

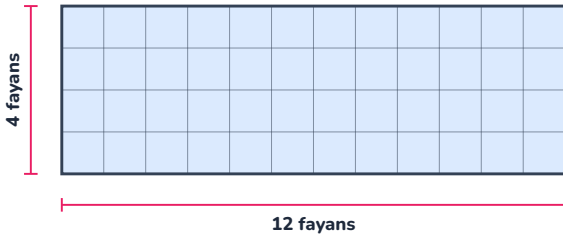
SORULAR

Pozitif Tam Sayıların Çarpanları ve Asal Çarpanlara Ayırma

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1–5

- 1 Bir seramik atölyesinde **48 adet özdeş kare fayans** kullanılarak, aralarında boşluk kalmayacak biçimde **dikdörtgen bir pano** oluşturulacaktır. Her fayansın bir kenarı **10 cm**'dir. Atölyenin ilk denediği düzen şekilde verilmiştir.



- a) Şekildeki düzende kullanılan fayans sayısını ve panonun santimetre cinsinden çevresini bulunuz.
- b) Aynı 48 fayansla kaç farklı dikdörtgen pano oluşturulabilir? (Yalnızca 90° döndürülmüş düzenler aynı sayılır.)
- c) Panonun kenarına takılacak çerçeve için en az malzeme hangi düzende kullanılır? Bu düzendeki çevre kaç santimetredir?

ÇÖZÜM

- 2 Bir müzede vitrinler **18, 25, 36, 40, 49, 63, 64, 90, 100, 121** numaralarıyla etiketlenmiştir. Rehber, vitrinleri numaralarının **pozitif tam sayı çarpan sayısı** tek olanlar ve çift olanlar biçiminde iki gruba ayıracaktır.

- a) Vitrin numaralarını çarpan sayısı tek ve çarpan sayısı çift olmak üzere iki gruba ayırınız.
- b) Çarpan sayısı tek olan gruptaki sayıların ortak özelliği nedir? Bu özelliği kullanarak kuralı bir cümleyle yazınız.
- c) 400 numaralı bir vitrin olsaydı hangi gruba girerdi? Çarpanlarını tek tek yazmadan karar veriniz.

ÇÖZÜM

- 3** Bir okul kütüphanesine gelen **126 kitap**, her rafta **eşit sayıda** kitap olacak biçimde raflara yerleştirilecektir. Raf sayısı da her raftaki kitap sayısı da birer pozitif tam sayıdır.

- a) 126 sayısını asal çarpanlarına ayırıp çarpan sayısını formülle bulunuz.
b) Raf sayısının 1'den ve 126'dan farklı olması isteniyorsa kaç farklı yerleştirme yapılabilir?
c) Raf sayısı ile bir raftaki kitap sayısı birbirine en yakın olacak biçimde yerleştirme yapılırsa bu iki sayı kaç olur?

ÇÖZÜM

- 4** Bir bahçıvan, alanı **72 m²** olan dikdörtgen biçiminde bir sebze bahçesini tel çitle çevirecektir. Bahçenin metre cinsinden kenar uzunlukları birer tam sayıdır.

Bahçıvan şöyle düşünüyor: "**Çitten tasarruf etmek istiyorum. O hâlde kenarları 1 m ve 72 m seçerim; çünkü 1 çok küçük bir sayı.**"

- a) Bahçıvanın düşüncesi doğru mudur? Hesaplayarak gösteriniz.
b) Çit uzunluğu en az olacak biçimde kenarlar nasıl seçilmelidir? En az çit kaç metredir?
c) Bahçıvanın elinde 40 m tel çit vardır. Bahçeyi çevirebilir mi? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

- 5** Deniz, sınavda karşısına çıkan **$A = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 5$** sayısının kaç tane pozitif tam sayı çarpanı olduğunu şöyle hesaplamıştır:

"Üsler 3, 2 ve 1'dir. O hâlde çarpan sayısı

$$(3 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ t'ür.}"$$

- a) Deniz'in hangi adımda hata yaptığını açıklayınız.
b) Doğru çarpan sayısını bulunuz.
c) A sayısını hesaplayınız ve çarpanlarını yazarak (b) şikkındaki sonucu doğrulayınız.

ÇÖZÜM

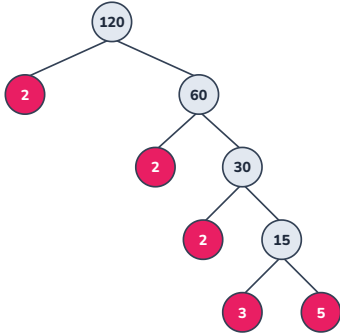
2. Bölüm Soru 6–10

- 6** Bir güvenlik yazılımı, kilit kodlarını **$B = 3^2 \cdot 5^a$** biçiminde üretmektedir. Burada a bir pozitif tam sayıdır. Yazılımın ürettiği bir kodun **12 tane** pozitif tam sayı çarpanı olduğu bilinmektedir.

- a) a değerini bulunuz.
b) B sayısını hesaplayınız.
c) B'nin kendisi hariç en büyük çarpanını bulunuz.
d) B bir tam kare midir? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

- 7 Bir sınıf panosunda bir sayının **çarpan ağacı** sergilenmektedir. Ağaçta koyu renkli daireler **asal** sayıları göstermektedir.



- a) Ağacın en alt sırasındaki sayıları yazınız ve bu sayıyı üslü ifadelerin çarpımı biçiminde gösteriniz.
 b) Ağaçta görünen 60, 30 ve 15 sayıları bu sayının asal çarpanı mıdır? Gerekçelendiriniz.
 c) Bu sayının kaç tane pozitif tam sayı çarpanı vardır? Formülle bulunuz.

ÇÖZÜM

- 8 Bir öğrenci **180** sayısını asal çarpan algoritmasıyla ayırmak istemiş ve defterine şunu yazmıştır:

$$\begin{array}{r}
 180 \mid 4 \\
 45 \mid 5 \\
 9 \mid 9 \\
 1 \mid
 \end{array}$$

Ardından " $180 = 4 \cdot 5 \cdot 9$ 'dur; asal çarpanları 4, 5 ve 9'dur" sonucuna varmıştır.

- a) Öğrencinin bölme işlemleri doğru mudur? Kontrol ediniz.
 b) Öğrencinin hatası nedir? Algoritmanın kuralını yazınız.
 c) 180'i doğru biçimde asal çarpanlarına ayırınız.
 d) Öğrenci kendi yazdığı biçimden çarpan sayısını hesaplasaydı hangi sonucu bulurdu? Doğrusu kaçtır?

ÇÖZÜM

- 9 Bir kargo firması **252 kg** ağırlığındaki bir yükü, **eşit kütleli** kolilere bölerek gönderecektir. Koli sayısı da bir kolinin kilogram cinsinden kütlesi de birer pozitif tam sayıdır. Firmanın aracına göre **koli sayısı 10'dan fazla, 30'dan az** olmalıdır.

- a) 252 sayısını asal çarpanlarına ayırınız ve çarpan sayısını formülle bulunuz.
b) Firma kaç farklı koli sayısı seçebilir? Bunları yazınız.
c) Kargo kurallarına göre bir kolinin kütlesi 15 kg'ı geçemez. Bu durumda koli sayısı en az kaç olmalıdır?

ÇÖZÜM

- 10 Bir kütüphane, kitap kodlarını sayıların farklı **asal çarpan sayısına** göre renklendirmektedir. Elinizdeki kodlar şunlardır:
16, 21, 30, 32, 45, 49, 60, 66, 81, 105, 128, 175

- a) Bu sayıları farklı **asal çarpan sayısı 1, 2 ve 3** olanlar biçiminde üç gruba ayırınız. Her sayıyı asal çarpanlarına ayrılmış biçimiyle yazınız.
b) Birinci gruptaki (tek bir asalın kuvveti olan) sayılardan hangilerinin çarpan sayısı tektir? Bunun üsle ilişkisini açıklayınız.
c) Listede olmayan, tam olarak 4 farklı asal çarpanı bulunan en küçük sayıyı yazınız.

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11-15

- 11 Bir matematik kulübünde üç öğrenci şu iddiaları ortaya atmıştır:

I. Ela: "Çarpan sayısı **3** olan her sayı, bir asal sayının **karesidir**."

II. Mert: "Çarpan sayısı **çift** olan her sayı **çift** sayıdır."

III. Sude: "Çarpan sayısı **asal** olan her sayı, bir asal sayının **kuvvetidir**."

- a) Ela'nın iddiası doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
b) Mert'in iddiası doğru mudur? Doğru değilse karşıt örnek veriniz.
c) Sude'nin iddiası doğru mudur? Gerekçelendiriniz ve bir örnek veriniz.

ÇÖZÜM

- 12 Bir kasanın şifresi $A = 2^a \cdot 3^b$ biçiminde üretilmiştir. Burada a ve b birer **pozitif tam sayıdır** ve şu iki bilgi verilmiştir:
- A sayısının tam olarak **15** pozitif tam sayı çarpanı vardır.
 - $a > b$ 'dir.

- a) a ve b değerlerini bulunuz. Elediğiniz durumları da yazınız.
b) A sayısını hesaplayınız.
c) A bir tam kare midir? İki farklı yoldan gösteriniz.
d) A'nın kendisi hariç en büyük çarpanını bulunuz.

ÇÖZÜM

13 Bir fuarda kurulacak dikdörtgen biçimindeki standın alanı **180 m²** olacaktır. Standın metre cinsinden kenar uzunlukları birer tam sayıdır ve fuar yönetmeliğine göre standın **kısa kenarı 9 m'den az olamaz.**

- a) 180'i asal çarpanlarına ayırıp kaç çarpanı olduğunu bulunuz.
- b) Yönetmeliğe uyan kaç farklı stand boyutu seçilebilir? Bunları yazınız.
- c) Standın çevresi en az olacak biçimde seçim yapılırsa kenar uzunlukları ve çevre kaç metre olur?
- d) (c) şıkkındaki standın çevresine, her köşeye birer tane gelecek biçimde her 3 metrede bir direk dikilecektir. Kaç direk gerekir? Aralık 2 m seçilseydi köşelere direk denk gelir miydi?

ÇÖZÜM

14 Bir okulun bahçesine **294 adet özdeş kare karo**, aralarında boşluk kalmayacak biçimde **dikdörtgen** bir alan oluşturacak şekilde döşenecektir.

Okul müdürü şöyle diyor: "**Karoları bir kare oluşturacak biçimde dizelim, daha güzel görünür.**"

- a) Müdürün istediği mümkün müdür? 294'ü asal çarpanlarına ayırarak gerekçelendiriniz.
- b) Kare elde edebilmek için en az kaç karo eklenmelidir?
- c) 294 karoyla kaç farklı dikdörtgen düzen oluşturulabilir? (Döndürülmüş düzenler aynı sayılır.)

ÇÖZÜM

15 Bir "sayı tasarım atölyesi" etkinliğinde öğrencilerden, verilen koşulları sağlayan sayılar **üretmeleri** ve seçimlerini gerekçelendirmeleri istenmektedir. Her maddede birden çok doğru cevap olabilir.

Aşağıdaki koşulların her biri için birer sayı yazınız ve seçiminizi gerekçelendiriniz.

- a) Tam olarak 10 pozitif tam sayı çarpanı olan, iki basamaklı bir sayı.**
- b) Üç farklı asal çarpanı olan ve tam kare olan en küçük sayı.**
- c) Çarpan sayısı 6 olan ve kendisi tek olan bir sayı.**
- d) 1 hariç en küçük çarpanı 7 olan, iki basamaklı bir sayı.**
- e) Kendisi hariç en büyük çarpanı 24 olan bir sayı.**
- f) İki basamaklı sayılar arasında çarpan sayısı en fazla olan bir sayı.**

ÇÖZÜM