SORULAR

Aralarında Asal Sayılar

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

1. Bölüm Soru 1–5

1 Bir eşleştirme oyununda sayı çiftleri yazılı kartlar bulunmaktadır:

I. (9, 16) **II.** (14, 21) **III.** (25, 26) **IV.** (12, 35)
V. (18, 27) **VI.** (11, 44) **VII.** (8, 9) **VIII.** (15, 28)

a) Kartları aralarında asal olanlar ve olmayanlar biçiminde iki gruba ayırınız. Her çift için asal çarpanları yazınız.
b) Aralarında asal olmayan çiftlerin EBOB'larını bulunuz.
c) Aralarında asal olan çiftlerin içinde, iki sayısı da asal olan bir çift var mıdır? Sonucu yorumlayınız.

ÇÖZÜM

2 Bir okul dolabının şifresi şu kuralla belirlenmiştir: **1 ile 40 arasındaki sayılardan 20 ile aralarında asal olanlar** seçilecektir. Şekilde bu sayılar yuvarlak içine alınmıştır.

20 ile aralarında asal olan sayılar (1–40)

(1)	2	(3)	4	5	6	(7)	8	(9)	10
(11)	12	(13)	14	15	16	(17)	18	(19)	20
(21)	22	(23)	24	25	26	(27)	28	(29)	30
(31)	32	(33)	34	35	36	(37)	38	(39)	40

a) Şifreye kaç sayı girmektedir? Bu sayıları yazınız.
b) Seçilen sayıların ortak özelliği nedir? 20'yi asal çarpanlarına ayırarak açıklayınız. Sayıların birler basamağında nasıl bir düzen var?
c) Seçilen sayıların hepsi asal mıdır? Değilse asal olmayanları yazıp durumu yorumlayınız.

ÇÖZÜM

3 Bir haritada iki şehir arasındaki kuş uçuşu mesafenin, karayolu mesafesine oranı **45/60** olarak verilmiştir.

x ile y **aralarında asal** pozitif tam sayılar olmak üzere bu oran x/y biçiminde yazılacaktır.

a) x ve y değerlerini bulunuz.
b) x + y ve x · y değerlerini hesaplayınız.
c) EKOK(x, y) kaçtır?
d) 45 ile 60 sayıları kendi EBOB'larına bölündüğünde ne elde edilir? Sonucu (a) şıkkıyla karşılaştırınız.

ÇÖZÜM

4 Bir sınıfta üç iddia ortaya atılmıştır:

I. Ela: "İki sayının aralarında asal olabilmesi için **ikisinin de asal** olması gerekir."
II. Mert: "**Farklı iki asal sayı** her zaman aralarında asaldır."
III. Sude: "Bir **asal sayı** ile herhangi bir doğal sayı her zaman aralarında asaldır."

a) Ela'nın iddiası doğru mudur? Doğru değilse karşıt örnek veriniz.
b) Mert'in iddiası doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
c) Sude'nin iddiası doğru mudur? Doğru değilse karşıt örnek veriniz ve iddiayı düzeltiniz.

ÇÖZÜM

5 **Soru:** x ile y aralarında asal pozitif tam sayılardır ve x/y = 42/56'dır. x + y kaçtır?

Bir öğrenci şöyle çözmüştür:
"x/y = 42/56 verilmiş. O hâlde x = 42 ve y = 56'dır.
x + y = 42 + 56 = 98'dir."

a) Öğrencinin hatası nedir?
b) EBOB(42, 56) değerini bulunuz ve kesri en sade hâline getiriniz.
c) Doğru cevabı bulunuz.
d) Öğrencinin seçtiği x = 42 ve y = 56 değerlerinin sorudaki koşulu neden sağlamadığını gösteriniz.

ÇÖZÜM

2. Bölüm Soru 6–10

6 x ile y **aralarında asal** pozitif tam sayılardır ve **x · y = 60**'tır. (x < y kabul ediniz.)

a) Koşulu sağlayan bütün (x, y) çiftlerini bulunuz.
b) x + y en küçük kaçtır?
c) x + y en büyük kaçtır?
d) Çift sayısını, 60'ın farklı asal çarpan sayısından hesaplayarak doğrulayınız.

ÇÖZÜM

7 Aşağıdaki tabloda dört sayı çifti için EBOB ve EKOK değerleri verilmiştir:

Çift	A	B	EBOB	EK
1	9	16	1	14
2	12	18	6	3
3	7	30	1	2
4	20	24	4	12

a) Hangi çiftler aralarında asaldır? Nasıl anladığınızı yazınız.
b) Aralarında asal olan çiftlerde EKOK ile A · B arasında nasıl bir ilişki vardır? Hesaplayarak gösteriniz.
c) 2. ve 4. çiftte EKOK neden A · B'den küçüktür?
d) Her satırda A · B = EBOB · EKOK eşitliğinin sağlandığını kontrol ediniz.

ÇÖZÜM

8 Bir öğrenci şöyle bir akıl yürütme yapmıştır:

"Ardışık sayılar aralarında asaldır. 14 ile 16 ardışık çift sayılardır. O hâlde 14 ile 16 aralarında asaldır."

a) Öğrencinin akıl yürütmesindeki hata nedir?
b) 14 ile 16 gerçekten aralarında asal mıdır? Asal çarpanlarına ayırarak gösteriniz.
c) Kural hangi durumlarda geçerlidir? İkisine de birer örnek veriniz.
d) 14 sayısı ile 15, 16 ve 21 sayılarının EBOB'larını bulup karşılaştırınız.

ÇÖZÜM

9 A bir rakam olmak üzere iki basamaklı **4A** sayısı ile **12** sayısı aralarında asaldır.

a) A yerine yazılabilecek rakamları bulunuz.
b) Bu rakamların toplamı kaçtır?
c) Bulduğunuz 4A sayılarından hangileri asal sayıdır?
d) Asal olmadığı hâlde 12 ile aralarında asal olan sayı hangisidir? Bunun nasıl mümkün olduğunu açıklayınız.

ÇÖZÜM

10 Aşağıda sekiz sayı çifti verilmiştir:

I. (19, 20) **II.** (35, 37) **III.** (24, 26) **IV.** (16, 25)
V. (100, 101) **VI.** (51, 53) **VII.** (18, 20) **VIII.** (21, 40)

a) Çiftleri "ardışık doğal sayılar", "ardışık tek sayılar", "ardışık çift sayılar" ve "diğer" olmak üzere dört gruba ayırınız.
b) Hangi gruplarda aralarında asallık kesin olarak söylenebilir? Hangi grupta tek tek incelemek gerekir?
c) Aralarında asal olmayan çiftlerin EBOB'larını bulunuz.

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11–15

11 A ve B birer doğal sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. "EKOK(A, B) = A · B ise A ile B **aralarında asaldır**."
II. "A ile B aralarında asalsa **EBOB(A, B) = 1**'dir."
III. "EBOB(A, B) = 1 ise A ile B'den **en az biri asaldır**."

a) I. iddia doğru mudur? Altın bağıntıyı kullanarak gösteriniz.
b) II. iddia doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
c) III. iddia doğru mudur? Doğru değilse iki farklı karşıt örnek veriniz.

ÇÖZÜM

12 A ve B pozitif tam sayılardır. **EBOB(A, B) = 6** ve **EKOK(A, B) = 180** olduğu bilinmektedir. (A < B kabul ediniz.)

a) A · B çarpımını bulunuz.
b) A = 6a ve B = 6b yazıldığında a ile b arasında hangi koşul bulunmalıdır? a · b kaçtır?
c) Koşulu sağlayan bütün (A, B) çiftlerini bulunuz.
d) A + B en küçük kaçtır? Bulduğunuz çifti EBOB ve EKOK hesabıyla doğrulayınız.

ÇÖZÜM

13 Birbirine geçmiş iki dişli çarktan biri **24 dişli**, diğeri **35 dişlidir**. Çarkların birer dişi işaretlenmiştir ve başlangıçta bu iki işaretli diş **karşı karşıyadır**. Çarklar dönmeye başlar.

a) 24 ile 35 aralarında asal mıdır? Gösteriniz.
b) İşaretli dişlerin tekrar karşı karşıya gelmesi için kaç diş ilerlemek gerekir?
c) Bu sırada her çark kaçar tur atmış olur?
d) Dişli sayıları 24 ve 36 olsaydı buluşma ne kadar sürerdi? Sonucu (b) ile karşılaştırıp yorumlayınız.

ÇÖZÜM

14 a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. "Aralarında asal iki sayıdan **en az biri tektir**."
II. "Aralarında asal iki sayının **toplamı her zaman tektir**."
III. "a ile b aralarında asalsa, **a ile b^2** de aralarında asaldır."

a) I. iddia doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
b) II. iddia doğru mudur? Doğru değilse karşıt örnek veriniz.
c) III. iddia doğru mudur? Asal çarpanlar üzerinden gerekçelendirip bir örnek veriniz.

ÇÖZÜM

15 Bir "sayı atölyesi" etkinliğinde öğrencilerden, verilen koşulları sağlayan sayılar **üretmeleri** isteniyor. **Dikkat:** Bir maddede koşulu sağlayan sayı **bulunmayabilir**; öyleyse bunu gerekçesiyle yazınız.

a) EBOB'u 1, EKOK'u 84 olan ve ikisi de 1'den büyük iki doğal sayı.
b) 30 ile aralarında asal olan, 30'dan büyük iki basamaklı üç sayı.
c) İkisi de üç basamaklı, ikisi de bileşik ve aralarında asal olan iki sayı.
d) Toplamı 20 olan, aralarında asal iki doğal sayı.
e) İkisi de çift olan ve aralarında asal olan iki doğal sayı.

ÇÖZÜM