonlu:** 0,3
5/12	5/12	$12 = 2 \cdot 2 \cdot \mathbf{3}$	**Devirli:** $0,41\overline{6}$
2/15	2/15	$15 = \mathbf{3} \cdot 5$	**Devirli:** $0,\overline{13}$

Üçüncü ve dördüncü satırlar en önemlileri.

9/18 kesrinin paydası 18'dir ve 18 = 2 · 3 · 3 biçiminde çarpanlarına ayrılır. Paydada 3 olduğuna göre gösterim devirli mi olmalıydı?

Hayır. Çünkü kesir henüz sade değildi:
9/18 = **1/2**

En sade hâlinde payda **2**'dir; yalnız 2 çarpanı var. O hâlde gösterim **sonludur**: 1/2 = **0,5** ✓

Aynı durum **21/70** için de geçerlidir: 70 = 2 · 5 · 7'dir ve paydada 7 vardır. Ama kesir sadeleşir: 21/70 = **3/10** = 0,3 (sonlu) ✓

Sonuç: Sadeleştirme adımı atlanırsa karar yanlış çıkar. Kurala bakmadan önce mutlaka kesri en sade hâline getir.

ETKİNLİK 5 **Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

a) 3/8 kesrinin ondalık gösterimi sonlu mudur devirli midir? Gerekçesini yazınız. **8 = 2 · 2 · 2, yalnız 2 çarpanı → sonlu (0,375)**

b) 5/6 kesrinin ondalık gösterimi sonlu mudur devirli midir? **6 = 2 · 3, paydada 3 var → devirli ($0,8\overline{3}$)**

c) 9/12 kesrinin ondalık gösterimi sonlu mudur devirli midir? **Sadeleşir: 9/12 = 3/4, payda 4 = 2 · 2 → sonlu (0,75)**

d) Beren 6 kg unun tamamı ile 5 kek yapacaktır. Bir keke kaç kg un koyar? **6/5 = 12/10 = 1,2 kg**

e) 13 metrelik bir tel 20 eş parçaya bölünüyor. Bir parça kaç metredir? **13/20 = 65/100 = 0,65 m**

f) 20 litresi 90 TL olan suyun 1 litresi kaç TL'dir? **90/20 = 9/2 = 4,5 TL**

g) 122 TL 4 kardeş arasında eşit paylaştırılıyor. Her birine kaç TL düşer? **122/4 = 61/2 = 30,5 TL**

h) 82 cm uzunluğundaki bir boru 3 eş parçaya ayrılıyor. Bir parça kaç cm'dir? **82/3 = 27,333... = $27,\overline{3}$ cm**