

KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi ve Devirli Ondalık Gösterimler

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1

Paydaya bakarak gösterim türünü belirleme ve ondalık gösterimi yazma

9/40 ve 11/30 rasyonel sayıları veriliyor.

- a) Her birinin ondalık gösteriminin **sonlu mu devirli mi** olacağını, bölme yapmadan belirleyiniz.
- b) İkisinin de ondalık gösterimini yazınız.
- c) 27/120 sayısının gösterimi ne olur? Kararınızı gerekçelendiriniz.

1 Kesirleri en sade hâle getir

9/40: $9 = 3 \cdot 3$ ve $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Ortak çarpan yok → zaten **en sade**.

11/30: 11 asaldır, 30'u bölmez → zaten **en sade**.

2 a) Paydaların asal çarpanlarına bak

40 = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ → yalnızca 2 ve 5 var → **SONLU** ondalık gösterim.

30 = $2 \cdot 3 \cdot 5$ → **3** var (2 ve 5 dışında bir asal) → **DEVİRLİ** ondalık gösterim.

3 b) Ondalık gösterimleri yaz

9/40: Paydayı 1000 yapmak için pay ve payda 25 ile çarpılır:

$$9/40 = 225/1000 = \mathbf{0,225}$$

11/30: Payda 10'un kuvveti yapılamaz, bölme yapılır:

$$11 : 30 = 0,3666... \rightarrow \text{tekrar eden rakam 6} \rightarrow \mathbf{0,3\overline{6}}$$

Tahminimiz doğru çıktı: biri sonlu, diğeri devirli ✓

4 c) 27/120 için önce sadeleştir

Sadeleştirmeden bakarsak $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ içinde 3 var ve "devirli" deriz. Ama önce **sadeleştirmeliyiz**:

$$27/120 \rightarrow \text{pay ve payda 3'e bölünür} \rightarrow \mathbf{9/40}$$

$$9/40 \text{'ın paydası } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \text{'tir; 3 kalmamıştır} \rightarrow \text{gösterim } \mathbf{SONLUDUR: 27/120 = 9/40 = 0,225}$$

Bu, kuralın neden **en sade hâl** üzerinden işletildiğinin tam örneğidir.

Sonuç: a) 9/40 sonlu, 11/30 devirli. b) 9/40 = 0,225 ve 11/30 = 0,36. c) 27/120 = 9/40 = 0,225, sonludur.

Dikkat: Paydaya bakmadan önce mutlaka sadeleştir; sadeleşen bir 3 ya da 7, kararı tamamen değiştirir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 Devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayıya çevirme

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimlere karşılık gelen rasyonel sayıları **en sade hâliyle** yazınız.

- a) $2,4\overline{5}$
 b) $-0,3\overline{6}$
 c) $1,\overline{9}$

1 a) $2,4\overline{5}$ — ondalık kısmın tamamı devretmiyor

Tam kısım **2**'dir, ayrı tutulur. Virgülden sonrası **45**; bunun devretmeyen kısmı **4**'tür (devreden yalnızca 5).

$$\text{Pay: } 45 - 4 = 41$$

Payda: devreden 1 basamak → bir **9**; devretmeyen 1 basamak → bir **0** → **90**

$$2,4\overline{5} = 2 \text{ tam } 41/90 = (2 \cdot 90 + 41)/90 = \mathbf{221/90}$$

$$\text{Kontrol: } 221 : 90 = 2,4555... \checkmark$$

2 b) $-0,3\overline{6}$ — ondalık kısmın tamamı devrediyor

Devreden blok **36**, iki basamaklıdır. Tam kısım yoktur.

$$\text{Pay: } 36$$

Payda: iki basamak devrediyor → iki tane 9 → **99**

$$0,3\overline{6} = 36/99$$

$$\text{Sadeleştirelim: } 36 \text{ ve } 99\text{'un ortak böleni } 9\text{'dur} \rightarrow 36 : 9 = 4 \text{ ve } 99 : 9 = 11 \\ = \mathbf{4/11}$$

İşaret öne yazılır: **-4/11**

$$\text{Kontrol: } 4 : 11 = 0,3636... \checkmark$$

3 c) $1,\overline{9}$ — özel durum

Devreden blok **9**, bir basamaklıdır. Tam kısım **1**'dir.

$$1,\overline{9} = 1 \text{ tam } 9/9 = 1 + 1 = \mathbf{2}$$

Yani $1,\overline{9}$ sayısı, tam olarak **2**'ye eşittir. Yuvarlama değildir; kuralın doğrudan sonucudur.

Aynı biçimde $0,\overline{9} = 9/9 = 1$ ve $4,\overline{9} = 5$ 'tir.

4 Üç sonucu karşılaştır

a) $221/90 \rightarrow$ paydada 9 var ($90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$) → devirli ✓ tutarlı

b) $-4/11 \rightarrow$ paydada 11 var → devirli ✓ tutarlı

c) $2 \rightarrow$ tam sayı, paydası 1 → sonlu. Devirli görünen bir gösterimin **tam sayıya** eşit çıkması yalnızca 9'ların devrettiği durumda olur.

Sonuç: a) $221/90$ b) $-4/11$ c) 2

Dikkat: Önce "tamamı mı devrediyor, bir kısmı mı?" sorusunu cevapla; payda 99... mı yoksa 99...00... mı, buna göre belirlenir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3**Devirli gösterimden pay ve paydanın toplamını bulma**

a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere:

$0,2\overline{7} = a/b$ ve $0,1\overline{6} = c/d$ biçiminde **en sade** kesirlerle yazılıyor.

a) $a + b$ değerini bulunuz.

b) $c + d$ değerini bulunuz.

c) Bu iki sayıdan hangisi daha büyüktür? Karşılaştırmayı **iki farklı yoldan** yapınız.

1 a) $0,2\overline{7}$ sayısını kesre çevir

Virgülden sonrası **27**, devretmeyen kısım **2**, devreden **7**.

Pay: $27 - 2 = 25$

Payda: devreden 1 basamak $\rightarrow$ bir 9; devretmeyen 1 basamak $\rightarrow$ bir 0 $\rightarrow$ **90**

$0,2\overline{7} = 25/90$

Sadeleştir (ikisi de 5'e bölünür): $= 5/18$

En sade hâl olduğundan $a = 5$, $b = 18$:

$a + b = 5 + 18 = 23$

2 b) $0,1\overline{6}$ sayısını kesre çevir

Virgülden sonrası **16**, devretmeyen kısım **1**, devreden **6**.

Pay: $16 - 1 = 15$

Payda: **90**

$0,1\overline{6} = 15/90$

Sadeleştir (ikisi de 15'e bölünür): $= 1/6$

$c = 1$, $d = 6$:

$c + d = 1 + 6 = 7$

3 c) 1. yol — ondalık gösterimlerle karşılaştı

$0,2\overline{7} = 0,2777...$

$0,1\overline{6} = 0,1666...$

Onda birler basamağına bakalım: $2 > 1$

Demek ki $0,2\overline{7} > 0,1\overline{6}$

4 c) 2. yol — kesirleri paydaları eşitleyerek karşılaştı

$5/18$ ile $1/6$ karşılaştırılacak. 18 ve 6'nın ortak paydası **18**'dir.

$1/6 = 3/18$

$5/18$ ile $3/18 \rightarrow$ paydalar eşit olduğunda **payı büyük** olan büyüktür:

$5 > 3 \rightarrow 5/18 > 3/18$

İki yol da aynı sonucu verdi ✓

Sonuç: a) 23 ($0,2\overline{7} = 5/18$) b) 7 ($0,1\overline{6} = 1/6$) c) $0,2\overline{7}$ daha büyüktür.

Dikkat: "En sade hâl" istendiğinde sadeleştirmeyi atlarsan $a + b$ yanlış çıkar: $25 + 90 = 115$ ile $5 + 18 = 23$ çok farklıdır.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 Devirli gösterimde bilinmeyen rakamı bulma ve bölümü hesaplama

A ve B birer rakam olmak üzere:

$$0,1\overline{A} = 7/45 \quad \text{ve} \quad 2,\overline{B} = 22/9$$

eşitlikleri veriliyor.

- A rakamını bulunuz.
- B rakamını bulunuz.
- A/B kesrinin ondalık gösterimini bulunuz.
- Bu gösterim sonlu mudur? Gerekçelendiriniz.

1 a) Soldaki ifadeyi kesre çevirip eşitle

$0,1\overline{A}$ gösteriminde virgülden sonrası **1A** (iki basamaklı bir sayı), devretmeyen kısım **1**, devreden **A**.

$$\text{Pay: } 1A - 1$$

$$\text{Payda: } 90$$

$$\text{Eşitlik: } (1A - 1)/90 = 7/45$$

$$\text{Sağ tarafın paydasını 90 yapalım: } 7/45 = 14/90$$

$$(1A - 1)/90 = 14/90 \rightarrow 1A - 1 = 14 \rightarrow 1A = 15$$

"1A" iki basamaklı sayısı 15 ise birler basamağı **A = 5**'tir.

$$\text{Kontrol: } 0,1\overline{5} = (15 - 1)/90 = 14/90 = 7/45 \quad \checkmark$$

2 b) Sağdaki ifadedden B'yi bul

$2,\overline{B}$ gösteriminde ondalık kısmın tamamı devrediyor, tam kısım 2'dir:

$$2,\overline{B} = 2 \text{ tam } B/9 = (18 + B)/9$$

$$\text{Eşitlik: } (18 + B)/9 = 22/9 \rightarrow 18 + B = 22 \rightarrow B = 4$$

$$\text{Kontrol: } 2,\overline{4} = 2 \text{ tam } 4/9 = 22/9 \quad \checkmark \text{ ve } 22 : 9 = 2,444... \quad \checkmark$$

3 c) A/B kesrini hesapla

A = 5 ve B = 4 olduğuna göre:

$$A/B = 5/4$$

Paydayı 100 yapalım: pay ve payda 25 ile çarpılır $\rightarrow$

$$5/4 = 125/100 = 1,25$$

4 d) Gösterimin türüne karar ver

$5/4$ zaten en sade hâldedir (5 asal, 4'ü bölmez).

Payda: $4 = 2 \cdot 2 \rightarrow$ paydada yalnızca 2 var, 2 ve 5 dışında asal çarpan **yok**.

Demek ki gösterim **SONLUDUR** $\checkmark$ Nitekim 1,25 sonlu bir ondalık gösterimdir.

Dikkat: Devirli gösterimlerden yola çıktık ama sonuçta **sonlu** bir gösterime ulaştık.

Devirli sayılarla yapılan işlemlerin sonucu devirli olmak zorunda değildir.

Sonuç: a) A = 5 b) B = 4 c) A/B = 5/4 = 1,25 d) Evet sonludur; payda 4 = 2 · 2, 2 ve 5 dışında asal çarpanı yoktur.

devamı $\rightarrow$

ÇÖZÜMLÜ SORU 4**Devirli gösterimde bilinmeyen rakamı bulma ve bölümü hesaplama**

(devam)

Dikkat: "1A" ifadesini $1 + A$ gibi değil, onlar basamağı 1 ve birler basamağı A olan **iki basamaklı bir sayı** olarak düşün.