

KONU ANLATIMI · CEVAPLI

Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi ve Devirli Ondalık Gösterimler

Kazanımlar: MAT.7.1.2. Rasyonel sayıların farklı temsillerini belirleyebilme; ondalık gösterim ile rasyonel sayı arasındaki dönüşümleri yapabilme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

Rasyonel Sayıyı Ondalık Gösterime Çevirme

Her rasyonel sayının bir **ondalık gösterimi** vardır. Bu gösterimi bulmanın iki yolu vardır ve hangisini seçeceğin **paydaya** bakılarak belirlenir:

- 1. yöntem** — Payda 10'un bir kuvveti (10, 100, 1000, ...) hâline **getirilebiliyorsa** kullanılır.
- 2. yöntem** — Getirilemiyorsa payı paydaya **böleriz**.

İki yöntem de aynı sonucu verir; birincisi daha hızlıdır, ikincisi her zaman işe yarar.

1. yöntem — Paydayı 10'un kuvvetine çevirme

Payda ve pay **aynı sayıyla** çarpılarak (genişletme) ya da aynı sayıya bölünerek (sadeleştirme) payda 10, 100 veya 1000 yapılır. Sonra virgöl, paydadaki **sıfır sayısı kadar** basamak sola kaydırılır.

ÖRNEK**Genişletme ile:**

$$3/4 \rightarrow \text{pay ve payda 25 ile çarpılır} \rightarrow 75/100 = \mathbf{0,75}$$

$$1/8 \rightarrow \text{pay ve payda 125 ile çarpılır} \rightarrow 125/1000 = \mathbf{0,125}$$

Sadeleştirme ile:

$$21/30 \rightarrow \text{pay ve payda 3'e bölünür} \rightarrow 7/10 = \mathbf{0,7}$$

$$-21/50 \rightarrow \text{pay ve payda 2 ile çarpılır} \rightarrow -42/100 = \mathbf{-0,42}$$

2. yöntem — Payı paydaya bölme

Pay, paydaya bölünür. Bölme işleminde kalan sıfır olana kadar sağa sıfır eklenerek devam edilir.

Negatif rasyonel sayılarda "-" işareti bölme işlemine katılmaz; bölme bittikten sonra bölümün önüne yazılır.

ÖRNEK

$$5/8 \text{ için } 5 : 8 \text{ işlemi yapılır} \rightarrow 5,000 : 8 = \mathbf{0,625}$$

$$-9/2 \text{ için önce } 9 : 2 = 4,5 \text{ bulunur, sonra işaret öne yazılır} \rightarrow \mathbf{-4,5}$$

$$17/8 \text{ için } 17 : 8 = \mathbf{2,125} \text{ (tam kısım 2, ondalık kısım 125)}$$

NOT**Sık yapılan iki hata:**

(1) Genişletirken **yalnızca paydayı** çarpmak. $3/4$ 'te paydayı 25 ile çarpıp $3/100$ yazmak yanlıştır; **pay da** 25 ile çarpılmalıdır $\rightarrow 75/100$.

(2) Negatif sayıda işareti **unutmak**. $-9/2 = 4,5$ değil **$-4,5$** 'tir. İşareti bölme bitince hemen yaz.

Sonlu mu, Devirli mi? — Paydaya Bakarak Karar Vermek

Bir rasyonel sayı **en sade hâliyle** yazıldığında:

- Paydasında **2 ile 5 dışında** bir asal çarpan (3, 7, 11, ...) **yoksa** bu sayı **sonlu ondalık gösterim** ile temsil edilir.
- Paydasında **2 ile 5 dışında** bir asal çarpan **varsa** bu sayı **devirli ondalık gösterim** ile temsil edilir.

Bazı rasyonel sayılar sonlu, bazıları devirli ondalık gösterimle temsil edilse de **her rasyonel sayının mutlaka bir ondalık gösterimi vardır**.

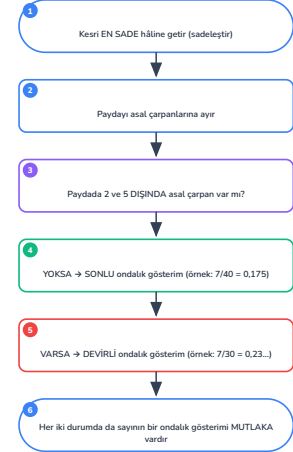
ÖRNEK

7/40 zaten en sade hâldedir. $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \rightarrow$ paydada yalnızca 2 ve 5 var $\rightarrow$ **sonlu**.

Gerçekten: $7/40 = 175/1000 = 0,175 \checkmark$

7/30 en sade hâldedir. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow$ paydada **3** var $\rightarrow$ **devirli**.

Gerçekten: $7 : 30 = 0,2333... = 0,2\bar{3} \checkmark$



Bir rasyonel sayının ondalık gösteriminin sonlu mu devirli mi olacağına karar verme akış şeması: önce kesir en sade hâline getirilir, sonra paydanın asal çarpanlarına bakılır. Paydada 2 ve 5 dışında asal çarpan yoksa gösterim sonlu, varsa devirlidir.

Kesir	En Sade Hâli	Paydanın Asal Çarpanları	Gösterim	Ondalık Gösterim
7/40	7/40	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$	Sonlu	0,175
6/15	2/5	5	Sonlu	0,4
9/12	3/4	$2 \cdot 2$	Sonlu	0,75
5/6	5/6	$2 \cdot 3$	Devirli	$0,8\bar{3}$ (0,8333...)
4/11	4/11	11	Devirli	$0,3\bar{6}$ (0,3636...)
7/30	7/30	$2 \cdot 3 \cdot 5$	Devirli	$0,2\bar{3}$ (0,2333...)

NOT

Sık yapılan hata: Kesri **sadeleştirmeden** karar vermek. $6/15$ kesrine bakıp "paydada 3 var, devirlidir" demek yanlıştır; çünkü $6/15$ sadeleşerek **$2/5$** olur ve gösterimi **0,4**, yani sonludur.

Kural her zaman **en sade hâl** üzerinden işletilir.

Devirli Ondalık Gösterim ve Devir Çizgisi

Bir rasyonel sayıyı ondalık gösterime çevirirken bölümün ondalık kısmında **tekrar eden** rakamlar oluşabilir. Ondalık kısmı tekrar eden sayıların olduğu ondalık gösterimlere **devirli ondalık gösterim** denir.

Bu gösterimde **tekrar eden rakamın ya da rakamların üzerine** bir devir çizgisi çizilir. Çizgi, yalnızca **tekrar eden blok** için kullanılır.

ÖRNEK

$0,12121212... \rightarrow$ tekrar eden blok 12'dir $\rightarrow 0,\overline{12}$

$-6,85555... \rightarrow$ tekrar eden rakam yalnızca 5'tir, 8 tekrar etmez $\rightarrow -6,8\overline{5}$

$2/3$ için $2 : 3 = 0,666... \rightarrow 0,\overline{6}$

$16/9$ için $16 : 9 = 1,777... \rightarrow 1,\overline{7}$

Ondalık Yazılış	Tekrar Eden Blok	Devir Çizgili Gösterim
0,4444...	4	$0,\overline{4}$
0,121212...	12	$0,\overline{12}$
1,2333...	3	$1,\overline{23}$
-6,85555...	5	$-6,8\overline{5}$
3,142142142...	142	$3,\overline{142}$
0,58333...	3	$0,58\overline{3}$

NOT

Sık yapılan hata: Devir çizgisini **tekrar etmeyen** rakamların üzerine de uzatmak.

$-6,85555...$ sayısında 8 **bir kez** yazılır, tekrar eden yalnızca 5'tir. Bu yüzden doğrusu $-6,8\overline{5}$ 'tir; $-6,\overline{85}$ yazarsan 85'in tekrar ettiğini ($-6,858585...$) söylemiş olursun. Bunlar farklı sayılardır.

Devretmeyen Ondalık Gösterimi Rasyonel Sayıya Çevirme

Bir ondalık gösterimi rasyonel sayı biçiminde yazmak için:

- Ondalık gösterimin **tam kısmı**, rasyonel sayının **tam kısmına** yazılır.
- Ondalık kısmı**, rasyonel sayının **payına** yazılır.
- Virgülden sonraki **basamak sayısı kadar sıfır** içeren 10'un kuvveti **paydaya** yazılır.

Son adımda kesir **en sade hâline** getirilir.

ÖRNEK**0,2** → virgülden sonra 1 basamak → $2/10 = 1/5$ **0,48** → 2 basamak → $48/100 = 12/25$ **-0,68** → 2 basamak → $-68/100 = -17/25$ **3,18** → tam kısım 3 ayrılır → 3 tam $18/100 = 3$ tam **9/50****4,25** → $425/100 = 17/4$ 

0 ile 2 arasındaki sayı doğrusu, her birim 5 eşit parçaya bölünmüştür. Bir parça $1/5 = 0,2$ birimdir. İşaretli noktalar $3/5 = 0,6$ ve $7/5 = 1,4$ sayılarına karşılık gelir.

Sayı doğrusundan okuma. Eşit aralıklara bölünmüş bir sayı doğrusunda işaretli noktayı okumak için üç adım yeterlidir:

1. İki tam sayı arasının **kaç eşit parçaya** bölündüğünü say → bu sayı **paydadır**.
2. Soldaki tam sayıdan işarete kadar **kaç parça** olduğunu say → bu sayı **pay** eklenir.
3. Bulunan kesri ondalık gösterime çevir.

Yukarıdaki doğruya her birim **5** parçaya bölünmüştür, bir parça $1/5 = 0,2$ birimdir. İlk işaret 0'dan itibaren 3 parça ilerdedir → $3/5 = 0,6$. İkinci işaret 1'den itibaren 2 parça ilerdedir → 1 tam $2/5 = 7/5 = 1,4$.

NOT

Sık yapılan hata: Paydadaki sıfır sayısını **basamak sayısı**yla eşleştirmemek. 0,2 sayısı $2/100$ değil **$2/10$** 'dur; 0,02 ise $2/100$ 'dür. Virgülden sonra kaç basamak varsa paydada **o kadar sıfır** olur.

Kontrol yöntemi: bulduğun kesri geri ondalığa çevir, başladığın sayıyı bulmalısın.

Devirli Ondalık Gösterimi Rasyonel Sayıya Çevirme

Durum 1 — Ondalık kısmın TAMAMI devrediyorsa

Tam kısım varsa aynen yazılır. Ondalık kısım **pay**a yazılır; paydada **devreden basamak sayısı kadar 9** yazılır.

ÖRNEK**0,47** → devreden blok 47, iki basamak → **47/99****0,5** → devreden blok 5, bir basamak → **5/9****-1,628** → tam kısım 1, devreden blok 628, üç basamak → **-1 tam 628/999****0,18** → $18/99$ → sadeleşir → **2/11**

Durum 2 — Ondalık kısmın TAMAMI devretmiyorsa

Tam kısım varsa aynen yazılır. Paya, virgülden sonraki **bütün rakamlardan** oluşan sayıdan **devretmeyen kısmı** oluşturan sayı çıkarılarak yazılır. Paydaya ise **devreden basamak sayısı kadar 9**, ardından **devretmeyen basamak sayısı kadar 0** yazılır.

Kısaca: $AB,CD\bar{E} = (ABCDE - ABC) / 990$ — buradaki 9'ların sayısı devreden basamak, 0'ların sayısı devretmeyen basamak sayısı kadardır.

ÖRNEK

$0,6\bar{4} \rightarrow$ virgülden sonrası 64, devretmeyen kısım 6 $\rightarrow (64 - 6)/90 = 58/90 = 29/45$

(Devreden 1 basamak $\rightarrow$ bir 9; devretmeyen 1 basamak $\rightarrow$ bir 0 $\rightarrow$ payda 90)

$1,1\bar{3} \rightarrow (113 - 11)/90 = 102/90 = 17/15$

$-2,5\bar{6} \rightarrow (256 - 25)/990 = -231/990 = -23/99$

$0,01\bar{8} \rightarrow (18 - 1)/900 = 17/900$ (devreden 1 basamak $\rightarrow$ bir 9; devretmeyen 2 basamak $\rightarrow$ iki 0)

Devirli Gösterim	Pay İşlemi	Payda	En Sade Hâli
$0,5\bar{}$	5	9	$5/9$
$0,1\bar{8}$	18	99	$2/11$
$0,2\bar{3}$	$23 - 2 = 21$	90	$7/30$
$0,12\bar{5}$	$125 - 1 = 124$	990	$62/495$
$0,01\bar{8}$	$18 - 1 = 17$	900	$17/900$
$1,6\bar{}$	6	9	1 tam $2/3 = 5/3$

NOT

$0,9\bar{}$ = 1'dir. Kuralı uygularsak $0,9\bar{}$ = $9/9 = 1$ çıkar. Bu bir yuvarlama ya da yaklaşık değer değildir; **tam olarak** eşittirler. Aynı şekilde $1,9\bar{}$ = 1 tam $9/9 = 2$ ve $2,9\bar{}$ = 3'tür. Bunun anlamı şudur: bir sayının ondalık gösterimi her zaman tek biçimde olmak zorunda değildir.

NOT

Sık yapılan iki hata:

(1) Tam kısmı da paya katmak. $1,1\bar{3}$ için $(1113 - 111)/990$ gibi bir işlem yapılmaz. Tam kısım (1) ayrı tutulur, işlem yalnızca **virgülden sonrasıyla** yapılır.

(2) Paydadaki 9 ve 0 sayısını karıştırmak. 9'ların sayısı **devreden** basamak sayısı, 0'ların sayısı **devretmeyen** basamak sayısı kadardır. $0,01\bar{8}$ için devreden 1 basamak (8), devretmeyen 2 basamak (01) $\rightarrow$ payda **900**'dür, 990 değil.

Etkinlikler

ETKİNLİK 1

Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.

- a) ☒ D Her rasyonel sayının bir ondalık gösterimi vardır.
- b) ☒ D En sade hâlinde paydası 2 ve 5 dışında asal çarpan içermeyen rasyonel sayıların ondalık gösterimi sonludur.
- c) ☒ Y $6/15$ kesrinin paydasında 3 olduğu için ondalık gösterimi devirlidir.
- d) ☒ Y $-6,85555\dots$ sayısının devir çizgili gösterimi $-6,\overline{85}$ 'tir.
- e) ☒ D $0,\overline{9}$ sayısı 1'e eşittir.
- f) ☒ Y Negatif bir rasyonel sayının ondalık gösterimi bulunurken eksi işareti bölme işlemine katılır.
- g) ☒ D $0,\overline{47} = 47/99$ 'dur.
- h) ☒ Y $0,0\overline{18}$ gösteriminin paydası 990'dır.
- i) ☒ Y $0,2$ sayısının rasyonel karşılığı $2/100$ 'dür.
- j) ☒ D Devirli bir ondalık gösterimin karşılığı her zaman bir rasyonel sayıdır.
- k) ☒ Y $1/8$ kesrinin ondalık gösterimi devirlidir.
- l) ☒ D $3,142142142\dots$ sayısında devreden blok 142'dir.

ETKİNLİK 2

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Kesir	En Sade Hâli	Paydanın Asal Çarpanları	Sonlu / Devirli	Ondalık Gösterim
$3/8$	$3/8$	$2 \cdot 2 \cdot 2$	Sonlu	$0,375$
$5/9$	$5/9$	$3 \cdot 3$	Devirli	$0,\overline{5}$
$14/35$	$2/5$	5	Sonlu	$0,4$
$7/12$	$7/12$	$2 \cdot 2 \cdot 3$	Devirli	$0,58\overline{3}$
$18/45$	$2/5$	5	Sonlu	$0,4$
$13/20$	$13/20$	$2 \cdot 2 \cdot 5$	Sonlu	$0,65$
$5/11$	$5/11$	11	Devirli	$0,\overline{45}$

ETKİNLİK 3

Aşağıdaki ondalık gösterimlere karşılık gelen rasyonel sayıları en sade hâliyle yazınız.

- a) 0,6 $6/10 = 3/5$ b) -0,45 $-45/100 = -9/20$
 c) 0,008 $8/1000 = 1/125$ d) 2,75 $275/100 = 11/4$ (ya da 2 tam $3/4$)
 e) -1,2 $-12/10 = -6/5$ f) 0,125 $125/1000 = 1/8$
 g) 3,04 $304/100 = 76/25$ (ya da 3 tam $1/25$) h) -0,0025 $-25/10000 = -1/400$

ETKİNLİK 4

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimlere karşılık gelen rasyonel sayıları en sade hâliyle yazınız. Önce "tamamı mı devrediyor?" sorusunu cevaplayınız.

- a) $0,\overline{7}$ Tamamı devrediyor $\rightarrow 7/9$
 b) $0,\overline{24}$ Tamamı devrediyor $\rightarrow 24/99 = 8/33$
 c) $0,5\overline{3}$ Kısmen devrediyor $\rightarrow (53 - 5)/90 = 48/90 = 8/15$
 d) $1,\overline{4}$ Tamamı devrediyor $\rightarrow 1$ tam $4/9 = 13/9$
 e) $-0,\overline{16}$ Kısmen devrediyor $\rightarrow -(16 - 1)/90 = -15/90 = -1/6$
 f) $2,\overline{35}$ Tamamı devrediyor $\rightarrow 2$ tam $35/99 = 233/99$
 g) $0,08\overline{3}$ Kısmen devrediyor $\rightarrow (83 - 8)/900 = 75/900 = 1/12$
 h) $2,\overline{9}$ Tamamı devrediyor $\rightarrow 2$ tam $9/9 = 2 + 1 = 3$

ETKİNLİK 5

Aşağıdaki koşulları sağlayan birer sayı yazıp seçiminizi gerekçelendiriniz. Her maddede birden çok doğru cevap vardır.

- a) Ondalık gösterimi sonlu olan, paydası 20'den büyük bir rasyonel sayı. **Örneğin $3/25 = 0,12$ (payda $25 = 5 \cdot 5$). $7/32 = 0,21875$ ve $9/40 = 0,225$ de olur; payda yalnızca 2 ve 5'in çarpanlarından oluşmalıdır.**
 b) Ondalık gösterimi devirli olan ve devreden bloğu iki basamaklı olan bir rasyonel sayı. **Örneğin $4/11 = 0,\overline{36}$ ya da $7/33 = 0,\overline{21}$. Payda 11 veya 33 olması iki basamaklı devir verir.**
 c) 0 ile 1 arasında olan ve ondalık gösteriminde devretmeyen bir basamağı bulunan devirli bir sayı. **Örneğin $0,\overline{16} = 1/6$ ya da $0,5\overline{3} = 8/15$. Bu tür sayıların paydasında hem 2 veya 5, hem de başka bir asal çarpan bulunur.**
 d) Payı 1 olan ve ondalık gösterimi sonlu olan üç farklı rasyonel sayı. **$1/2 = 0,5$; $1/4 = 0,25$; $1/5 = 0,2$ ($1/8 = 0,125$; $1/10 = 0,1$; $1/16$; $1/20$; $1/25$ de olur). Payda yalnızca 2 ve 5'in kuvvetlerinden oluşmalıdır.**
 e) Devirli ondalık gösterimi bir TAM SAYIYA eşit olan bir sayı. **$0,\overline{9} = 1$, $1,\overline{9} = 2$, $4,\overline{9} = 5$. Bu yalnızca devreden blok 9 olduğunda gerçekleşir; çünkü $9/9 = 1$ 'dir.**
 f) İki farklı gösterimi (biri kesir, biri devirli ondalık) aynı sayıyı veren bir örnek yazınız ve eşitliği ispatlayınız. **Örneğin $1/3 = 0,\overline{3}$. İspat: $0,\overline{3} = 3/9 = 1/3$ ✓ Ya da $2/9 = 0,\overline{2}$, kontrol: $2 : 9 = 0,222... \checkmark$**

Konu Özeti

ÖZET

Bir rasyonel sayıyı ondalık gösterime çevirmenin iki yolu vardır: **paydayı 10'un kuvvetine çevirmek** ya da **payı paydaya bölmek**. Gösterimin sonlu mu devirli mi olacağına, kesir **en sade hâline** getirildikten sonra paydanın asal çarpanlarına bakılarak karar verilir: paydada **2 ve 5 dışında** asal çarpan yoksa **sonlu**, varsa **devirli**. Ters yönde, devretmeyen bir ondalık gösterim **10'un kuvveti paydaya** yazılarak; devirli bir gösterim ise **devreden basamak kadar 9, devretmeyen basamak kadar 0** paydaya yazılarak kesre çevrilir (paya virgülden sonraki sayıdan devretmeyen kısım çıkarılır). Tam kısım her zaman **ayrı tutulur**, işleme sokulmaz. Son olarak **$0,\overline{9} = 1$** 'dir — bu bir yaklaşıklık değil, kuralın kendisidir.