SORULAR

Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

1. Bölüm Soru 1–5

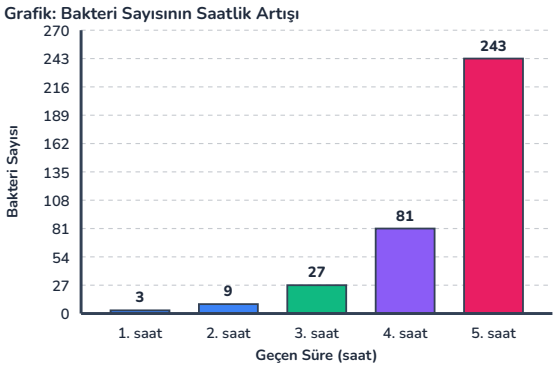
1 Aşağıdaki üslü ifadeler iki kutuya ayrılacaktır: **"Değeri pozitif"** ve **"Değeri negatif"**.

I. $(-3)^4$ **II.** -3^4 **III.** $(-3)^5$ **IV.** $-(-3)^2$ **V.** $(-1)^{50}$ **VI.** -1^{50} **VII.** $(-2)^{-2}$ **VIII.** $(-2)^{-3}$

a) Her ifadenin değerini bulup kartları iki kutuya ayırınız.
b) Değeri tam sayı olmayan (kesir çıkan) ifadeler hangileridir? Bunun sebebi nedir?
c) I. ve II. ifadelerin sonuçları neden farklıdır? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

2 Bir laboratuvarda bir bakteri kültürü her saat **3 katına** çıkmaktadır. Başlangıçta kapta **1 bakteri** vardır. Şekildeki grafik ilk beş saatteki bakteri sayısını göstermektedir.



a) Grafikteki her değeri 3'ün bir kuvveti olarak yazınız.
b) 6. saatin sonunda kapta kaç bakteri bulunur?
c) Başlangıçtaki (0. saat) bakteri sayısı hangi üslü ifadeyle gösterilir? Bu, hangi kuralla açıklanır?
d) Bakteri sayısı ilk kez hangi saatte 2000'i geçer?

ÇÖZÜM

3 Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $2^{-4} \cdot (-2)^{-4} \cdot -2^{-4}$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

b) $3^{-1} + 6^{-1}$ işleminin sonucunu bulunuz.

c) $2^{-1} - 2^{-2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

d) (b) ve (c) şıklarındaki sonuçları karşılaştırınız.

Her adımı ayrı ayrı yazarak çözünüz.

ÇÖZÜM

4 Bir sınıfta üç iddia ortaya atılmıştır:

I. Ela: "Üssü negatif olan bir ifadenin **değeri de negatiftir**."

II. Mert: "Negatif üs, sayıyı her zaman **1'den küçük** yapar."

III. Sude: "a sıfırdan farklı olmak üzere $a^{-n} = 1/a^n$ eşitliği her zaman geçerlidir."

a) Ela'nın iddiası doğru mudur? Karşıt örnek veriniz ve negatif üssün asıl etkisini açıklayınız.

b) Mert'in iddiası doğru mudur? Karşıt örnek veriniz.

c) Sude'nin iddiası doğru mudur? "Sıfırdan farklı" koşulu neden gereklidir?

ÇÖZÜM

5 Bir öğrenci defterine şunu yazmıştır:

"-3^2 işleminde eksi ile eksi birbirini götürür, sonuç +9 olur."

a) Öğrencinin hatası nedir? Açıklayınız.

b) -3^2 ifadesinin doğru değerini bulunuz.

c) Öğrencinin bulduğu +9 değeri aslında hangi ifadenin sonucudur?

d) Üs 3 olsaydı, yani -3^3 ile $(-3)^3$ karşılaştırılsaydı sonuçlar farklı olur muydu? Gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

2. Bölüm Soru 6–10

6 Aşağıdaki eşitliklerde a, b ve c birer tam sayıdır.

$$5^a = 1/125 \quad b^{-2} = 1/36 \quad (1/2)^c = 32$$

(b sayısı pozitiftir.)

a) a değerini bulunuz.

b) b değerini bulunuz.

c) c değerini bulunuz.

d) a + b + c toplamını hesaplayınız ve her sonucu yerine koyarak kontrol ediniz.

ÇÖZÜM

7 Bilgisayarlarda hafıza birimleri **2'nin kuvvetleri** kullanılarak tanımlanır. Aşağıdaki tabloda bazı birimlerin bayt (B) cinsinden karşılıkları verilmiştir.

Birim	Bayt Cinsinden
1 KB	2^{10} B
1 MB	2^{20} B
1 GB	2^{30} B

$2^{10} = 1024$ olduğu bilinmektedir.

a) 1 KB kaç bayttır? Sayı olarak yazınız.
b) 2^{20} ifadesi $2^{10} \cdot 2^{10}$ biçiminde yazılabilir. Buna göre 1 MB kaç KB'tır?
c) Bir baytın KB cinsinden değeri negatif üslü bir ifadeyle nasıl yazılır?
d) 2^{-10} ifadesinin değerini kesir olarak yazınız ve ne anlama geldiğini açıklayınız.

ÇÖZÜM

8 **Soru:** $2^{-2} + 2^{-1}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Bir öğrenci şöyle çözmüştür:
"Tabanlar aynı olduğu için üsler toplanır: $2^{-2} + 2^{-1} = 2^{(-2)+(-1)} = 2^{-3} = 1/8$"

a) Öğrencinin hatası nedir?
b) Doğru sonucu bulunuz.
c) Öğrencinin cevabı ile doğru cevabı ondalık gösterimle karşılaştırınız.
d) "Üsler toplanır" kuralı hangi işlemde geçerlidir? Bir örnekle gösteriniz.

ÇÖZÜM

9 Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.
a) $(2/3)^{-3}$
b) $(-3/4)^{-2}$
c) $(-1/5)^{-3}$
d) Bu üç sonuçtan hangisi **negatiftir?** İşareti neyin belirlediğini açıklayınız.

Her adımı ayrı ayrı yazarak çözünüz.

ÇÖZÜM

10 Aşağıdaki üslü ifadeler değerlerine göre dört gruba ayrılacaktır: **"Değeri 1"**, **"Değeri −1"**, **"Değeri kesir"** ve **"Değeri tam sayı (1 ve −1 dışında)"**.

I. $(-1)^{100}$ **II.** -1^{100} **III.** 5^{0} **IV.** -5^{0} **V.** 3^{-2} **VI.** $(-2)^{5}$ **VII.** $(1/3)^{-2}$ **VIII.** $(-4)^{-2}$

a) Her ifadenin değerini bulup dört gruba ayırınız.
b) I. ile II., III. ile IV. ifadeleri neden farklı değerler veriyor? Ortak açıklamayı yazınız.
c) VII. ifadenin değeri neden tam sayı çıktı? Tabanı kesir olmasına rağmen bu nasıl mümkün?

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11–15

11 a pozitif bir tam sayı ve n bir doğal sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. "n **tek** olduğunda $(-a)^n = -a^n$'dir."
II. "n **çift** olduğunda $(-a)^n = a^n$'dir."
III. "Her üslü ifadenin değeri, **tabanından büyüktür**."

a) I. iddia doğru mudur? Bir örnekle gösterip gerekçelendiriniz.
b) II. iddia doğru mudur? Bir örnekle gösterip gerekçelendiriniz.
c) III. iddia doğru mudur? Doğru değilse üç farklı karşıt örnek veriniz.

ÇÖZÜM

12 Aşağıdaki üslü ifadeler veriliyor:

$a = 2^{-3} \cdot b = (-2)^{-2} \cdot c = 3^{-2} \cdot d = (1/2)^{-2} \cdot e = -2^{-2}$

a) Beş ifadenin de değerini bulunuz.
b) Değerleri küçükten büyüğe sıralayınız.
c) Mutlak değerlerini küçükten büyüğe sıralayınız.
d) Mutlak değeri birbirine eşit olan iki ifade var mıdır? Varsa bunların ilişkisini açıklayınız.

ÇÖZÜM

13 Uzunluğu **300 cm** olan bir çubuk, santimetre cinsinden uzunlukları **3'ün pozitif tam sayı kuvvetlerine** eşit olan **üç parçaya** ayrılacaktır. Parçaların uzunlukları birbirine eşit olabilir. Kesim sonunda çubuktan bir parça artmaktadır.

a) 3'ün 300'den küçük olan pozitif tam sayı kuvvetlerini yazınız.
b) Artan parçanın uzunluğunun en az olması için hangi üç parça seçilmelidir?
c) Bu durumda artan parça kaç santimetredir?
d) Üç parçanın uzunlukları birbirinden farklı olmak zorunda olsaydı artan parça en az kaç santimetre olurdu?

ÇÖZÜM

14 n bir tam sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. "**0'ın her kuvveti 0'dır.**"
II. "**1'in her tam sayı kuvveti 1'dir** (negatif üsler dâhil)."
III. "$(-1)^n$ ifadesi yalnızca **1 ve −1** değerlerini alabilir."

a) I. iddia doğru mudur? Doğru değilse hangi durumda bozulduğunu gösteriniz ve iddiayı düzeltiniz.
b) II. iddia doğru mudur? Negatif bir üs için hesaplayarak gösteriniz.
c) III. iddia doğru mudur? n'nin tek, çift ve negatif olduğu durumları ayrı ayrı inceleyiniz.

ÇÖZÜM

15 Bir "sayı atölyesi" etkinliğinde öğrencilerden, verilen koşulları sağlayan **üslü ifadeler yazmaları** ve seçimlerini gerekçelendirmeleri isteniyor. Çoğu maddede birden çok doğru cevap vardır.

a) Değeri −27 olan iki farklı üslü ifade.
b) Değeri 1/16 olan ve tabanı negatif olan bir üslü ifade.
c) Değeri −1/32 olan bir üslü ifade.
d) Tabanı kesir, değeri 8 olan bir üslü ifade.
e) Hem tabanı hem üssü negatif olan ve değeri 1 olan bir üslü ifade.
f) Değeri 0 olan bir üslü ifade yazılabilir mi?

ÇÖZÜM