

SORULAR

EKOK ve EBOB — En Küçük Ortak Kat ve En Büyük Ortak Bölen

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge CC BY-NC 4.0 lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabılır.

1. Bölüm Soru 1–5

1 Bir çalışma kâğıdında altı problem vardır:

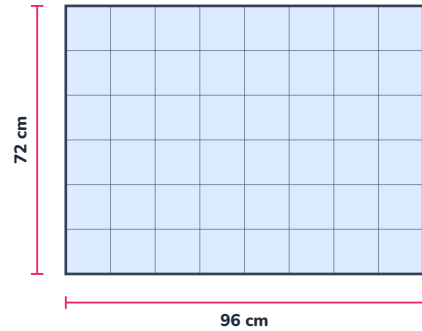
- I. İki fenerden biri 8 saniyede bir, diğeri 12 saniyede bir yanıp sönüyor. En az kaç saniye sonra birlikte yanarlar?
- II. 36 kırmızı ve 48 mavi boncuk, artmadan ve her kolyede eşit sayıda olacak biçimde kolyelere dağıtılacaktır. En fazla kaç kolye yapılır?
- III. Hem 6'ya hem 8'e kalansız bölünebilen üç basamaklı en küçük doğal sayı kaçtır?
- IV. 54 ve 72 sayılarını kalansız bölen en büyük doğal sayı kaçtır?
- V. İki koşucudan biri bir turu 40 saniyede, diğeri 60 saniyede tamamlıyor. Başlangıç çizgisinde en az kaç saniye sonra tekrar buluşurlar?
- VI. 60 cm ve 84 cm uzunluğundaki iki kurdele, artmadan eşit uzunlukta parçalara kesilecektir. Bir parça en fazla kaç cm olabilir?

- a) Problemleri EKOK ile çözümlenler ve EBOB ile çözümlenler biçiminde iki gruba ayırınız.
- b) Her problemde kararınızı verdiren anahtar ifadeyi yazınız.
- c) III. problemi çözünüz.

ÇÖZÜM

2 Kenar uzunlukları 96 cm ve 72 cm olan dikdörtgen biçimindeki bir odanın zemini, **kare biçiminde özdeş fayanslarla**, fayanslar kırılmadan ve üst üste gelmeden kaplanacaktır. Fayansın santimetre cinsinden kenar uzunluğu bir tam sayıdır.

Şekilde ustanın **ilk denediği** döşeme gösterilmiştir.



- a) Şekildeki döşemede bir fayansın kenar uzunluğu kaç santimetredir ve kaç fayans kullanılmıştır?
- b) Fayansın kenar uzunluğu en fazla kaç santimetre olabilir?
- c) (b) şıkkındaki fayansla kaplanırsa kaç fayans kullanılır? Bu sayı ilk düzenin kaçta kaçıdır?

ÇÖZÜM

- 3** Bir kıyıdaki iki deniz fenerinden **A feneri 45 saniyede bir, B feneri 60 saniyede bir** çıkmaktadır. İki fener saat **20.00**'de aynı anda çıkmıştır.

- a) İki fener kaç saniyede bir aynı anda çıkar? Dakika cinsinden de yazınız.
b) Saat 20.00 ile 21.00 arasında (20.00 hariç) kaç kez aynı anda çıkarlar?
c) Beşinci kez aynı anda çıktıklarında saat kaçtır? (20.00'deki çıkış birinci sayılacaktır.)

ÇÖZÜM

- 4** **Problem:** 84 kalem ve 126 silgi, artmadan ve her kutuda eşit sayıda kalem ile eşit sayıda silgi olacak biçimde özdeş kutulara konulacaktır. **En fazla kaç kutu** kullanılabilir?

İki öğrenci farklı cevap veriyor:

Ela: " $EKOK(84, 126) = 252 \rightarrow 252$ kutu."

Mert: " $EBOB(84, 126) = 42 \rightarrow 42$ kutu."

- a) Hangi öğrenci haklıdır? Gerekçelendiriniz.
b) Yanlış cevabın neden imkânsız olduğunu bir hesapla gösteriniz.
c) Doğru cevaba göre bir kutuda kaç kalem ve kaç silgi bulunur?

ÇÖZÜM

- 5** Bir öğrenci $EBOB(60, 90)$ değerini bulmak için ortak asal çarpan algoritmasını şöyle kurmuştur:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 90 \\ 30 & 45 \\ 10 & 15 \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

Ardından " $EBOB(60, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 180$ 'dir" demiştir.

- a) Öğrencinin algoritması doğru kurulmuş mudur? Kontrol ediniz.
b) Hatası nedir? Açıklayınız.
c) Doğru EBOB değerini bulunuz.
d) Öğrencinin bulduğu 180 sayısı aslında neyin değeridir? $A \cdot B = EBOB \cdot EKOK$ bağıntısıyla doğrulayınız.

ÇÖZÜM

2. Bölüm Soru 6–10

6 Bir terzide **105 metre** ve **147 metre** uzunluğunda iki top kumaş vardır. Kumaşlar **artmadan** ve her parça **eşit uzunlukta** olacak biçimde kesilecektir. Terzi, parçaların **olabildiğince uzun** olmasını istemektedir.

- a) Bir parça en fazla kaç metre olabilir?
 b) Toplam kaç parça elde edilir?
 c) Her kesim işlemi 1 dakika sürdüğüne göre kesim işi toplam kaç dakika sürer? (Dikkat: topun sonunda kesim yapılmaz.)

ÇÖZÜM

7 Aşağıdaki tabloda dört sayı çifti için bazı değerler verilmiş, bazıları boş bırakılmıştır:

Çift	A	B	EBOB	EKOK
1	16	24	8	48
2	18	?	6	90
3	?	35	7	140
4	21	22	?	?

- a) Tablodaki boş bırakılan değerleri bulunuz. Hangi bağıntıyı kullandığınızı yazınız.
 b) Hangi çiftte sayılar ardışıktır? Bunu EBOB ve EKOK değerlerinden nasıl anladınız?
 c) Tablodaki bütün satırlarda "EBOB sayılardan küçük ya da eşit, EKOK sayılardan büyük ya da eşit" kuralının sağlandığını kontrol ediniz.

ÇÖZÜM

- 8 Problem:** Bir kutudaki bilyeler 6'şarlı veya 9'arlı sayıldığında her defasında 4 bilye artmaktadır. Kutuda en az kaç bilye vardır?

Bir öğrenci şöyle çözmüştür:

"EKOK(6, 9) = 18'dir. Bilyeler arttığına göre 18'den 4 çıkarılır:
18 - 4 = 14 bilye."

- a) Öğrencinin hatası nedir?
b) Doğru sonucu bulunuz.
c) Öğrencinin bulduğu 14 sayısının koşulu sağlamadığını bölme yaparak gösteriniz.
d) Hangi problem tipinde sayılardan çıkarma yapılır? Bir örnekle açıklayınız.

ÇÖZÜM

- 9** Bir spor salonuna Ali 4 günde bir, Berk 6 günde bir, Can 10 günde bir antrenmana gelmektedir. Üçü de bugün salondadır.

- a) Ali ile Berk kaç günde bir birlikte antrenman yapar?
b) Berk ile Can kaç günde bir birlikte antrenman yapar?
c) Üçü birlikte kaç günde bir antrenman yapar?
d) Bugünden itibaren 365 gün içinde (bugün hariç) üçü kaç kez birlikte antrenman yapar?

ÇÖZÜM

- 10** Aşağıda sekiz sayı çifti verilmiştir:

I. (14, 42) II. (19, 20) III. ($2^3 \cdot 5$, $2 \cdot 5^2$) IV. (36, 48)
V. (100, 300) VI. (2024, 2025) VII. ($3^2 \cdot 7$, $3 \cdot 7^2$) VIII. (45, 60)

- a) Çiftleri "biri diğerinin katı", "ardışık", "üslü biçimde verilmiş" ve "genel algoritma gerekir" olmak üzere dört gruba ayırınız.
b) Her gruptan birer çift seçip EKOK ve EBOB değerlerini bulunuz.
c) Dördüncü gruptaki çiftler neden kısa yol kabul etmiyor? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11-15

- 11** A ve B birer doğal sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. " $A \cdot B = \text{EBOB}(A, B) \cdot \text{EKOK}(A, B)$ eşitliği her doğal sayı çifti için geçerlidir."
II. " $\text{EBOB}(A, B) = 1$ ise $\text{EKOK}(A, B) = A \cdot B$ 'dir."
III. " $\text{EKOK}(A, B) = A \cdot B$ ise A ve B ardışık iki doğal sayıdır."

- a) I. iddiayı bir örnekle doğrulayınız.
b) II. iddia doğru mudur? Altın bağıntıyı kullanarak gösteriniz.
c) III. iddia doğru mudur? Doğru değilse karşıt örnek veriniz ve iddiayı düzeltiniz.

ÇÖZÜM

- 12** $A = 2^4 \cdot 3^a \cdot 5$ ve $B = 2^b \cdot 3^2 \cdot 7$ sayıları için

$$\text{EBOB}(A, B) = 2^2 \cdot 3^2 \text{ ve } \text{EKOK}(A, B) = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 7$$

olduğu bilinmektedir. (a ve b birer pozitif tam sayıdır.)

- a) b değerini bulunuz.
- b) a değerini bulunuz.
- c) A ve B sayılarını hesaplayınız.
- d) $A : \text{EBOB}$ ve $B : \text{EBOB}$ bölümlerinin EBOB'u 1 midir? Gösteriniz.

ÇÖZÜM

- 13** Dikdörtgen biçimindeki bir parkın kenar uzunlukları **84 metre** ve **126 metre**'dir. Parkın çevresine, **eşit aralıklarla** ve **her köşeye birer tane gelecek** biçimde lamba dikilecektir. Belediye, **en az sayıda** lamba kullanmak istemektedir.

- Lambalar arasındaki aralık en fazla kaç metre olabilir? Gerekçelendiriniz.
- Toplam kaç lamba dikilir?
- Parkın içi de aynı aralıkla eş kare bölgelere ayrılırdı kaç kare oluşurdu?
- Belediye aralığı 21 metre seçseydi kaç lamba gerekirdi? Neden 42 metre tercih edildi?

ÇÖZÜM

- 14** A ve B birer doğal sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

- "EBOB(A, B) sayısı hem A'yı hem B'yi her zaman böler."
- "EKOK(A, B) sayısı, $A \cdot B$ çarpımından büyük olamaz."
- " $A < B$ ise $\text{EBOB}(A, B) < A$ 'dır."

- I. iddia doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
- II. iddia doğru mudur? Altın bağıntıyı kullanarak gösteriniz ve eşitliğin ne zaman sağlandığını belirtiniz.
- III. iddia doğru mudur? Doğru değilse karşıt örnek veriniz ve iddiayı düzeltiniz.

ÇÖZÜM

- 15** Bir "sayı atölyesi" etkinliğinde öğrencilerden, verilen koşulları sağlayan sayılar **üretmeleri** istenmektedir. **Dikkat:** Bazı maddelerde koşulu sağlayan sayı **bulunmayabilir**; öyleyse bunu gerekçesiyle yazınız.

- EBOB'u 12, EKOK'u 72 olan iki doğal sayı.
- İkisi de iki basamaklı, EBOB'u 5, EKOK'u 150 olan iki doğal sayı.
- EKOK'u sayılardan birine eşit olan üç farklı sayı çifti.
- İkisi de çift olan ve EBOB'u 1 olan iki doğal sayı.
- EBOB'u 8, EKOK'u 12 olan iki doğal sayı.

ÇÖZÜM