KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 — Gün içindeki sıcaklık değişimlerini tam sayılarla izleme

Bir dağ evinde sabah saat 06.00'da ölçülen sıcaklık **−7 °C**'dir. Öğlene kadar sıcaklık **12 derece artmış**, akşamüstü **5 derece düşmüş**, gece ise **9 derece daha düşmüştür**.
a) Öğlen sıcaklığı kaç derecedir?
b) Akşamüstü sıcaklığı kaç derecedir?
c) Gece sıcaklığı kaç derecedir?
d) Sabahtan geceye kadar sıcaklık **ne kadar değişmiştir?**

1 a) Artış → toplama

Sabah sıcaklığı **−7 °C**. Artış pozitif bir sayıyla gösterilir:
(−7) + (+12)

İşaretler farklı → mutlak değerlerin farkı alınır: 12 − 7 = 5
|+12| > |−7| olduğundan işaret **"+"**

Öğlen sıcaklığı = **+5 °C**

Mantık kontrolü: 7 derece eksiden başlayıp 12 derece ısındıysa sıfırı geçmesi beklenir ✓

2 b) Düşüş → çıkarma

Düşüş, çıkarma ile gösterilir:
(+5) − (+5)

Çıkarmayı toplamaya çevirelim: (+5) + (−5)
Ters işaretli ve mutlak değerleri eşit → toplam **0**

Akşamüstü sıcaklığı = **0 °C**

3 c) İkinci düşüş

0 − 9 = 0 + (−9) = **−9 °C**

(0 toplama işleminin etkisiz elemanıdır; sonucu değiştirmez.)

Gece sıcaklığı = **−9 °C**

4 d) Toplam değişim

Değişim, **son değerden ilk değer çıkarılarak** bulunur:
Değişim = (gece) − (sabah) = (−9) − (−7)

Çıkarmayı toplamaya çevirelim: (−9) + (+7)
İşaretler farklı → 9 − 7 = 2, işaret "−" → **−2**

Sıcaklık gün boyunca **2 derece düşmüştür**.

İkinci yol (değişimleri toplayarak):
(+12) + (−5) + (−9) = (+12) + (−14) = **−2** ✓ Aynı sonuç.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Gün içindeki sıcaklık değişimlerini tam sayılarla izleme** (devam)

Not: Sıcaklık gün içinde +5 °C'ye kadar çıkmış olsa da, **net değişim** yalnızca başlangıç ve bitiş değerlerine bağlıdır.

Sonuç: a) +5 °C b) 0 °C c) −9 °C d) 2 derece düşmüştür (−2)

Dikkat: "Ne kadar değişti" sorusu her zaman son değer − ilk değer ile hesaplanır; sonucun işareti artış mı azalış mı olduğunu söyler.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Toplama işleminin özellikleriyle hızlı hesap**

(−23) + (+41) + (+23) + (−11) + (+11) toplamını hesaplayınız.
a) İşlemi **sırayla** yapmadan, özelliklerden yararlanarak hesaplayınız.
b) Hangi özellikleri hangi adımda kullandığınızı yazınız.
c) İşlemi baştan sona **sırayla** yapsaydınız aynı sonucu bulur muydunuz? Kontrol ediniz.

1 **a) Birbirini götürecek sayıları bul**

Toplananlara bakalım: **−23** ile **+23** birbirinin tersi; **−11** ile **+11** birbirinin tersi. Geriye **+41** kalıyor.

Sayıların yerlerini değiştirip eşleri yan yana getirelim:

= [(−23) + (+23)] + [(−11) + (+11)] + (+41)

= 0 + 0 + (+41)

= **+41**

2 **b) Kullanılan özellikler**

1. Değişme özelliği: Sayıların yerlerini değiştirerek eşleri yan yana getirdik.

(−23) + (+41) + (+23) + (−11) + (+11) = (−23) + (+23) + (−11) + (+11) + (+41)

2. Birleşme özelliği: Hangi ikilinin önce toplanacağını biz seçtik ve köşeli parantezlerle grupladık.

= [(−23) + (+23)] + [(−11) + (+11)] + (+41)

3. Ters eleman özelliği: Her grup sıfır verdi.

= 0 + 0 + (+41)

4. Etkisiz eleman özelliği: Sıfırlar sonucu değiştirmedi.

= **+41**

3 **c) Sırayla hesaplayarak doğrula**

(−23) + (+41) = **+18** (işaretler farklı, 41 − 23 = 18, işaret +)

(+18) + (+23) = **+41** (işaretler aynı)

(+41) + (−11) = **+30** (41 − 11 = 30, işaret +)

(+30) + (+11) = **+41**

Evet, aynı sonuç: +41 ✓

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Toplama işleminin özellikleriyle hızlı hesap** (devam)

Ama dört ayrı işlem gerekti ve her birinde işaret kararı vermek zorunda kaldık. Özellikleri kullanan yol **tek adımda** bitti ve hata riski çok daha düşük.

4 Genel ders

Toplama işleminin özellikleri yalnızca ezberlenecek kurallar değil, **işlem kısaltan araçlardır**. Uzun bir toplam gördüğünde önce şuna bak:

- Birbirinin **tersi** olan sayılar var mı? → Onları eşleştir, sıfır yap.
- Aynı işaretli sayılar var mı? → Onları bir arada topla.

Örneğin (−5) + (+8) + (−3) + (+2) işleminde negatifler ve pozitifler ayrı toplanır:
[(−5) + (−3)] + [(+8) + (+2)] = (−8) + (+10) = **+2**

Sonuç: a) +41 b) Değişme → birleşme → ters eleman → etkisiz eleman c) Evet, sırayla da +41 çıkar ama dört ayrı işlem gerekir.

Dikkat: Uzun toplamlarda önce birbirinin tersi olan sayıları ara; onları sıfırlayınca geriye çoğu zaman tek bir sayı kalır.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Çıkarma ile mutlak değerli ifadeleri ayırt etme**

Aşağıdaki işlemleri yapınız ve sonuçları karşılaştırınız.
a) (−13) − (−21)
b) (−13) − (+21)
c) |−13| − |−21|
d) |(−13) − (−21)|

1 a) Negatif bir sayı çıkarma

Çıkan sayı (−21)'dir; tersi **(+21)**'dir:
(−13) − (−21) = (−13) + (+21)

İşaretler farklı → 21 − 13 = 8
|+21| > |−13| olduğundan işaret **"+"**

= **+8**

Dikkat: Negatif bir sayı çıkarmak, sonucu **büyütür**. −13'ten başladık, +8'e çıktık.

2 b) Pozitif bir sayı çıkarma

Çıkan sayı (+21)'dir; tersi **(−21)**'dir:
(−13) − (+21) = (−13) + (−21)

İşaretler aynı → 13 + 21 = 34, ortak işaret **"−"**

= **−34**

(a) ile (b) arasında yalnızca **çıkan sayının işareti** değişti ve sonuç +8'den −34'e gitti. Çıkanın işareti sonucu tamamen belirler.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Çıkarma ile mutlak değerli ifadeleri ayırt etme** (devam)

3 c) Mutlak değerlerin farkı

Önce mutlak değerleri hesaplayalım:

$|-13| = \mathbf{13}$ ve $|-21| = \mathbf{21}$

$13 - 21 = 13 + (-21)$

İşaretler farklı → $21 - 13 = 8$, işaret **"−"**

$= \mathbf{-8}$

Burada mutlak değerler **işlemden önce** alındı; sayılar 13 ve 21 oldu.

4 d) Farkın mutlak değeri

Önce **parantez içindeki işlem** yapılır (mutlak değer bir parantez gibidir):

$(-13) - (-21) = \mathbf{+8}$ ((a) şıkkında bulmuştuk)

Sonra mutlak değer alınır:

$|+8| = \mathbf{8}$

Karşılaştırma:

(a) +8 | (b) −34 | (c) −8 | (d) 8

(c) ile (d) yalnızca mutlak değer çizgilerinin **yerinden** dolayı farklıdır: (c)'de mutlak değer **her sayıya ayrı ayrı**, (d)'de **bütün işleme** uygulanmıştır. Sonuçlar −8 ve 8, yani birbirinin tersi çıktı.

Kural: Mutlak değer çizgileri nereye konulmuşsa oraya kadar olan kısım **önce** hesaplanır.

Sonuç: a) +8 b) −34 c) −8 d) 8

Dikkat: Mutlak değeri bir parantez gibi düşün: içini bitirmeden dışarıdaki işleme geçme.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Parantezli karışık işlem ve bilinmeyen sembolü bulma**

a) $[(-8) + (+3)] - [(-4) - (+6)] + |-7|$ işleminin sonucunu bulunuz.
b) $(-5) + ▲ = (-3)$ olduğuna göre ▲ kaçtır?
c) $● + 2 = (-9)$ olduğuna göre ● kaçtır?
d) $(-15) + ■ = 0$ olduğuna göre ■ kaçtır? Bu hangi özelliktir?

1 a) İçten dışa doğru çöz

1. Birinci köşeli parantez:

$(-8) + (+3)$ → işaretler farklı, $8 - 3 = 5$, işaret "−" → **−5**

2. İkinci köşeli parantez:

$(-4) - (+6) = (-4) + (-6)$ → işaretler aynı, $4 + 6 = 10$, işaret "−" → **−10**

3. Mutlak değer: $|-7| = \mathbf{7}$

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Parantezli karışık işlem ve bilinmeyen sembolü bulma** (devam)

4. Şimdi ana işlem:

(−5) − (−10) + 7

= (−5) + (+10) + 7 (çıkarma toplamaya çevrildi)

= (+5) + 7 (10 − 5 = 5, işaret +)

= **+12**

2 b) Bilinmeyen toplananı bul

(−5) + ▲ = (−3)

Bilinmeyen toplanan, **sonuçtan bilinen toplanan çıkarılarak** bulunur:

▲ = (−3) − (−5)

= (−3) + (+5)

= **+2**

Kontrol: (−5) + (+2) = −3 ✓

3 c) Aynı yöntemle

● + 2 = (−9)

● = (−9) − 2

= (−9) + (−2)

= **−11**

Kontrol: (−11) + 2 = −9 ✓

Dikkat: Buradaki 2 sayısı **pozitiftir** (+2); tersi (−2) olur.

4 d) Sıfır veren toplanan

(−15) + ■ = 0

■ = 0 − (−15) = 0 + (+15) = **+15**

Daha kısa yoldan: Toplamları 0 olan iki sayı **birbirinin tersidir**. (−15)'in tersi **+15**'tir.

Bu, **ters eleman özelliğidir**.

Kontrol: (−15) + (+15) = 0 ✓

Not: Eğer soru (−15) + ■ = (−15) olsaydı cevap ■ = 0 olurdu ve bu **etkisiz eleman özelliği** olurdu. İki özelliği bu ayrımla hatırla: ters elemanda **sonuç** sıfır, etkisiz elemanda **toplanan** sıfırdır.

Sonuç: a) +12 b) ▲ = +2 c) ● = −11 d) ■ = +15 (ters eleman özelliği)

Dikkat: Bilinmeyen toplananı bulurken "sonuç − bilinen toplanan" kuralını kullan; sonra bulduğunu yerine koyup mutlaka kontrol et.