KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Tam Sayılarda ve Rasyonel Sayılarda Karşılaştırma ve Sıralama

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 Kesir ve ondalık gösterimi karışık verilen sayıları sıralama

$-3/4 \cdot 0{,}6 \cdot -1/2 \cdot 5/8 \cdot -0{,}7$
sayıları veriliyor.
a) Sayıları **küçükten büyüğe** sıralayınız.
b) Sıralamanızı sayı doğrusundaki konumlarla açıklayınız.
c) Bu sayıların **mutlak değerlerini** küçükten büyüğe sıralayınız. İki sıralama aynı mı?

1 Ortak bir gösterime geçir

Kesirler ve ondalık gösterimler karışık verilmiş. En pratik yol hepsini **ondalık gösterime** çevirmektir:

$-3/4 = \mathbf{-0{,}75}$

$0{,}6 = \mathbf{0{,}6}$

$-1/2 = \mathbf{-0{,}5}$

$5/8 = \mathbf{0{,}625}$

$-0{,}7 = \mathbf{-0{,}7}$

2 Önce işarete göre ayır

Her negatif sayı, her pozitif sayıdan küçüktür. Bu yüzden önce iki gruba ayırırız:

Negatifler: $-0{,}75 \cdot -0{,}5 \cdot -0{,}7$

Pozitifler: $0{,}6 \cdot 0{,}625$

Bu ayrım, beş sayıyı tek tek karşılaştırma yükünü hemen hafifletir.

3 Grupları kendi içinde sırala

Negatifler: İşaretsiz hâlleri 0,75 > 0,7 > 0,5'tir. Yön çevrilir:
$-0{,}75 < -0{,}7 < -0{,}5$

Pozitifler: Onda birler eşit değil: 0,600 ile 0,625 → yüzde birlere bakılır: 0 < 2
$0{,}6 < 0{,}625$

Birleştirelim:
$-0{,}75 < -0{,}7 < -0{,}5 < 0{,}6 < 0{,}625$
Yani: $\mathbf{-3/4 < -0{,}7 < -1/2 < 0{,}6 < 5/8}$

4 b) Sayı doğrusuyla açıkla

Sayı doğrusunda soldan sağa: $\mathbf{-0{,}75 \cdot -0{,}7 \cdot -0{,}5 \cdot 0 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}625}$

$-3/4$ sıfırdan en uzak negatiftir, bu yüzden **en solda** ve **en küçüktür**. 5/8 = 0,625 sıfırdan en uzak pozitiftir, bu yüzden **en sağda** ve **en büyüktür**.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Kesir ve ondalık gösterimi karışık verilen sayıları sıralama** (devam)

5 c) Mutlak değerleri sırala

$|-3/4| = 0{,}75 \cdot |0{,}6| = 0{,}6 \cdot |-1/2| = 0{,}5 \cdot |5/8| = 0{,}625 \cdot |-0{,}7| = 0{,}7$

Küçükten büyüğe: $0{,}5 < 0{,}6 < 0{,}625 < 0{,}7 < 0{,}75$

$|-1/2| < |0{,}6| < |5/8| < |-0{,}7| < |-3/4|$

Hayır, aynı değil. Sayı sıralamasında **en küçük** olan −3/4, mutlak değer sıralamasında **en büyüktür**. Mutlak değer işareti siler ve yalnızca sıfıra uzaklığı ölçer.

Sonuç: a) $-3/4 < -0{,}7 < -1/2 < 0{,}6 < 5/8$ c) $|-1/2| < |0{,}6| < |5/8| < |-0{,}7| < |-3/4|$ — iki sıralama farklıdır.

Dikkat: Karışık gösterimli sayılarda önce hepsini tek bir gösterime çevir; sonra işarete göre ikiye ayır. İki adım işi yarıya indirir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Paydaları eşitleyerek sıralama ve yöntem seçimi**

5/6 · 3/8 · 5/12 sayıları veriliyor.
a) Sayıları **paydaları eşitleyerek** küçükten büyüğe sıralayınız.
b) Aynı sıralamayı **ondalık gösterime çevirerek** doğrulayınız.
c) Bu üç sayı için **0, 1/2 ve 1'e yakınlık** yöntemi tek başına yeterli olur muydu?

1 a) Ortak paydayı bul

Paydalar 6, 8 ve 12'dir. Ortak katlarının en küçüğü:

$6 = 2 \cdot 3 \cdot 8 = 2^3 \cdot 12 = 2^2 \cdot 3$

EKOK(6, 8, 12) = $2^3 \cdot 3$ = **24**

2 Her kesri 24 paydalı yaz

5/6 → payda 4 ile çarpılır → **20/24**

3/8 → payda 3 ile çarpılır → **9/24**

5/12 → payda 2 ile çarpılır → **10/24**

Paydalar eşit olduğuna göre **payı küçük** olan küçüktür:

$9 < 10 < 20$

$9/24 < 10/24 < 20/24$

$3/8 < 5/12 < 5/6$

3 b) Ondalık gösterimle doğrula

3/8 = **0,375**

5/12 = 0,41666... = **$0{,}41\overline{6}$**

5/6 = 0,8333... = **$0{,}8\overline{3}$**

$0{,}375 < 0{,}4166... < 0{,}8333...$ ✓

Aynı sıralama çıktı.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Paydaları eşitleyerek sıralama ve yöntem seçimi** (devam)

Not: 5/12 ve 5/6'nın ondalık gösterimleri devirlidir (paydalarında 3 var); bu yüzden bu soruda payda eşitleme yöntemi **daha kesin** sonuç verir.

4 c) Referans yöntemini değerlendir

- **3/8** → paydanın yarısı 4; pay 3, ona yakın → **1/2'ye yakın** (biraz altında)
- **5/12** → paydanın yarısı 6; pay 5, ona yakın → **1/2'ye yakın** (biraz altında)
- **5/6** → pay 5, payda 6'ya yakın → **1'e yakın**

5/6'nın en büyük olduğu hemen görülür ✓ Ama **3/8 ile 5/12 aynı bölgeye** düşüyor; referans yöntemi bu ikisini **ayıramaz**.

Sonuç: Tek başına yeterli olmazdı. Referans yöntemi sayılar farklı bölgelere düştüğünde hızlı bir eleme sağlar; aynı bölgedekiler için payda eşitleme ya da ondalığa çevirme gerekir.

Sonuç: a) 3/8 < 5/12 < 5/6 b) 0,375 < $0,41\overline{6}$ < $0,8\overline{3}$ ✓ c) Hayır; 3/8 ile 5/12 aynı bölgeye düştüğü için ayrılamazdı.

Dikkat: Ortak paydayı bulmak için paydaların EKOK'unu al; rastgele büyük bir sayı seçmek işlemleri gereksiz büyütür.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **İki rasyonel sayı arasında sayı belirleme ve tam sayıları sayma**

−13/2 ile −4,5 sayıları veriliyor.
a) Bu iki sayı arasında bulunan **iki farklı rasyonel sayı** yazınız.
b) Bu iki sayı arasında kaç **tam sayı** vardır? Yazınız.
c) Arada **kaç tane rasyonel sayı** vardır? Gerekçelendiriniz.

1 Sayıları aynı gösterime getir

−13/2 = −13 : 2 = **−6,5**

−4,5 = **−4,5**

Aralık: **−6,5 < x < −4,5**

Sayı doğrusunda −6,5 solda, −4,5 sağdadır.

2 a) Arada iki rasyonel sayı bul

Aralığın içinde kalan herhangi iki sayı seçilebilir:

−6 (kesir olarak −6/1)

−11/2 = −5,5

Kontrol: −6,5 < −6 < −4,5 ✓ ve −6,5 < −5,5 < −4,5 ✓

İstersek ortalama da alabiliriz:

(−6,5 + (−4,5)) : 2 = −11 : 2 = **−5,5** ✓ Aynı sayıya ulaştık.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **İki rasyonel sayı arasında sayı belirleme ve tam sayıları sayma**

(devam)

3 **b) Aradaki tam sayıları say**

−6,5 ile −4,5 arasındaki tam sayıları sayı doğrusundan okuyalım:

−6,5 < **−6** < **−5** < −4,5

Aradaki tam sayılar: **−6 ve −5** → **2 tane**

Dikkat: −4 aralığın dışındadır, çünkü −4 > −4,5'tir. Negatiflerde "daha büyük" olanın sağda olduğunu unutma.

4 **c) Aradaki rasyonel sayı sayısı**

Arada **sonsuz** sayıda rasyonel sayı vardır.

Gerekçe: Bulduğumuz her sayı, uçlarla yeni aralıklar oluşturur ve her yeni aralıkta yine **ortalama** alınabilir:

−6,5 ile −5,5'in ortalaması −6

−6,5 ile −6'nın ortalaması −6,25

−6,5 ile −6,25'in ortalaması −6,375

...

Bu işlem **hiçbir zaman bitmez**; her adımda yeni bir rasyonel sayı elde edilir. Farklı iki rasyonel sayı arasında her zaman sonsuz çoklukta rasyonel sayı vardır.

Sonuç: a) Örneğin −6 ve −11/2 = −5,5 b) 2 tane (−6 ve −5) c) Sonsuz tane; her aralıkta ortalama alınarak yenisi bulunabilir.

Dikkat: Aralığın uçlarındaki sayılar aralığa dâhil değildir; "<" ile "≤" farkını soruda mutlaka işaretle.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Eşitsizliği sağlayan tam sayıları belirleme**

a) a bir tam sayı olmak üzere −7/2 < a < 11/4 olduğuna göre a'nın alabileceği bütün değerleri yazınız.
b) Bu değerlerin **toplamı** kaçtır?
c) Bu değerlerden **mutlak değeri en büyük** olanı hangisidir?
d) b bir tam sayı olmak üzere b < |−9/4| olduğuna göre b **en fazla** kaçtır?

1 **a) Sınırları ondalık gösterime çevir**

−7/2 = −7 : 2 = **−3,5**

11/4 = 11 : 4 = **2,75**

Eşitsizlik: **−3,5 < a < 2,75**

a bir **tam sayı** olduğuna göre, bu aralıktaki tam sayıları yazalım:

−3, −2, −1, 0, 1, 2 → **6 tane**

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Eşitsizliği sağlayan tam sayıları belirleme** (devam)

Uç kontrolü: $-4 < -3{,}5$ olduğu için dışarıda kalır ✓ $3 > 2{,}75$ olduğu için dışarıda kalır ✓

2 b) Değerlerin toplamı

$(-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2$

Kısa yol: -2 ile $+2$ ve -1 ile $+1$ birbirini götürür, 0 da toplamı değiştirmez. Geriye yalnızca **-3** kalır.

Toplam = **-3**

3 c) Mutlak değeri en büyük olan

Mutlak değerleri hesaplayalım:

$|-3| = 3 \cdot |-2| = 2 \cdot |-1| = 1 \cdot |0| = 0 \cdot |1| = 1 \cdot |2| = 2$

En büyük mutlak değer **3**'tür ve bu değer **a = −3**'e aittir.

Dikkat: a = −3 aynı zamanda listenin **en küçük** sayısıdır. Sıfıra en uzak olmak, negatiflerde en küçük olmak demektir.

4 d) Mutlak değerli sınır

Önce mutlak değeri hesaplayalım:

$|-9/4| = 9/4 = 9 : 4 =$ **2,25**

Eşitsizlik: **b < 2,25**

b bir tam sayı olduğuna göre 2,25'ten küçük en büyük tam sayı:

b = 2

Kontrol: $2 < 2{,}25$ ✓ ve $3 > 2{,}25$ olduğu için 3 olamaz ✓

Not: Burada mutlak değer, sınırı **pozitif** yaptı. Eğer soru b < −9/4 olsaydı sınır −2,25 olurdu ve cevap b = −3 çıkardı — mutlak değer parantezi sonucu tamamen değiştirir.

Sonuç: a) −3, −2, −1, 0, 1, 2 b) −3 c) a = −3 (mutlak değeri 3) d) b = 2

Dikkat: Eşitsizlik sınırları kesir ya da mutlak değerliyse önce ondalık gösterime çevir; aralığın hangi tam sayıları kapsadığı o zaman doğrudan görünür.