KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Tam Sayılarla Çarpma, Bölme ve Problem Çözme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 Çok çarpanlı işlemlerde işareti belirleme

a) $(-2) \cdot (+5) \cdot (-3) \cdot (-1)$ işleminin sonucunu bulunuz.
b) Aynı işleme (-4) çarpanı eklenirse sonuç ne olur?
c) **−4'ten 5'e kadar** olan tam sayıların çarpımı kaçtır?
d) **−3'ten −1'e kadar** olan tam sayıların çarpımı kaçtır?

1 a) Önce negatifleri say

Çarpanlar: (-2), $(+5)$, (-3), (-1)

Negatif çarpanlar: **−2, −3, −1** → **3 tane** (tek sayı)

Negatif çarpan sayısı tek olduğuna göre sonuç **NEGATİFTİR**.

Şimdi büyüklüğü hesaplayalım:

$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = \mathbf{30}$

Sonuç = **−30**

2 b) Bir negatif çarpan daha ekle

Yeni işlem: $(-2) \cdot (+5) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot \mathbf{(-4)}$

Negatif çarpan sayısı 3'ten **4**'e çıktı (çift) → sonuç **POZİTİFTİR**.

Büyüklük: önceki 30 değerini 4 ile çarparız:

$30 \cdot 4 = \mathbf{120}$

Sonuç = **+120**

Dikkat: Tek bir negatif çarpan eklemek, sonucun **işaretini ters çevirir**. −30'dan +120'ye geçiş hem işaret hem büyüklük değişimidir.

3 c) −4'ten 5'e kadar olan tam sayılar

Bu aralıktaki tam sayılar:

−4, −3, −2, −1, **0**, 1, 2, 3, 4, 5

Listede **0** var! **0 çarpma işleminin yutan elemanıdır**; çarpımın tamamını sıfır yapar.

Çarpım = **0**

Negatiflerin sayısına bakmaya gerek yoktur. Bu tip sorularda ilk kontrol her zaman "aralıkta sıfır var mı?" olmalıdır.

4 d) −3'ten −1'e kadar olan tam sayılar

Bu aralıktaki tam sayılar: **−3, −2, −1**

(Sıfır bu aralıkta değil.)

Negatif çarpan sayısı: **3** (tek) → sonuç **negatif**

Büyüklük: $3 \cdot 2 \cdot 1 = \mathbf{6}$

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Çok çarpanlı işlemlerde işareti belirleme** (devam)

Çarpım = **−6**

Kontrol: (−3) · (−2) = +6; (+6) · (−1) = −6 ✓

Sonuç: a) −30 b) +120 c) 0 (aralıkta sıfır var) d) −6

Dikkat: Çarpım sorularında önce "sıfır var mı?", sonra "kaç tane negatif var?" diye sor. İki soruyu cevaplayınca işaret hazır olur.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Dağılma özelliğini iki yönde kullanma**

a) (−7) · [(+12) + (−2)] işlemini **iki farklı yolla** hesaplayınız.
b) (−6) · [(−9) − (+4)] işlemini **iki farklı yolla** hesaplayınız.
c) 25 · (−7) + 25 · (−13) işlemini dağılma özelliğini **tersten** kullanarak kısa yoldan hesaplayınız.
d) Hangi durumda hangi yön daha kullanışlıdır?

1 **a) İki yol, tek sonuç**

1. yol — önce parantez içi:

(+12) + (−2) = **+10**

(−7) · (+10) = **−70**

2. yol — dağılma özelliği:

(−7) · (+12) + (−7) · (−2)

= (−84) + (+14)

= **−70** ✓

İki yol da aynı sonucu verdi. Burada **1. yol** daha kısaydı; çünkü parantez içi tek adımda sadeleşti.

2 **b) Çıkarma üzerine dağılma**

1. yol — önce parantez içi:

(−9) − (+4) = (−9) + (−4) = **−13**

(−6) · (−13) = **+78**

2. yol — dağılma özelliği:

(−6) · (−9) − (−6) · (+4)

= (+54) − (−24)

= (+54) + (+24)

= **+78** ✓

Dikkat: İkinci çarpım (−6) · (+4) = −24'tür ve önündeki **çıkarma işareti korunmalıdır**. "+54 − 24 = 30" demek en sık yapılan hatadır.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Dağılma özelliğini iki yönde kullanma** (devam)

3 **c) Dağılmayı tersten kullan**

25 · (−7) + 25 · (−13)

Her iki çarpımda da **25** ortak. Parantezin dışına alalım:

= 25 · [(−7) + (−13)]

= 25 · (−20)

= **−500**

Doğrudan hesaplasaydık: 25 · (−7) = −175 ve 25 · (−13) = −325, sonra (−175) + (−325) = −500. Aynı sonuç ama **iki büyük çarpma** gerekirdi.

Ortak çarpanı dışarı almak, işlemi tek bir kolay çarpmaya indirdi.

4 **d) Hangi yön ne zaman?**

Dağıtma yönü (parantezi açmak) şu durumlarda yararlıdır:

- Parantez içindeki sayılar **sadeleşmiyorsa**
- Çarpanlardan biri 10, 100 gibi **kolay** bir sayıysa

Örnek: 98 · 7 = (100 − 2) · 7 = 700 − 14 = **686**

Toplama yönü (ortak çarpanı dışarı almak) şu durumlarda yararlıdır:

- Terimlerde **ortak bir çarpan** varsa
- Parantez içi toplandığında **yuvarlak** bir sayı çıkıyorsa

Örnek: (c) şıkkındaki gibi.

Özellik tek, ama iki yönde de kullanılabilir; hangisinin kısa olduğuna bakarak seç.

Sonuç: a) −70 b) +78 c) 25 · (−20) = −500 d) Parantez içi sadeleşiyorsa önce içi hesapla; ortak çarpan varsa dışarı al.

Dikkat: Çıkarma üzerine dağıtırken ikinci çarpımın işaretine dikkat et: a · (b − c) = a · b − a · c'dir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Bölme, çarpmayla kontrol ve özel durumlar**

a) (−72) ÷ (+9) ve (−56) ÷ (−7) işlemlerini yapıp sonuçları **çarpma ile kontrol ediniz.**
b) 0 ÷ (−15) ve (−15) ÷ 0 işlemlerini inceleyiniz. Aralarındaki fark nedir?
c) [(−48) ÷ (+6)] ÷ (−2) işleminin sonucunu bulunuz.
d) [(−36) · (+10)] / [(−5) · (−18)] işleminin sonucunu bulunuz.

1 **a) İki bölme ve kontrolleri**

(−72) ÷ (+9):

Mutlak değerler: 72 ÷ 9 = 8

İşaretler **farklı** → sonuç **−8**

Kontrol: Bölünen = Bölen · Bölüm → (+9) · (−8) = −72 ✓

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Bölme, çarpmayla kontrol ve özel durumlar** (devam)

(−56) ÷ (−7):

Mutlak değerler: 56 ÷ 7 = 8

İşaretler **aynı** → sonuç **+8**

Kontrol: (−7) · (+8) = −56 ✓

İki bölmede de sayısal sonuç 8 çıktı; fark yalnızca **işarette**. Bölenin işaretini değiştirmek sonucun işaretini de değiştirir.

2 **b) Sıfırın iki farklı rolü**

0 ÷ (−15) = 0

Kontrol: (−15) · 0 = 0 ✓ Eşitlik sağlanıyor, sonuç tanımlı.

Sözel anlamı: sıfır tane şeyi 15 gruba bölersen her gruba sıfır düşer.

(−15) ÷ 0 = TANIMSIZ

Sonuç x olsaydı 0 · x = −15 olmalıydı. Oysa 0 ile çarpılan her sayı **0** verir (yutan eleman); −15 asla elde edilemez.

Fark: Sıfırın **bölünen** olması sorun değildir (sonuç 0'dır); **bölen** olması tanımsızlık yaratır. Kısaca: **sıfıra bölünemez.**

3 **c) Soldan sağa ilerle**

Köşeli parantez içindekini önce hesaplarız:

(−48) ÷ (+6) → işaretler farklı, 48 ÷ 6 = 8 → **−8**

Şimdi dıştaki bölme:

(−8) ÷ (−2) → işaretler aynı, 8 ÷ 2 = 4 → **+4**

Sonuç = **+4**

Kontrol: (+4) · (−2) = −8 ✓ ve (−8) · (+6) = −48 ✓

4 **d) Pay ve paydayı ayrı bitir**

Pay: (−36) · (+10) → işaretler farklı → **−360**

Payda: (−5) · (−18) → işaretler aynı → **+90**

Bölme: (−360) ÷ (+90)

Mutlak değerler: 360 ÷ 90 = 4

İşaretler farklı → **−4**

Sonuç = **−4**

Kontrol: (+90) · (−4) = −360 ✓

Not: Pay ve paydayı bitirmeden sadeleştirmeye kalkışmak risklidir; özellikle toplama-çıkarma varsa kesinlikle yapılamaz.

Sonuç: a) −8 ve +8 (kontroller ✓) b) 0 ÷ (−15) = 0; (−15) ÷ 0 tanımsız c) +4 d) −4

Dikkat: Her bölmeden sonra "Bölen · Bölüm = Bölünen mi?" diye kontrol et; işaret hataları anında ortaya çıkar.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Puanlama problemini beş adımda çözme**

25 soruluk bir sınavda her **doğru cevap +5**, her **yanlış cevap −2**, her **boş soru −1** puandır. Bir öğrenci **16 soruyu doğru**, **6 soruyu yanlış** cevaplamış, kalanları boş bırakmıştır.
a) Öğrenci kaç soruyu boş bırakmıştır?
b) Her cevap türünden aldığı puanı ayrı ayrı hesaplayınız.
c) Öğrencinin toplam puanı kaçtır?
d) Öğrenci boş bıraktığı soruları da yanlış cevaplasaydı puanı ne olurdu?

1 a) Problemi anla — nicelikleri belirle

Toplam soru: **25**

Doğru: **16** · Yanlış: **6** · Boş: **?**

Boş = 25 − 16 − 6 = **3 soru**

Kontrol: 16 + 6 + 3 = 25 ✓ Bütün sorular sayıldı.

Puan değerleri işaretleriyle: doğru **+5**, yanlış **−2**, boş **−1**.

2 b) Plan yap ve uygula — her tür için çarpma

Aynı puandan birden çok kez alındığı için **çarpma** kullanılır:

Doğrulardan: 16 · (+5) = **+80 puan**
Yanlışlardan: 6 · (−2) = **−12 puan**
Boşlardan: 3 · (−1) = **−3 puan**

Her çarpımda işaret kuralı işledi: pozitif × pozitif = pozitif; pozitif × negatif = negatif.

3 c) Problemi çöz — puanları topla

Toplam = (+80) + (−12) + (−3)

Negatifleri önce toplayalım (birleşme özelliği):
(−12) + (−3) = **−15**

(+80) + (−15) → işaretler farklı, 80 − 15 = 65, |+80| büyük → **+65**

Öğrencinin toplam puanı 65'tir.

Kontrol: Kazanılan 80, kaybedilen 15. Kazanç daha büyük olduğu için sonucun pozitif ve 80'den küçük çıkması beklenirdi ✓

4 d) Boşlar da yanlış olsaydı

Bu durumda doğru sayısı değişmez; yanlış sayısı 6 + 3 = **9** olur ve boş kalmaz.

Doğrulardan: 16 · (+5) = **+80**
Yanlışlardan: 9 · (−2) = **−18**
Boşlardan: 0 puan

Toplam = (+80) + (−18) = **+62 puan**

Karşılaştırma: 65'ten 62'ye, yani **3 puan** düştü. Neden 3? Çünkü 3 soru, −1'den −2'ye geçti; her birinde 1 puan kaybedildi:
3 · [(−2) − (−1)] = 3 · (−1) = **−3** ✓

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Puanlama problemini beş adımda çözme** (devam)

Bu, boş bırakmanın yanlış yapmaktan neden daha az zararlı olduğunu da gösterir.

Sonuç: a) 3 soru b) +80, −12, −3 puan c) 65 puan d) 62 puan (3 puan düşer)

Dikkat: Puanlama problemlerinde her cevap türü için önce çarpma yap, sonra sonuçları topla. Soru sayılarının toplamının doğru olduğunu mutlaka kontrol et.