SORULAR

Üslü İfadelerde İşlemler ve Sıralama

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

1. Bölüm Soru 1–5

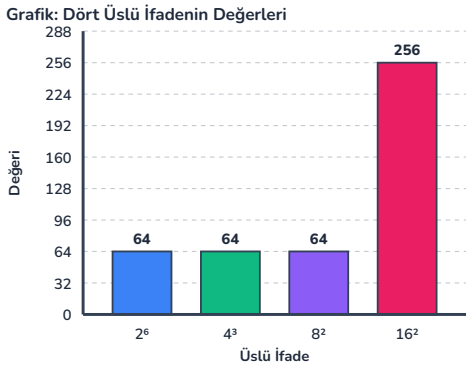
1 Aşağıdaki işlemler, çözümünde kullanılacak **kurala göre** gruplandırılacaktır.

I. $3^4 \cdot 3^7$ **II.** $2^6 \cdot 5^6$ **III.** $7^9 / 7^4$ **IV.** $12^5 / 4^5$
V. $(5^2)^6$ **VI.** $4^3 \cdot 8^2$ **VII.** $2^{10} + 2^{10}$
VIII. $9^4 / 27^2$

a) İşlemleri "tabanlar aynı", "üsler aynı", "üssün üssü", "önce tabanları eşitle" ve "toplama" gruplarına ayırınız.
b) Her işlemin sonucunu tek bir üslü ifade olarak yazınız.
c) VII. işlemi neden diğerlerinden farklı bir yolla çözülür? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

2 Şekildeki sütun grafiğinde dört üslü ifadenin değerleri gösterilmiştir.



a) Dört ifadeyi de 2 tabanına çeviriniz.
b) Grafikte hangi ifadeler birbirine eşittir? Bunu 2 tabanlı yazılışlarıyla açıklayınız.
c) En büyük değer hangi ifadeye aittir?
d) Grafiğe 32^2 ifadesi eklenseydi sütunu nereye yerleşirdi? Değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

3 Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını **tek bir üslü ifade** biçiminde yazınız.

a) $(2^5 \cdot 4^4) / 8^3$
b) $9^3 \cdot 27^{-2}$
c) $(25^4 \cdot 5^{-3}) / 125^2$
d) $6^5 / (2^5 \cdot 3^4)$

Her adımda hangi kuralı kullandığınızı yazınız.

ÇÖZÜM

4 a ve b sıfırdan farklı tam sayılar, x ve y birer tam sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. Ela: "$a^x \cdot a^y = a^{x \cdot y}$'dir."
II. Mert: "$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$'tir."
III. Sude: "$a^x + a^x = a^{x+1}$'dir."

a) Ela'nın iddiası doğru mudur? Sayısal bir karşıt örnek veriniz ve doğrusunu yazınız.
b) Mert'in iddiası doğru mudur? Bir örnekle gösteriniz.
c) Sude'nin iddiası doğru mudur? Hangi tabanda doğru, hangi tabanda yanlış olduğunu inceleyiniz.

ÇÖZÜM

5 Bir öğrenci defterine şunu yazmıştır:

"$3^{12} / 3^4$ işleminde tabanlar aynı olduğu için üsler bölünür:
$3^{12} / 3^4 = 3^{(12:4)} = 3^3$"

a) Öğrencinin hatası nedir? Doğru kuralı yazınız.
b) İşlemin doğru sonucunu bulunuz.
c) Öğrencinin yöntemini küçük sayılarla sınayarak yanlış olduğunu gösteriniz.
d) Üsler hangi işlemlerde toplanır, çıkarılır ve çarpılır? Üsler bölünür mü?

ÇÖZÜM

2. Bölüm Soru 6–10

6 Aşağıdaki eşitliklerde x birer tam sayıdır.

a) $2^x \cdot 2^5 = 2^{13}$ **b)** $3^x / 3^{-2} = 3^7$ **c)** $(4^x)^2 = 4^6$ **d)** $8^x = 32^6$

Her şıkta x değerini bulunuz ve bulduğunuz değeri yerine koyarak kontrol ediniz. Son olarak dört x değerinin toplamını hesaplayınız.

ÇÖZÜM

7 Aşağıdaki tabloda bazı işlemlerin 10'un kuvveti biçimindeki yazılışları ve basamak sayıları verilmiş, bir kısmı boş bırakılmıştır.

İşlem	10'un Kuvveti Biçimi	Basamak Sayısı
$2^8 \cdot 5^8$	10^8	9
$2^{10} \cdot 5^7$	?	?
$4^5 \cdot 25^5$	?	?
$2^6 \cdot 5^9$	?	?

a) Tablodaki boş bırakılan yerleri doldurunuz.
b) Hangi satırlarda sonuç tam olarak 10'un bir kuvveti çıkmıştır? Ortak özellikleri nedir?
c) $2^a \cdot 5^b$ ifadesinde a > b ise sonuç hangi biçimde olur?
d) $2^{15} \cdot 5^{12}$ işleminin sonucu kaç basamaklıdır?

ÇÖZÜM

8 **Soru:** $5^7 + 5^7 + 5^7 + 5^7 + 5^7$ işleminin sonucunu bulunuz.

Bir öğrenci şöyle çözmüştür:
"Beş tane 5^7 var ve tabanları aynı. O hâlde üsler toplanır:
$5^{(7+7+7+7+7)} = 5^{35}$"

a) Öğrencinin hatası nedir?
b) İşlemin doğru sonucunu bulunuz.
c) Öğrencinin yöntemini küçük sayılarla sınayarak yanlış olduğunu gösteriniz.
d) Aynı işlem $7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7$ olsaydı sonuç ne olurdu? Neden farklı?

ÇÖZÜM

9 Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını **tek bir üslü ifade** biçiminde yazınız.
a) $(4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7) / 16^3$
b) $81^5 / (3^8 + 3^8 + 3^8)$
c) $(2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) / 2^5$
d) $7^5 + 7^5$ işleminin sonucunu yazınız ve neden (a) şıkkındaki gibi sadeleşmediğini açıklayınız.

Her adımda payı ve paydayı ayrı ayrı sadeleştiriniz.

ÇÖZÜM

10 Aşağıdaki sekiz üslü ifade, **değerlerine göre** gruplandırılacaktır.

I. 2^{12} **II.** 4^{6} **III.** 8^{4} **IV.** 16^{3}
V. 2^{6} **VI.** 4^{3} **VII.** 64^{1} **VIII.** 2^{10}

a) Her ifadeyi 2 tabanına çevirerek yazınız.
b) Değeri birbirine eşit olanları gruplandırınız. Her grubun sayısal değerini yazınız.
c) Hiçbir gruba girmeyen ifade hangisidir? Değeri kaçtır?
d) Bu soru, üslü ifadeler karşılaştırılırken nelere dikkat edilmesi gerektiğini gösteriyor? Açıklayınız.

ÇÖZÜM

3. Bölüm Soru 11–15

11 a ve b sıfırdan farklı tam sayılar, x ve y birer tam sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. "$(a^{x})^{y} = (a^{y})^{x}$'tir."
II. "$a^{x} / a^{x} = 1$'dir ve bu, $a^{0} = 1$ kuralıyla tutarlıdır."
III. "$a^{x} = b^{x}$ ise a = b'dir."

a) I. iddia doğru mudur? Bir örnekle gösterip gerekçelendiriniz.
b) II. iddia doğru mudur? Bölme kuralını kullanarak gösteriniz.
c) III. iddia doğru mudur? Doğru değilse iki farklı karşıt örnek verip iddiayı düzeltiniz.

ÇÖZÜM

12 Aşağıdaki üslü ifadeleri **küçükten büyüğe** sıralayınız.
a) 8^{6}, 4^{9}, 2^{19}
b) 3^{15}, 5^{10}, 2^{20}
c) 2^{-6}, 4^{-3}, 8^{-2}
d) Hangi durumda **tabanları**, hangi durumda **üsleri** eşitlemek gerekir? Açıklayınız.

Her şıkta kullandığınız eşitleme yöntemini yazınız.

ÇÖZÜM

13 Bir veri merkezindeki bir diskin kapasitesi **2^{40} bayt**'tır. Bu diske yüklenecek her dosyanın boyutu **2^{25} bayt**'tır.

(Bilgi: 1 KB = 2^{10} bayt, 1 MB = 2^{20} bayt, 1 GB = 2^{30} bayt'tır.)

a) Diske kaç dosya sığar? Sonucu hem üslü ifade hem sayı olarak yazınız.
b) Diskin kapasitesi 4 katına çıkarılırsa kaç dosya sığar?
c) Dosya boyutu yarıya indirilirse (kapasite 2^{40} bayt iken) kaç dosya sığar?
d) Diskin kapasitesi kaç GB'tır?

ÇÖZÜM

14 a pozitif bir tam sayı, x ve y birer tam sayı olmak üzere üç iddia ortaya atılmıştır:

I. "$(-2)^6 = 2^6$'dır."
II. "$(-2^3)^2 = (-2^2)^3$'tür."
III. "$((-a)^x)^y$ ifadesinin işaretini, **x · y** çarpımının tek mi çift mi olduğu belirler."

a) I. iddia doğru mudur? Gerekçelendiriniz.
b) II. iddia doğru mudur? İki tarafı da hesaplayarak gösteriniz.
c) III. iddia doğru mudur? İki örnekle sınayıp gerekçelendiriniz.

ÇÖZÜM

15 Bir "sayı atölyesi" etkinliğinde öğrencilerden, verilen koşulları sağlayan **üslü ifadeler üretmeleri** isteniyor.
Dikkat: Bir maddede koşulu sağlayan ifade **bulunmayabilir**; öyleyse bunu gerekçesiyle yazınız.

a) Değeri 2^{12} olan, tabanı 2'den farklı üç üslü ifade.
b) Çarpımı 10^6 olan, tabanları birbirinden farklı iki üslü ifade.
c) Bölümü 3^5 olan, ikisinin de tabanı 3'ten farklı iki üslü ifade.
d) Sonucu 15 basamaklı olan, 2 ve 5'in kuvvetlerinden oluşan bir çarpma işlemi.
e) $2^x = 3^y$ eşitliğini sağlayan, sıfırdan farklı x ve y tam sayıları.

ÇÖZÜM