KONU ANLATIMI · CEVAPLI

Üslü İfadelerde İşlemler ve Sıralama

Kazanımlar: MAT.8.1.5. Üslü ifadelerle çarpma, bölme ve üssün üssünü alma işlemlerini yapabilme; üslü ifadeleri karşılaştırabilme ve sıralayabilme

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

Üssün Üssünü Alma

Üslü bir ifadenin kuvveti alınırken **taban aynen yazılır**, kuvvetlerin **çarpımı** üs olarak yazılır.

a ≠ 0 ve x ile y birer tam sayı olmak üzere:
$\mathbf{(a^x)^y = a^{x \cdot y}}$

ÖRNEK

$\mathbf{(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5} = 2^{15}}$
$\mathbf{(3^2)^{-3} = 3^{2 \cdot (-3)} = 3^{-6}}$
$\mathbf{(7^5)^2 = 7^{10}}$ · $\mathbf{(6^6)^4 = 6^{24}}$ · $\mathbf{(10^7)^2 = 10^{14}}$

Üsler negatif de olabilir; kural değişmez:
$\mathbf{(-3^{-3})^{-4}}$ → üsler çarpılır: (−3)·(−4) = 12 → $\mathbf{3^{12}}$
$\mathbf{(7^{-1})^{-8} = 7^{(-1) \cdot (-8)} = 7^8}$

NOT **Parantezin yeri burada da belirleyicidir.**

$\mathbf{(-2^3)^2}$ → içerideki -2^3 = **−8**'dir (negatif bir tam sayı). Üs **çift** olduğundan sonuç pozitiftir:
$(-8)^2 = 64 = \mathbf{2^6}$

$\mathbf{(-2^2)^3}$ → içerideki -2^2 = **−4**'tür. Üs **tek** olduğundan sonuç negatiftir:
$(-4)^3 = -64 = \mathbf{-2^6}$

Yani $\mathbf{(-2^3)^2 \neq (-2^2)^3}$'tür. Üsleri çarpmadan önce içerideki ifadenin **işaretine** karar vermek gerekir.

Tabanı asal sayıya indirgeme. Üssün üssü kuralı en çok, farklı tabanları **ortak bir asal tabana** çevirmek için kullanılır. Bu, sonraki bütün kuralların anahtarıdır.

$4^2 = (2^2)^2 = \mathbf{2^4}$ · $8^4 = (2^3)^4 = \mathbf{2^{12}}$ · $9^3 = (3^2)^3 = \mathbf{3^6}$
$25^4 = (5^2)^4 = \mathbf{5^8}$ · $27^7 = (3^3)^7 = \mathbf{3^{21}}$ · $128^3 = (2^7)^3 = \mathbf{2^{21}}$
$64^{-2} = (2^6)^{-2} = \mathbf{2^{-12}}$ · $81^{-4} = (3^4)^{-4} = \mathbf{3^{-16}}$

ÖRNEK **Bilinmeyen üs bulma.** İki taraf aynı tabana getirilir; tabanlar eşitse üsler de eşittir.

$2^x = 16 \rightarrow 16 = 2^4 \rightarrow 2^x = 2^4 \rightarrow \mathbf{x = 4}$
$3^x = 9^2 \rightarrow 9^2 = (3^2)^2 = 3^4 \rightarrow \mathbf{x = 4}$
$25^x = 125^6 \rightarrow (5^2)^x = (5^3)^6 \rightarrow 5^{2x} = 5^{18} \rightarrow 2x = 18 \rightarrow \mathbf{x = 9}$
$8^x = 128^6 \rightarrow (2^3)^x = (2^7)^6 \rightarrow 3x = 42 \rightarrow \mathbf{x = 14}$
$49^{-2} = 7^x \rightarrow (7^2)^{-2} = 7^{-4} \rightarrow \mathbf{x = -4}$

Üslü İfadelerde Çarpma

1. Tabanları aynı olanlar. Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken **üsler toplanır** ve bu toplam ortak tabanın üssü olarak yazılır.

a ≠ 0 ve x ile y birer tam sayı olmak üzere:
$\mathbf{a^x \cdot a^y = a^{x+y}}$

ÖRNEK
$\mathbf{2^2 \cdot 2^4 = 2^{(2+4)} = 2^6}$
$\mathbf{5^4 \cdot 5^{-2} = 5^{(4+(-2))} = 5^2}$
$\mathbf{2^{-4} \cdot 2^{-7} = 2^{(-4)+(-7)} = 2^{-11}}$
$\mathbf{5^{-3} \cdot 5^8 \cdot 5^{-1} = 5^{(-3)+8+(-1)} = 5^4}$

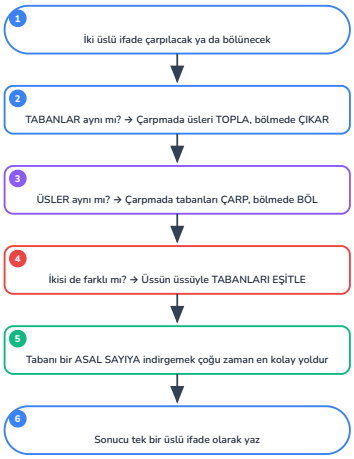
Tabanlar farklıysa önce üssün üssü kuralıyla eşitlenir:
$2^4 \cdot 4^3 = 2^4 \cdot (2^2)^3 = 2^4 \cdot 2^6 = \mathbf{2^{10}}$
$16^3 \cdot 2^5 = (2^4)^3 \cdot 2^5 = 2^{12} \cdot 2^5 = \mathbf{2^{17}}$
$9^{-2} \cdot 27^3 = (3^2)^{-2} \cdot (3^3)^3 = 3^{-4} \cdot 3^9 = \mathbf{3^5}$

2. Tabanları farklı, üsleri aynı olanlar. Bu ifadeler çarpılırken **tabanlar çarpılır** ve tabana yazılır; ortak üs üsse yazılır.

a ≠ 0, b ≠ 0 ve x bir tam sayı olmak üzere:
$\mathbf{a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x}$

ÖRNEK
$\mathbf{2^5 \cdot 3^5 = (2 \cdot 3)^5 = 6^5}$
$\mathbf{3^4 \cdot 7^4 = (3 \cdot 7)^4 = 21^4}$
$\mathbf{2^6 \cdot 5^6 = (2 \cdot 5)^6 = 10^6}$
$\mathbf{5^{-3} \cdot 7^{-3} = (5 \cdot 7)^{-3} = 35^{-3}}$
$\mathbf{3^{-10} \cdot 5^{-10} = 15^{-10}}$

Kural tersten de çalışır:
$10^{20} = (2 \cdot 5)^{20} = \mathbf{2^{20} \cdot 5^{20}} \cdot 6^{15} = \mathbf{3^{15} \cdot 2^{15}} \cdot 15^{16}$
$= \mathbf{3^{16} \cdot 5^{16}}$



Üslü ifadelerde çarpma ve bölme için hangi kuralın kullanılacağına karar verme akış şeması. Önce tabanların aynı olup olmadığına bakılır; aynıysa üsler toplanır ya da çıkarılır. Tabanlar farklı ama üsler aynıysa tabanlar çarpılır ya da bölünür. İkisi de farklıysa üssün üssü kuralıyla tabanlar eşitlenir.

NOT **Sık yapılan hata:** Tabanları farklı olan ifadelerde **üsleri toplamak**. $2^3 \cdot 3^2 \neq 6^5$'tir! Gerçek değerler: $8 \cdot 9 = 72$, oysa $6^5 = 7776$.

Üsler yalnızca **tabanlar aynıyken** toplanır; tabanlar yalnızca **üsler aynıyken** çarpılır. İkisi de sağlanmıyorsa önce bir ortak tabana indirgemek gerekir — $2^3 \cdot 3^2$ ifadesinde bu mümkün değildir, çünkü 2 ile 3 farklı asallardır.

Üslü İfadelerde Bölme

1. Tabanları aynı olanlar. Tabanları aynı olan üslü ifadelerde bölme yapılırken **payın üssünden paydanın üssü çıkarılır** ve sonuç ortak tabanın üssü olarak yazılır.

$a \neq 0$ ve x ile y birer tam sayı olmak üzere:
$\mathbf{a^x / a^y = a^{x-y}}$

ÖRNEK
$\mathbf{2^5 / 2^2 = 2^{(5-2)} = 2^3}$
$\mathbf{5^3 : 5^{-1} = 5^{(3-(-1))} = 5^4}$
$\mathbf{3^{-4} / 3^3 = 3^{(-4-3)} = 3^{-7}}$
$\mathbf{5^{-6} / 5^{-2} = 5^{(-6)-(-2)} = 5^{-4}}$
$\mathbf{4^{-8} : 4^3 = 4^{-11}}$

Tabanlar farklıysa önce eşitlenir:
$2^8 : 4^3 = 2^8 : (2^2)^3 = 2^8 : 2^6 = \mathbf{2^2}$
$16^3 / 2^8 = (2^4)^3 / 2^8 = 2^{12} / 2^8 = \mathbf{2^4}$
$27^{-4} : 3^5 = (3^3)^{-4} : 3^5 = 3^{-12} : 3^5 = \mathbf{3^{-17}}$

2. Tabanları farklı, üsleri aynı olanlar. Bu ifadelerde bölme yapılırken **tabanlar bölünür** ve sonuç tabana yazılır; ortak üs üsse yazılır.

$b \neq 0$ ve x bir tam sayı olmak üzere:
$\mathbf{a^x / b^x = (a / b)^x}$

ÖRNEK
$\mathbf{6^4 / 2^4 = (6 : 2)^4 = 3^4}$
$\mathbf{10^5 : 2^5 = (10 : 2)^5 = 5^5}$
$\mathbf{8^5 / 4^5 = (8 : 4)^5 = 2^5}$
$\mathbf{12^3 / 3^3 = 4^3 \cdot 16^7 / 4^7 = 4^7 \cdot 36^7 / 9^7 = 4^7}$
$\mathbf{14^{-2} / 7^{-2} = (14 : 7)^{-2} = 2^{-2}}$

Bazen iki kuralı birlikte kullanmak gerekir:
$12^6 / 4^3 = 12^6 / (2^2)^3 = 12^6 / 2^6 = \mathbf{6^6}$
$10^8 / 25^4 = 10^8 / (5^2)^4 = 10^8 / 5^8 = \mathbf{2^8}$

Durum	Çarpmada	Bölmede	Örnek
Tabanlar aynı	Üsler **toplanır**	Üsler **çıkarılır**	$2^2 \cdot 2^4 = 2^6$ | $2^5 / 2^2 = 2^3$
Üsler aynı	Tabanlar **çarpılır**	Tabanlar **bölünür**	$2^5 \cdot 3^5 = 6^5$ | $6^4 / 2^4 = 3^4$
İkisi de farklı	Önce **tabanları eşitle**	Önce **tabanları eşitle**	$2^4 \cdot 4^3 = 2^4 \cdot 2^6 = 2^{10}$
Üssün üssü	Üsler **çarpılır**	Üsler **çarpılır**	$(2^3)^5 = 2^{15}$

NOT **Sık yapılan hata:** Bölmede üsleri **bölmek**.
$2^8 / 2^2 \neq 2^4$'tür! Doğrusu $2^{8-2} = \mathbf{2^6}$'dır.
Kontrol: 256 / 4 = 64 = 2^6 ✓

Kısa hatırlatma: **çarpmada toplanır, bölmede çıkarılır, üssün üssünde çarpılır.**
Üsler hiçbir kuralda bölünmez.

Üslü İfadelerde Toplama ve Çıkarma

Üslü ifadeler toplanırken ya da çıkarılırken **üslerle hiçbir işlem yapılmaz**. Aynı üslü ifadeden birden çok varsa **ortak çarpan parantezine** alınır; yani kaç tane olduğu sayılır ve çarpma olarak yazılır.

ÖRNEK **$2^{11} + 2^{11} = ?$**
İki tane 2^{11} var → **$2 \cdot 2^{11}$**
$2 = 2^1$ olduğundan → $2^1 \cdot 2^{11} = \mathbf{2^{12}}$

$4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5 = ?$
Dört tane 4^5 var → $4 \cdot 4^5 = 4^1 \cdot 4^5 = \mathbf{4^6}$

$3^8 + 3^8 = ?$
İki tane 3^8 var → **$2 \cdot 3^8$**
Dikkat: 2 ile 3 farklı tabanlar olduğu için bu **daha fazla sadeleşmez**; cevap $2 \cdot 3^8$'dir.

$9^6 + 9^6 + 9^6 = ?$
Üç tane 9^6 var → $3 \cdot 9^6 = 3 \cdot (3^2)^6 = 3 \cdot 3^{12} = \mathbf{3^{13}}$
Burada sadeleşti; çünkü 3, 9'un tabanıydı.

ÖRNEK **Kesirli ifadelerde önce pay toplanır:**

$(2^5 + 2^5) / 4^2$
Pay: $2 \cdot 2^5 = \mathbf{2^6}$
Payda: $4^2 = (2^2)^2 = \mathbf{2^4}$
Bölme: $2^6 / 2^4 = \mathbf{2^2}$

$(3^6 + 3^6 + 3^6) / 27^2$
Pay: $3 \cdot 3^6 = \mathbf{3^7}$
Payda: $27^2 = (3^3)^2 = \mathbf{3^6}$
Bölme: $3^7 / 3^6 = \mathbf{3}$

$125^6 / (5^5 + 5^5 + 5^5 + 5^5 + 5^5)$
Pay: $125^6 = (5^3)^6 = \mathbf{5^{18}}$
Payda: $5 \cdot 5^5 = \mathbf{5^6}$
Bölme: $5^{18} / 5^6 = \mathbf{5^{12}}$

NOT **Sık yapılan hata:** Toplamada üsleri toplamak. **$2^{11} + 2^{11} \neq 2^{22}$**'dir!
Doğrusu $2 \cdot 2^{11} = \mathbf{2^{12}}$'dir.
Kontrol edelim: $2^{11} = 2048$; $2048 + 2048 = 4096 = 2^{12}$ ✓ (2^{22} ise 4 194 304'tür.)

Kural şu: **toplamada tekrar sayısı çarpan olur**, üs değişmez. Ancak bu çarpan, tabanla aynı asal çarpanı taşıyorsa sonuç tek bir üslü ifadeye sadeleşir.

Basamak Sayısı ve Üslü İfadelerde Sıralama

Basamak sayısı. Bir işlemin sonucunun kaç basamaklı olduğu soruluyorsa **2 ile 5'in kuvvetleri eşitlenir** ve çarpılarak **10'un kuvveti** elde edilir.

$2^x \cdot 5^x = 10^x$ olduğu için, 10^x sayısı **1'in yanında x tane sıfır** demektir ve **x + 1 basamaklıdır**.

ÖRNEK **$2^7 \cdot 5^8$ işleminin sonucu kaç basamaklıdır?**
$5^8 = 5^7 \cdot 5$ olarak ayrılır:
$2^7 \cdot 5^7 \cdot 5 = (2 \cdot 5)^7 \cdot 5 = 10^7 \cdot 5 = \mathbf{50\,000\,000}$
5'in yanında 7 sıfır → **8 basamaklıdır**

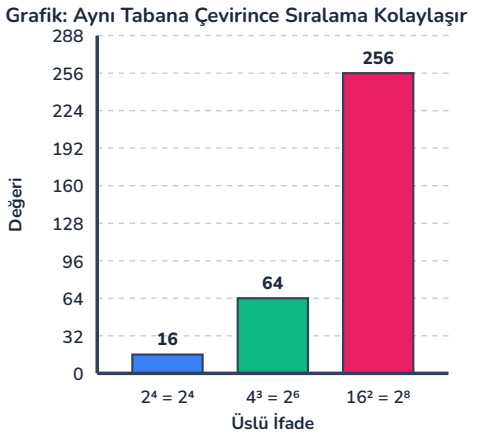
$2^{12} \cdot 5^{12} = (2 \cdot 5)^{12} = 10^{12}$
1'in yanında 12 sıfır → **13 basamaklıdır**

$16^5 \cdot 25^{10} = (2^4)^5 \cdot (5^2)^{10} = 2^{20} \cdot 5^{20} = 10^{20}$
→ **21 basamaklıdır**

$2^{11} \cdot 5^{11} = 10^{11}$ → sayının **sondan 11 basamağı sıfırdır**.

Sıralama. Üslü ifadeler sıralanırken üssün üssü kuralından yararlanılarak **tabanlar** ya da **üsler** eşitlenir; ardından karşılaştırma yapılır.

- **Tabanlar eşitlenebiliyorsa** → üssü büyük olan büyüktür.
- **Tabanlar eşitlenemiyorsa** → üsler eşitlenir; taban büyük olan büyüktür.



2^4, 4^3 ve 16^2 üslü ifadelerinin değerlerini karşılaştıran sütun grafiği: sırasıyla 16, 64 ve 256. Üçü de 2 tabanına çevrildiğinde 2^4, 2^6 ve 2^8 olur; üsleri karşılaştırmak yeterlidir.

ÖRNEK **Tabanları eşitleyerek:** 4^8, 8^5 ve 16^3 sayılarını büyükten küçüğe sıralayalım.

$4^8 = (2^2)^8 = \mathbf{2^{16}}$

$8^5 = (2^3)^5 = \mathbf{2^{15}}$

$16^3 = (2^4)^3 = \mathbf{2^{12}}$

Tabanlar eşit → üssü büyük olan büyüktür:

$2^{16} > 2^{15} > 2^{12}$ → $\mathbf{4^8 > 8^5 > 16^3}$

Üsleri eşitleyerek: 4^{30}, 9^5 ve 5^{20} sayılarını sıralayalım. Tabanlar 2, 3, 5 olduğu için eşitlenemez; üsleri 10'da eşitleyelim:

$4^{30} = (4^3)^{10} = \mathbf{64^{10}}$

$9^5 = (3^2)^5 = 3^{10} = \mathbf{3^{10}}$

$5^{20} = (5^2)^{10} = \mathbf{25^{10}}$

Üsler eşit → tabanı büyük olan büyüktür:

$64^{10} > 25^{10} > 3^{10}$ → $\mathbf{4^{30} > 5^{20} > 9^5}$

ÖRNEK **Üsleri eşitlerken EBOB kullanılır.**

2^{20}, 3^8 ve 5^{12} sayılarını sıralayalım. Tabanlar farklı asallar; eşitlenemez. Üsleri eşitleyelim:

20, 8 ve 12'nin en büyük ortak böleni **4**'tür → üsleri 4 yapalım:

$2^{20} = (2^5)^4 = \mathbf{32^4}$

$3^8 = (3^2)^4 = \mathbf{9^4}$

$5^{12} = (5^3)^4 = \mathbf{125^4}$

$9^4 < 32^4 < 125^4$ → $\mathbf{3^8 < 2^{20} < 5^{12}}$

Not: Üsleri EBOB'da eşitlemek, tabanları olabildiğince **küçük** tutar ve karşılaştırmayı kolaylaştırır.

NOT **Sık yapılan hata:** Sıralamada yalnızca **üslere** ya da yalnızca **tabanlara** bakmak. 3^{10} ile 32^2 sayılarını karşılaştıralım. "Üssü büyük olan büyüktür" denirse 3^{10} seçilir — bu doğrudur ama **şans eseri**.
Doğru yol: $32^2 = (2^5)^2 = 2^{10}$ ve 3^{10} → üsler eşit, tabanı büyük olan büyük → $3^{10} > 2^{10}$ ✓

Karşılaştırmadan önce mutlaka **tabanları ya da üsleri eşitle**; eşitlemeden yapılan tahminler çoğu zaman yanıltır.

Etkinlikler

ETKİNLİK 1 **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.**

a) D $(a^x)^y = a^{x.y}$'dir.

b) Y Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken üsler çarpılır.

c) D Tabanları aynı olan üslü ifadelerde bölme yapılırken üsler çıkarılır.

d) D $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$'tir.

e) Y $2^3 \cdot 3^2 = 6^5$'tir.

f) Y $2^{11} + 2^{11} = 2^{22}$'dir.

g) D $2^{11} + 2^{11} = 2^{12}$'dir.

h) Y $(-2^3)^2$ ile $(-2^2)^3$ aynı değeri verir.

ı) Y $2^8 / 2^2 = 2^4$'tür.

i) D $2^x \cdot 5^x = 10^x$ olduğundan 10^x sayısı x + 1 basamaklıdır.

j) Y Üslü ifadeler sıralanırken yalnızca üslere bakmak yeterlidir.

k) D $3^8 + 3^8$ ifadesi $2 \cdot 3^8$'e eşittir ve daha fazla sadeleşmez.

ETKİNLİK 2 **Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.**

İşlem	Durum	Uygulanan Kural	Sonuç
$3^5 \cdot 3^4$	Tabanlar aynı	Üsler toplanır	3^9
$7^6 / 7^2$	Tabanlar aynı	Üsler çıkarılır	7^4
$2^7 \cdot 5^7$	Üsler aynı	Tabanlar çarpılır	10^7
$15^4 / 3^4$	Üsler aynı	Tabanlar bölünür	5^4
$(5^3)^4$	Üssün üssü	Üsler çarpılır	5^{12}
$2^6 \cdot 8^2$	Tabanlar farklı	$8^2 = 2^6$, sonra üsler toplanır	2^{12}
$9^5 / 27^2$	Tabanlar farklı	$3^{10} / 3^6$, üsler çıkarılır	3^4
$4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3$	Toplama	$4 \cdot 4^3 = 4^1 \cdot 4^3$	4^4

ETKİNLİK 3 **Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını tek bir üslü ifade biçiminde yazınız.**

a) $2^5 \cdot 2^{-3}$ **Tabanlar aynı → $2^{5+(-3)} = 2^2$**

b) $(3^4)^{-2}$ **Üsler çarpılır → $3^{4.(-2)} = 3^{-8}$**

c) $5^7 / 5^{-2}$ **Üsler çıkarılır → $5^{7-(-2)} = 5^9$**

d) $4^5 \cdot 8^3$ **$(2^2)^5 \cdot (2^3)^3 = 2^{10} \cdot 2^9 = 2^{19}$**

e) $27^4 / 9^3$ **$(3^3)^4 / (3^2)^3 = 3^{12} / 3^6 = 3^6$**

f) $6^8 / 2^8$ **Üsler aynı → $(6 : 2)^8 = 3^8$**

g) $2^{-5} \cdot 3^{-5}$ **Üsler aynı → $(2 \cdot 3)^{-5} = 6^{-5}$**

h) $(2^{-3})^{-4} \cdot 2^{-10}$ **$2^{12} \cdot 2^{-10} = 2^2$**

ı) $16^{-3} : 8^{-2}$ **$(2^4)^{-3} : (2^3)^{-2} = 2^{-12} : 2^{-6} = 2^{-12-(-6)} = 2^{-6}$**

i) $(10^3 \cdot 10^{-5}) : 10^{-4}$ **$10^{-2} : 10^{-4} = 10^{-2-(-4)} = 10^2$**

ETKİNLİK 4 **Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz. Toplama olan yerlerde önce ortak çarpan parantezine alınız.**

a) $5^9 + 5^9 + 5^9 + 5^9 + 5^9$ **5 tane var → $5 \cdot 5^9 = 5^1 \cdot 5^9 = 5^{10}$**

b) $7^4 + 7^4$ **$2 \cdot 7^4$ (2 ile 7 farklı asal olduğu için daha fazla sadeleşmez)**

c) $(3^7 + 3^7 + 3^7) / 9^3$ **Pay: $3 \cdot 3^7 = 3^8$; Payda: $(3^2)^3 = 3^6$ → $3^8 / 3^6 = 3^2$**

d) $(2^9 + 2^9) / 2^4$ **Pay: $2 \cdot 2^9 = 2^{10}$ → $2^{10} / 2^4 = 2^6$**

e) $64^4 / (4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6)$ **Pay: $(2^6)^4 = 2^{24}$; Payda: $4 \cdot 4^6 = 4^7 = (2^2)^7 = 2^{14}$ → $2^{24} / 2^{14} = 2^{10}$**

f) 2^{10} sayısının yarısı kaçtır? **Yarısı demek 2'ye bölmek demektir → $2^{10} / 2 = 2^9$**

g) 9^8 sayısının üçte biri kaçtır? **$9^8 / 3 = (3^2)^8 / 3 = 3^{16} / 3^1 = 3^{15}$**

h) Bir kenar uzunluğu 16^5 br olan karenin çevresi kaç birimdir? **Çevre = $4 \cdot 16^5 = 2^2 \cdot (2^4)^5 = 2^2 \cdot 2^{20} = 2^{22}$**

ETKİNLİK 5 **Aşağıdaki soruları çözünüz. Sıralama sorularında tabanları ya da üsleri nasıl eşitlediğinizi yazınız.**

a) $2^x = 32$ ise x kaçtır? **$32 = 2^5 \rightarrow x = 5$**

b) $9^x = 81^3$ ise x kaçtır? **$(3^2)^x = (3^4)^3 \rightarrow 3^{2x} = 3^{12} \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$**

c) $2^5 \cdot 2^k = 2^{12}$ ise k kaçtır? **$5 + k = 12 \rightarrow k = 7$**

d) $4^k \cdot 8^{-3} = 2^{15}$ ise k kaçtır? **$(2^2)^k \cdot (2^3)^{-3} = 2^{15} \rightarrow 2^{2k} \cdot 2^{-9} = 2^{15} \rightarrow 2k - 9 = 15 \rightarrow 2k = 24 \rightarrow k = 12$**

e) $2^{10} \cdot 5^{10}$ işleminin sonucu kaç basamaklıdır? **$(2 \cdot 5)^{10} = 10^{10} \rightarrow$ 1'in yanında 10 sıfır → 11 basamaklı**

f) $2^9 \cdot 5^{12}$ işleminin sonucu kaç basamaklıdır? **$2^9 \cdot 5^9 \cdot 5^3 = 10^9 \cdot 125 = 125 \cdot 10^9 \rightarrow 3 + 9 = 12$ basamaklı**

g) 8^4, 4^7 ve 2^{15} sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız. **Tabanları 2'de eşitle: $8^4 = 2^{12}$, $4^7 = 2^{14}$, $2^{15} \rightarrow 2^{12} < 2^{14} < 2^{15} \rightarrow 8^4 < 4^7 < 2^{15}$**

h) 3^{12}, 5^8 ve 2^{16} sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız. **Üsleri EBOB(12, 8, 16) = 4'te eşitle: $3^{12} = 27^4$, $5^8 = 25^4$, $2^{16} = 16^4 \rightarrow 16^4 < 25^4 < 27^4 \rightarrow 2^{16} < 5^8 < 3^{12}$**

Konu Özeti

ÖZET **Üssün üssünde** taban aynen yazılır, üsler **çarpılır**: $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$. Bu kural en çok **tabanları ortak bir asal sayıya indirgemek** için kullanılır ve diğer bütün kuralların anahtarıdır. **Çarpmada:** tabanlar aynıysa üsler **toplanır** ($a^x \cdot a^y = a^{x+y}$), üsler aynıysa tabanlar **çarpılır** ($a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$). **Bölmede:** tabanlar aynıysa üsler **çıkarılır**, üsler aynıysa tabanlar **bölünür**. **Toplamada üslerle işlem yapılmaz**; kaç tane olduğu sayılıp ortak çarpan parantezine alınır ($2^{11} + 2^{11} = 2 \cdot 2^{11} = 2^{12}$). **Basamak sayısı** sorularında 2 ile 5'in üsleri eşitlenip 10'un kuvveti elde edilir. **Sıralamada** önce tabanlar, olmuyorsa üsler (EBOB'da) eşitlenir — eşitlemeden yapılan tahminler yanıltır.