ÇÖZÜMLER

Ondalık Gösterimlerin Çözümlenmesi ve Bilimsel Gösterim

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

1. Bölüm Soru 1–5

1 Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) 906,304 sayısını 10'un kuvvetlerini kullanarak çözümleyiniz.
b) $7\cdot10^3 + 4\cdot10^1 + 2\cdot10^{-2}$ ifadesine karşılık gelen ondalık gösterimi yazınız.
c) 3,0y5 sayısının çözümlenmiş hâli $3\cdot10^0 + 8\cdot10^{-2} + 5\cdot10^{-3}$ ise y kaçtır?
d) (b) ve (a) şıklarındaki sayıların farkını bulunuz.

a) Rakamları basamaklarıyla eşleştirelim:
9 → yüzler → 10^2 · **0** → onlar → 10^1 · **6** → birler → 10^0
3 → onda birler → 10^{-1} · **0** → yüzde birler → 10^{-2} · **4** → binde birler → 10^{-3}

Basamak değeri 0 olan terimler yazılmayabilir:
$906{,}304 = 9\cdot10^2 + 6\cdot10^0 + 3\cdot10^{-1} + 4\cdot10^{-3}$
Kontrol: 900 + 6 + 0,3 + 0,004 = 906,304 ✓

b) Hangi basamaklar eksik? 10^3, 10^1 ve 10^{-2} var; **10^2**, **10^0** ve **10^{-1}** yok → onlara **0** yazılır.

10^3 → 7 · 10^2 → 0 · 10^1 → 4 · 10^0 → 0 · 10^{-1} → 0 · 10^{-2} → 2
Sayı: **7040,02**
Kontrol: 7000 + 40 + 0,02 = 7040,02 ✓

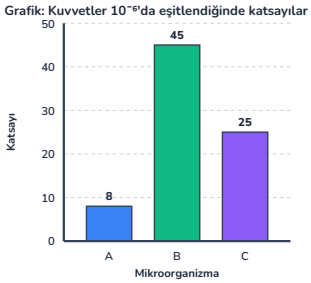
c) 3,0y5 sayısında **y**, **yüzde birler** basamağındadır; yani 10^{-2} terimine karşılık gelir.
Verilen çözümlemede 10^{-2} teriminin katsayısı **8**'dir.
y = 8 (sayı 3,085'tir)
Kontrol: 3 + 0,08 + 0,005 = 3,085 ✓

d) 7040,02 − 906,304
Basamakları hizalayalım: 7040,020 − 906,304 = **6133,716**

a) $9\cdot10^2 + 6\cdot10^0 + 3\cdot10^{-1} + 4\cdot10^{-3}$ b) 7040,02 c) y = 8 d) 6133,716

2 Üç mikroorganizmanın uzunlukları A = $8 \cdot 10^{-6}$ m, B = $0{,}45 \cdot 10^{-4}$ m ve C = $25 \cdot 10^{-6}$ m'dir.

Aşağıdaki grafikte bu uzunlukların 10'un kuvvetleri **10^{-6}**'da eşitlendiğinde ortaya çıkan katsayıları verilmiştir.



a) Grafikteki katsayıların nasıl bulunduğunu B için gösteriniz.
b) Üç uzunluğu büyükten küçüğe sıralayınız.
c) Her birinin bilimsel gösterimini yazınız.

a) B'nin katsayısı nasıl bulundu?
B = $0{,}45 \cdot 10^{-4}$ m. Bunu 10^{-6} ile yazmak istiyoruz.

Üs −4'ten −6'ya gidecek, yani **2 azalacak**. Üs azalırsa katsayı **büyümelidir**; virgülü **2 basamak sağa** kaydıralım:
0,45 → 4,5 → **45**

B = $45 \cdot 10^{-6}$ m ✓ Grafikteki 45 değeri budur.

Diğerleri zaten 10^{-6}'lıdır: A = $8 \cdot 10^{-6}$ (katsayı 8), C = $25 \cdot 10^{-6}$ (katsayı 25).

b) Sıralama. Üç sayının da 10'un kuvveti aynı olduğundan yalnızca katsayılara bakmak yeterlidir:
45 > 25 > 8
B > C > A

Grafikteki sütun yükseklikleri de aynı sıralamayı gösteriyor ✓

c) Bilimsel gösterimler. Katsayı 1 ile 10 arasında olmalıdır.

A = $8 \cdot 10^{-6}$ m → katsayı 8; $1 \le 8 < 10$ ✓ zaten bilimsel gösterimdir.

B = $45 \cdot 10^{-6}$ → katsayı 45 çok büyük. Virgül 1 sola → 4,5; üs 1 artar → −5
B = $4{,}5 \cdot 10^{-5}$ m

C = $25 \cdot 10^{-6}$ → virgül 1 sola → 2,5; üs 1 artar → −5
C = $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ m

Kontrol: Bilimsel gösterimlerle de sıralayalım: B = $4{,}5 \cdot 10^{-5}$, C = $2{,}5 \cdot 10^{-5}$, A = $8 \cdot 10^{-6}$. B ile C'nin üsleri eşit → 4,5 > 2,5. A'nın üssü daha küçük ve ikisi de bilimsel gösterimde → A en küçük. **B > C > A** ✓

a) $0{,}45 \cdot 10^{-4}$ → virgül 2 sağa, üs 2 azalır → $45 \cdot 10^{-6}$ b) B > C > A c) $8 \cdot 10^{-6}$, $4{,}5 \cdot 10^{-5}$, $2{,}5 \cdot 10^{-5}$

3 Ayşe, $6\cdot10^{2} + 4\cdot10^{-1} + 3\cdot10^{-3}$ ifadesine karşılık gelen sayıyı şöyle bulmuştur:

> **1. adım: Katsayılar sırasıyla 6, 4 ve 3'tür.**
> **2. adım: Bu rakamları soldan sağa yan yana yazayım: 6 4 3**
> **3. adım: Virgül, negatif üslü terimlerden önce gelir.**
> **4. adım: Sayı 6,43'tür.**

a) Ayşe'nin hatası nedir? Açıklayınız.
b) İfadenin doğru karşılığını bulunuz.
c) Doğru sonucu yeniden çözümleyerek cevabınızı kontrol ediniz.

a) Hata: Eksik basamakları atlamak.

Ayşe katsayıları yan yana dizmiş, ama **hangi basamakta** olduklarına bakmamıştır. Çözümlemede 10^{2}, 10^{-1} ve 10^{-3} terimleri vardır; $\mathbf{10^{1}}$, $\mathbf{10^{0}}$ ve $\mathbf{10^{-2}}$ terimleri **yoktur**.

Bir terimin yazılmaması, o basamağın yok olduğu anlamına gelmez; **o basamaktaki rakamın 0 olduğu** anlamına gelir. Ayşe bu üç sıfırı atlayınca sayı bambaşka bir sayıya dönüşmüştür.

b) Doğru çözüm. En büyük üsten en küçüğe kadar bütün basamakları yazalım:

$10^{2} \rightarrow \mathbf{6}$
$10^{1} \rightarrow \mathbf{0}$ (terim yok)
$10^{0} \rightarrow \mathbf{0}$ (terim yok)
$10^{-1} \rightarrow \mathbf{4}$
$10^{-2} \rightarrow \mathbf{0}$ (terim yok)
$10^{-3} \rightarrow \mathbf{3}$

Virgül, 10^{0} ile 10^{-1} arasına konur:
600,403

Toplama ile de doğrulayalım: $6\cdot100 + 4\cdot0{,}1 + 3\cdot0{,}001 = 600 + 0{,}4 + 0{,}003 = \mathbf{600{,}403}$ ✓

c) Geri çözümleme kontrolü.
$600{,}403 = 6\cdot10^{2} + 0\cdot10^{1} + 0\cdot10^{0} + 4\cdot10^{-1} + 0\cdot10^{-2} + 3\cdot10^{-3}$
Sıfırlı terimleri atarsak: $\mathbf{6\cdot10^{2} + 4\cdot10^{-1} + 3\cdot10^{-3}}$ ✓ Başladığımız ifadeye döndük.

Ayşe'nin bulduğu 6,43 sayısını çözümleseydik $6\cdot10^{0} + 4\cdot10^{-1} + 3\cdot10^{-2}$ çıkardı; bu da verilen ifadeden tamamen farklıdır.

a) Terimi olmayan basamaklara 0 yazmamak b) 600,403 c) Geri çözümleme başlangıçtaki ifadeyi veriyor

4 Aşağıdaki eşitliklerde boş bırakılan yerleri doldurunuz.

a) $7{,}3\cdot10^{6} = \ldots\ldots\cdot10^{4}$
b) $0{,}0052\cdot10^{5} = 5{,}2\cdot10^{\ldots\ldots}$
c) $64\cdot10^{-8} = 6{,}4\cdot10^{\ldots\ldots}$
d) $0{,}9\cdot10^{x} = 9\cdot10^{-5}$ **eşitliğinde x kaçtır?**

a) Üs **6**'dan **4**'e düştü; üs **2 azaldı**.
Üs azalınca katsayı **büyümelidir** → virgülü **2 basamak sağa**:
7,3 → 73 → **730**

$7{,}3\cdot10^{6} = 730\cdot10^{4}$
Kontrol: $7{,}3\cdot10^{6}$ = 7 300 000 ve $730\cdot10^{4}$ = 7 300 000 ✓

b) Katsayı **0,0052**'den **5,2**'ye çıktı. Virgül kaç basamak kaydı?
0,0052 → 0,052 → 0,52 → 5,2 → **3 basamak sağa**

Katsayı büyüdü → üs **3 azalır**: 5 − 3 = **2**
$0{,}0052\cdot10^{5} = 5{,}2\cdot10^{2}$
Kontrol: 0,0052·100 000 = 520 ve 5,2·100 = 520 ✓

c) Katsayı **64**'ten **6,4**'e düştü; virgül **1 basamak sola** kaydı.
Katsayı küçüldü → üs **1 artar**: −8 + 1 = **−7**
$64\cdot10^{-8} = 6{,}4\cdot10^{-7}$
Kontrol: $64\cdot10^{-8}$ = 0,00000064 ve $6{,}4\cdot10^{-7}$ = 0,00000064 ✓

d) Sol taraftan sağ tarafa geçerken katsayı **0,9**'dan **9**'a çıktı; virgül **1 basamak sağa** kaydı.

Katsayı büyüdüğüne göre üs **1 azalmalıdır**. Sağdaki üs −5 olduğuna göre soldaki üs 1 **fazla** olmalıdır:
x − 1 = −5 → **x = −4**

Kontrol: $0{,}9\cdot10^{-4}$ = 0,00009 ve $9\cdot10^{-5}$ = 0,00009 ✓

Dikkat: Negatif üslerde "1 azalmak" −4'ten −5'e gitmektir. İşaretlere bakıp ters yöne sapmamak için her zaman sayı doğrusunu düşün.

a) 730 b) 2 c) −7 d) x = −4

5 Aşağıdaki ifadeler veriliyor.

I. $5{,}04 \cdot 10^{-3}$
II. $0{,}72 \cdot 10^{8}$
III. 10^{6}
IV. $10 \cdot 10^{-4}$
V. $9{,}99 \cdot 10^{12}$
VI. $123 \cdot 10^{-5}$

a) Bu ifadeleri bilimsel gösterim olanlar ve olmayanlar diye ikiye ayırınız.
b) Bilimsel gösterim olmayanların doğru hâlini yazınız.
c) III. ifadenin neden bilimsel gösterim sayıldığını açıklayınız.

Ölçüt: Bilimsel gösterimde katsayı **$1 \le |a| < 10$** aralığında, üs ise **tam sayı** olmalıdır.

a) Sınıflandırma

Bilimsel gösterim olanlar: I, III, V
I → katsayı 5,04; $1 \le 5{,}04 < 10$ ✓
III → katsayısı görünmüyor ama 1'dir ✓
V → katsayı 9,99; 10'a çok yakın ama ondan küçük ✓

Bilimsel gösterim olmayanlar: II, IV, VI
II → katsayı 0,72; **1'den küçük** ×
IV → katsayı 10; **tam 10 olamaz** ×
VI → katsayı 123; **10'dan büyük** ×

b) Doğru hâlleri

II. $0{,}72 \cdot 10^{8}$ → katsayıyı büyütmek için virgül **1 sağa**: 0,72 → 7,2; üs **1 azalır**: 8 − 1 = 7
$= 7{,}2 \cdot 10^{7}$

IV. $10 \cdot 10^{-4}$ → katsayıyı küçültmek için virgül **1 sola**: 10 → 1; üs **1 artar**: −4 + 1 = −3
$= 1 \cdot 10^{-3}$

VI. $123 \cdot 10^{-5}$ → virgül **2 sola**: 123 → 1,23; üs **2 artar**: −5 + 2 = −3
$= 1{,}23 \cdot 10^{-3}$

c) III. ifade neden bilimsel gösterimdir?

10^{6} ifadesinde katsayı yazılmamıştır; ancak bir sayının önünde katsayı görünmüyorsa o katsayı **1**'dir:
$10^{6} =$ **$1 \cdot 10^{6}$**

Katsayı 1 olduğuna göre $1 \le 1 < 10$ koşulu sağlanır. Buradaki kritik nokta, koşulun sol tarafındaki **eşitliğin dâhil** olmasıdır: katsayı **tam 1 olabilir**, ama **tam 10 olamaz**. IV. ifadenin elenme sebebi de tam olarak budur.

a) Olanlar: I, III, V — Olmayanlar: II, IV, VI b) $7{,}2 \cdot 10^{7}$; $1 \cdot 10^{-3}$; $1{,}23 \cdot 10^{-3}$ c) $10^{6} = 1 \cdot 10^{6}$ ve katsayı 1 olabilir

2. Bölüm Soru 6–10

6 Bir öğrenci şöyle diyor:

> *"10'un kuvvetleriyle yazılmış iki pozitif sayıdan üssü daha büyük olan, her zaman daha büyüktür."*

a) Bu iddia doğru mudur? Bir karşıt örnek veriniz.
b) İddia hangi durumda doğru olur? Koşulu yazınız.
c) (b)'deki koşulun neden yeterli olduğunu açıklayınız.

a) İddia YANLIŞTIR.

Karşıt örnek:
$A = 2 \cdot 10^5 \cdot B = 90 \cdot 10^4$

A'nın üssü **5**, B'nin üssü **4**'tür; yani A'nın üssü daha büyüktür. İddiaya göre A > B olmalıdır. Kontrol edelim:
$A = 2 \cdot 100\,000 =$ **200 000**
$B = 90 \cdot 10\,000 =$ **900 000**

900 000 > 200 000 olduğundan **B > A**'dır. Üssü küçük olan sayı daha büyük çıktı; iddia çürütüldü.

Sebebi: Bir sayının değerini yalnızca üs değil, **katsayı ile üs birlikte** belirler. Katsayı serbest bırakılırsa 10'un kuvveti istediği kadar büyük olsun, katsayı bunu telafi edebilir.

b) İddianın doğru olduğu durum:
Her iki sayı da **bilimsel gösterimle** yazılmışsa (yani katsayılar $1 \le a < 10$ aralığındaysa) iddia **doğrudur**.

Örnek: $2 \cdot 10^5$ ile $9 \cdot 10^4$ → üssü büyük olan $2 \cdot 10^5 = 200\,000$, diğeri 90 000 → gerçekten büyük ✓

c) Neden yeterli?

$a \cdot 10^n$ ve $b \cdot 10^m$ iki bilimsel gösterim ve n, m'den **en az 1 büyük** olsun.

Katsayılar için $1 \le a$ ve $b < 10$ olduğunu biliyoruz. Küçük üslü sayıyı en büyük hâliyle düşünelim:
$b \cdot 10^m < 10 \cdot 10^m =$ **$1 \cdot 10^{m+1}$**

Büyük üslü sayıyı ise en küçük hâliyle düşünelim:
$a \cdot 10^n \ge 1 \cdot 10^n \ge$ **$1 \cdot 10^{m+1}$** (çünkü $n \ge m + 1$)

İkisini birleştirelim:
$b \cdot 10^m < 1 \cdot 10^{m+1} \le a \cdot 10^n$

Yani **$b \cdot 10^m$ her zaman $a \cdot 10^n$'den küçüktür**. Katsayılar ne olursa olsun bu sonuç değişmez; çünkü bilimsel gösterimde katsayı **hiçbir zaman 10'a ulaşamaz**. İddiayı ayakta tutan şey işte bu üst sınırdır.

Sonuç: Bilimsel gösterimde üs, sayının büyüklüğünü tek başına belirler. Bilimsel gösterim dışında ise önce kuvvetleri eşitlemek şarttır.

devamı →

6 *(çözümün devamı)*

a) Yanlış; $2\cdot10^5 = 200\,000$ ama $90\cdot10^4 = 900\,000$ b) Her iki sayı da bilimsel gösterimdeyse doğru c) Katsayı 10'a ulaşamadığı için

---

7 Aşağıdaki sayılar veriliyor.

$K = 0{,}0000903 \cdot L = 48\,300\,000\,000 \cdot M = 0{,}0075\cdot10^{-3}$

a) K sayısının bilimsel gösterimini yazınız.
b) L sayısının bilimsel gösterimini yazınız.
c) M sayısının bilimsel gösterimini yazınız.
d) Üç sayıyı küçükten büyüğe sıralayınız.

a) K = 0,0000903
Sıfır olmayan ilk rakam **9**'dur; virgülü onun hemen arkasına taşıyalım: **9,03**
Virgül kaç basamak sağa kaydı?
0,0000903 → 0,000903 → 0,00903 → 0,0903 → 0,903 → 9,03 → **5 basamak**
Sağa kaydı → üs **5 azalır**: 0 − 5 = −5
$K = 9{,}03\cdot10^{-5}$ (1 ≤ 9,03 < 10 ✓)

b) L = 48 300 000 000
Katsayıyı 1 ile 10 arasına getirelim: **4,83**
Virgül kaç basamak sola kaydı? 48 300 000 000 sayısında virgül en sağdadır; 4,83'e gelmek için **10 basamak** sola kaydırdık.
Sola kaydı → üs **10 artar**: 0 + 10 = 10
$L = 4{,}83\cdot10^{10}$ (1 ≤ 4,83 < 10 ✓)

c) $M = 0{,}0075\cdot10^{-3}$
Katsayı 0,0075 < 1 olduğundan bu bir bilimsel gösterim değildir.
Katsayıyı büyütmek için virgülü **3 basamak sağa** kaydıralım: 0,0075 → 7,5
Katsayı büyüdü → üs **3 azalır**: −3 − 3 = −6
$M = 7{,}5\cdot10^{-6}$
Kontrol: $0{,}0075\cdot10^{-3} = 0{,}0000075$ ve $7{,}5\cdot10^{-6} = 0{,}0000075$ ✓

d) Sıralama. Üçü de artık bilimsel gösterimde olduğundan yalnızca **üslere** bakmak yeterlidir (soru 6'da gerekçesini görmüştük):

K → üs **−5** · L → üs **10** · M → üs **−6**

Üsleri sıralayalım: −6 < −5 < 10
M < K < L

Kontrol (açık yazımla):
M = 0,0000075 · K = 0,0000903 · L = 48 300 000 000 ✓ Sıralama doğru.

a) $9{,}03\cdot10^{-5}$ b) $4{,}83\cdot10^{10}$ c) $7{,}5\cdot10^{-6}$ d) M < K < L

8 Bir video dosyasının boyutu **$4{,}5\cdot10^9$** bayttır. Bu dosya, saniyede **$1{,}5\cdot10^7$** bayt aktaran bir bağlantıyla indirilecektir.

(1 GB = 10^9 bayttır.)

a) Dosyanın boyutu kaç GB'dir?
b) İndirme kaç saniye sürer?
c) Bu süre kaç dakikadır?
d) Kullanıcı bu dosyaya ek olarak $9\cdot10^8$ baytlık bir dosya daha indirirse toplam kaç bayt indirmiş olur? Bilimsel gösterimle yazınız.

a) Bayttan GB'ye. 1 GB = 10^9 bayt olduğuna göre dosyanın içinde kaç tane 10^9 bayt olduğunu bulmalıyız.

$4{,}5\cdot10^9$ bayt = $(4{,}5\cdot10^9) : 10^9$ = **4,5 GB**

Katsayı zaten 10^9'un kaç katı olduğumuzu söylüyordu; bu yüzden cevap doğrudan katsayıdır.

b) Süre. Süre = toplam boyut : saniyedeki aktarım
Süre = $(4{,}5\cdot10^9) : (1{,}5\cdot10^7)$

Katsayılar kendi arasında, 10'un kuvvetleri kendi arasında bölünür:
$4{,}5 : 1{,}5$ = **3**
$10^9 : 10^7 = 10^{9-7}$ = **10^2**

Süre = $3\cdot10^2$ = **300 saniye**

c) Dakikaya çevirelim. 1 dakika = 60 saniye
300 : 60 = **5 dakika**

d) Toplam boyut. Toplama yapabilmek için önce **10'un kuvvetlerini eşitlemeliyiz**.

$4{,}5\cdot10^9$ → 10^8 ile yazalım: üs 1 azalacak → katsayı 1 basamak büyür → **$45\cdot10^8$**
$9\cdot10^8$ → zaten uygun

Artık katsayılar toplanabilir:
$(45 + 9)\cdot10^8$ = **$54\cdot10^8$**

Bu bir bilimsel gösterim değildir ($54 \geq 10$). Düzeltelim: virgül 1 sola → 5,4; üs 1 artar → 9
Toplam = $5{,}4\cdot10^9$ bayt

Kontrol: 4 500 000 000 + 900 000 000 = 5 400 000 000 ✓ (= 5,4 GB)

a) 4,5 GB b) 300 saniye c) 5 dakika d) $5{,}4\cdot10^9$ bayt

9 Mert iki sayının bilimsel gösterimini aşağıdaki gibi yazmıştır:

Sayı	Mert'in Yazdığı
0,00061	$6{,}1 \cdot 10^{4}$
52 000	$5{,}2 \cdot 10^{3}$

a) Birinci satırdaki hata nedir? Doğrusunu yazınız.
b) İkinci satırdaki hata nedir? Doğrusunu yazınız.
c) Bu iki hatayı bir daha yapmamak için kullanılabilecek bir kontrol yöntemi öneriniz.

a) Hata: Üssün yönü ters.

0,00061 sayısında katsayıyı 6,1 yapmak için virgül **sağa** kaydırılır. Katsayı büyüdüğüne göre üs **azalmalıdır**; Mert ise üssü **arttırmıştır**.

Doğru hesap: 0,00061 → 0,0061 → 0,061 → 0,61 → 6,1 → **4 basamak sağa**
Üs 4 azalır: 0 − 4 = **−4**
$0{,}00061 = 6{,}1 \cdot 10^{-4}$

Mert'in yazdığı $6{,}1 \cdot 10^{4}$ = 61 000'dir; oysa sayı 1'den bile küçüktü. Aradaki fark 100 milyon kattan fazladır.

Genel kural: 1'den **küçük** sayıların bilimsel gösteriminde üs **daima negatiftir**; 1'den büyük sayılarda ise pozitiftir. Mert bu işaret kontrolünü yapsaydı hatayı hemen görürdü.

b) Hata: Basamak sayısını eksik saymak.

52 000 sayısında virgül en sağdadır: 52 000**,**
Katsayıyı 5,2 yapmak için virgülü kaç basamak sola kaydırmalıyız?
52 000 → 5200 → 520 → 52 → 5,2 → **4 basamak**

Mert 3 basamak saymış. Üs 4 artmalıydı:
$52\,000 = 5{,}2 \cdot 10^{4}$

Mert'in yazdığı $5{,}2 \cdot 10^{3}$ = 5200'dür; gerçek sayının **onda biri** kadardır.

c) Kontrol yöntemi: Geri çevirip karşılaştır.

Bulunan bilimsel gösterimi **açık yazıma geri döndürüp** başlangıçtaki sayıyla karşılaştırmak, her iki hatayı da anında yakalar:

$6{,}1 \cdot 10^{4} = 61\,000 \neq 0{,}00061$ ×
$6{,}1 \cdot 10^{-4} = 0{,}00061$ ✓
$5{,}2 \cdot 10^{3} = 5200 \neq 52\,000$ ×
$5{,}2 \cdot 10^{4} = 52\,000$ ✓

Daha hızlı bir ön kontrol de şudur: **Sayı 1'den büyük mü küçük mü?** Büyükse üs pozitif, küçükse negatif olmalıdır. Bu tek soru, (a) şıkkındaki hatayı hesap yapmadan yakalar.

a) Üs ters işaretli; doğrusu $6{,}1 \cdot 10^{-4}$ b) Basamak eksik sayılmış; doğrusu $5{,}2 \cdot 10^{4}$ c) Sonucu açık yazıma geri çevirip karşılaştırmak

10 Aşağıdaki sayılar veriliyor.

I. $3{,}2\cdot10^{-2}$
II. $7{,}5\cdot10^{2}$
III. $0{,}04\cdot10^{5}$
IV. $8\cdot10^{-1}$
V. $950\cdot10^{-1}$
VI. $1{,}2\cdot10^{4}$

Bu sayıları 1'den küçük olanlar, 1 ile 1000 arasında olanlar ve 1000'den büyük olanlar diye üç gruba ayırıp her birinin ondalık gösterimini yazınız.

Yöntem: Her ifadede 10'un kuvvetini açarak sayıyı normal hâline getirelim.

I. $3{,}2\cdot10^{-2}$ → virgül 2 basamak sola → **0,032**
II. $7{,}5\cdot10^{2}$ → virgül 2 basamak sağa → **750**
III. $0{,}04\cdot10^{5}$ → virgül 5 basamak sağa → **4000**
IV. $8\cdot10^{-1}$ → virgül 1 basamak sola → **0,8**
V. $950\cdot10^{-1}$ → virgül 1 basamak sola → **95**
VI. $1{,}2\cdot10^{4}$ → virgül 4 basamak sağa → **12 000**

Gruplandırma

1'den küçük olanlar: I ve IV
I = 0,032 · IV = 0,8

1 ile 1000 arasında olanlar: II ve V
II = 750 · V = 95

1000'den büyük olanlar: III ve VI
III = 4000 · VI = 12 000

Dikkat edilmesi gereken iki ifade:

III. Üssü 5 olmasına rağmen katsayısı çok küçük (0,04) olduğu için sayı yalnızca 4000'dir. Buna karşılık **VI**'nın üssü daha küçük (4) ama katsayısı büyük olduğundan sayı 12 000 çıkar. **Üs tek başına büyüklüğü belirlemez** — soru 6'daki karşıt örneğin bir benzeri.

V. Üs negatif olduğu için sayının 1'den küçük olacağı sanılabilir; oysa katsayı 950 gibi büyük bir sayı olduğundan sonuç 95'tir. **Negatif üs, sayının küçük olduğunu garanti etmez**; ancak **bilimsel gösterimde** bunu garanti eder.

1'den küçük: I (0,032), IV (0,8) · 1–1000 arası: II (750), V (95) · 1000'den büyük: III (4000), VI (12 000)

3. Bölüm Soru 11–15

11 Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını **bilimsel gösterimle** yazınız.

a) $3{,}4\cdot10^{-3} + 8{,}2\cdot10^{-4}$
b) $5{,}6\cdot10^{6} - 7\cdot10^{5}$
c) $(2{,}5\cdot10^{3}) \cdot (4\cdot10^{-7})$
d) (a) şıkkında kuvvetleri 10^{-4}'te eşitledik. 10^{-3}'te eşitleseydik sonuç değişir miydi? Gösteriniz.

a) Toplama — önce kuvvetleri eşitle.

Kuvvetleri **10^{-4}**'te eşitleyelim.
$3{,}4\cdot10^{-3}$ → üs 1 azalacak → katsayı 1 basamak büyür → **$34\cdot10^{-4}$**
$8{,}2\cdot10^{-4}$ → zaten uygun

Katsayıları toplayalım:
$(34 + 8{,}2)\cdot10^{-4}$ = **$42{,}2\cdot10^{-4}$**

Katsayı 42,2 ≥ 10 olduğundan bilimsel gösterim değil. Virgül 1 sola → 4,22; üs 1 artar → −3
= $4{,}22\cdot10^{-3}$

Kontrol: 0,0034 + 0,00082 = 0,00422 ✓

b) Çıkarma — yine kuvvetleri eşitle.

Kuvvetleri **10^{5}**'te eşitleyelim.
$5{,}6\cdot10^{6}$ → üs 1 azalacak → katsayı 1 basamak büyür → **$56\cdot10^{5}$**
$7\cdot10^{5}$ → zaten uygun

$(56 - 7)\cdot10^{5}$ = **$49\cdot10^{5}$**

Katsayı 49 ≥ 10 → virgül 1 sola → 4,9; üs 1 artar → 6
= $4{,}9\cdot10^{6}$

Kontrol: 5 600 000 − 700 000 = 4 900 000 ✓

c) Çarpma — kuvvet EŞİTLENMEZ.

Çarpmada katsayılar çarpılır, üsler toplanır:
$(2{,}5 \cdot 4)\cdot10^{3 + (-7)}$ = **$10\cdot10^{-4}$**

Katsayı tam 10 olduğundan bu bilimsel gösterim **değildir**. Virgül 1 sola → 1; üs 1 artar → −3
= $1\cdot10^{-3}$

Kontrol: 2500 · 0,0000004 = 0,001 ✓

d) Ortak kuvvet seçimi sonucu değiştirir mi?

Aynı toplamı bu kez **10^{-3}**'te eşitleyelim.
$3{,}4\cdot10^{-3}$ → zaten uygun
$8{,}2\cdot10^{-4}$ → üs 1 artacak → katsayı 1 basamak küçülür → **$0{,}82\cdot10^{-3}$**

$(3{,}4 + 0{,}82)\cdot10^{-3}$ = **$4{,}22\cdot10^{-3}$**

Sonuç değişmedi ✓ Üstelik bu kez katsayı doğrudan 1 ile 10 arasında çıktığı için düzeltme adımına bile gerek kalmadı.

devamı →

11 *(çözümün devamı)*

Neden değişmez? Ortak kuvveti seçmek, sayının **değerini** değil yalnızca **yazılışını** değiştirir. İki sayı da aynı biçimde yeniden yazıldığı için toplamları aynı kalır. Seçim yalnızca **işlem kolaylığını** etkiler: genellikle **büyük olan** sayının kuvvetini ortak kuvvet seçmek, sonucu doğrudan bilimsel gösterimde verir.

a) $4{,}22\cdot10^{-3}$ b) $4{,}9\cdot10^{6}$ c) $1\cdot10^{-3}$ d) Değişmez; yine $4{,}22\cdot10^{-3}$

---

12 Aşağıdaki iddia veriliyor:

> *"Bir sayı 10'un kuvvetleriyle sonsuz farklı biçimde yazılabilir; ama o sayının bilimsel gösterimi tektir."*

a) İddianın birinci kısmını 1000 sayısı üzerinde gösteriniz.
b) İddianın ikinci kısmını gerekçelendiriniz.
c) 0 sayısının bilimsel gösterimi var mıdır? Gerekçelendiriniz.

a) 1000 sayısının farklı yazılışları.

$1000 = 1\cdot10^{3} = 10\cdot10^{2} = 100\cdot10^{1} = 1000\cdot10^{0}$
$1000 = 0{,}1\cdot10^{4} = 0{,}01\cdot10^{5} = 0{,}001\cdot10^{6} = \ldots$

Virgülü istediğimiz kadar sağa ya da sola kaydırıp üssü ters yönde aynı miktarda değiştirebiliriz. Kaydırma miktarı için bir üst sınır olmadığından bu yazılışlar **sonsuz** tanedir ✓

b) Bilimsel gösterim neden tektir?

Bilimsel gösterimde katsayı **$1 \le a < 10$** aralığında olmak zorundadır. Bu aralığın genişliği tam olarak **bir basamaktır**.

1000 için doğru katsayıyı bulalım: yukarıdaki listede $1 \le a < 10$ koşulunu sağlayan tek katsayı **1**'dir → **$1000 = 1\cdot10^{3}$**

Şimdi bundan sapmayı deneyelim:
- Virgülü **bir basamak sağa** kaydırırsak katsayı 10 olur → $10 \ge 10$ × aralığın dışına çıkar.
- Virgülü **bir basamak sola** kaydırırsak katsayı 0,1 olur → $0{,}1 < 1$ × yine dışarı çıkar.

Yani katsayıyı **en küçük adımla** bile değiştirsek koşul bozuluyor. Aralık tam bir basamak genişliğinde olduğu için, her sayı için koşulu sağlayan **tek bir** katsayı ve ona karşılık gelen **tek bir** üs vardır.

Sonuç: Sonsuz yazılış içinden bilimsel gösterim koşulunu sağlayan **yalnızca bir tanesi** vardır. Bilimsel gösterimin bilimde ortak dil olmasının sebebi de budur: aynı ölçüyü herkes aynı biçimde yazar.

c) 0 sayısının bilimsel gösterimi YOKTUR.

0 sayısını $a\cdot10^{n}$ biçiminde yazmaya çalışalım. Bir çarpımın 0 olabilmesi için çarpanlardan birinin 0 olması gerekir.

devamı →

12 *(çözümün devamı)*

10^n ifadesi **hiçbir n değeri için 0 olamaz** (10'un kuvvetleri daima pozitiftir). Öyleyse zorunlu olarak **a = 0** olmalıdır.

Ancak bilimsel gösterim **1 ≤ |a|** koşulunu şart koşar; a = 0 bu koşulu sağlamaz.

Öyleyse 0 sayısını bilimsel gösterimle yazmak **mümkün değildir**. Zaten bilimsel gösterimin amacı çok büyük ve çok küçük sayıları kısaltmaktır; 0 sayısının böyle bir kısaltmaya ihtiyacı yoktur.

a) $1\cdot10^3 = 10\cdot10^2 = 0{,}1\cdot10^4 = \ldots$ sonsuz b) $1 \le a < 10$ aralığı tam bir basamak geniştir
c) Yoktur; a = 0 olmak zorunda kalır

13 Bir kırmızı kan hücresinin çapı **$7{,}5\cdot10^{-6}$** metredir.

1 mikrometre = 10^{-6} m · 1 nanometre = 10^{-9} m · 1 km = 10^3 m

a) Çap kaç mikrometredir?
b) Çap kaç nanometredir? Bilimsel gösterimle yazınız.
c) $2\cdot10^6$ tane kan hücresi uç uca dizilirse uzunluk kaç metre olur?
d) (c)'de bulduğunuz uzunluk kaç kilometredir? Bilimsel gösterimle yazınız.

a) Mikrometreye çevirme.
1 mikrometre = 10^{-6} m'dir. Çap da tam olarak 10^{-6} ile yazılmış durumdadır:
$7{,}5\cdot10^{-6}$ m = 7,5 · (10^{-6} m) = 7,5 · (1 mikrometre)
Çap = 7,5 mikrometredir.

b) Nanometreye çevirme.
1 nanometre = 10^{-9} m. Çapı **10^{-9}** ile yazmalıyız.

Üs −6'dan −9'a gidecek, yani **3 azalacak**. Üs azalırsa katsayı **3 basamak büyür**:
7,5 → 75 → 750 → **7500**

$7{,}5\cdot10^{-6}$ m = **$7500\cdot10^{-9}$ m** → **7500 nanometre**

Bilimsel gösterimle: $7500 = 7{,}5\cdot10^3$ → **$7{,}5\cdot10^3$ nanometre**

Mantık kontrolü: Nanometre, mikrometreden 1000 kat küçük bir birimdir. Bu yüzden aynı uzunluğu nanometre cinsinden yazınca sayının 1000 kat **büyümesi** beklenir: 7,5 → 7500 ✓

c) Toplam uzunluk.
Uzunluk = hücre sayısı × bir hücrenin çapı
= $(2\cdot10^6)\cdot(7{,}5\cdot10^{-6})$

Katsayılar çarpılır, üsler toplanır:
= $(2\cdot7{,}5)\cdot10^{6+(-6)} = 15\cdot10^0 = 15\cdot1$
= 15 metre

devamı →

13 *(çözümün devamı)*

d) Kilometreye çevirme.
1 km = 10^3 m olduğuna göre 1 m = 10^{-3} km'dir.
15 m = $15 \cdot 10^{-3}$ km

Katsayı 15 ≥ 10 olduğundan düzeltelim: virgül 1 sola → 1,5; üs 1 artar → −2
= $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ km

Kontrol: $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ = 0,015 km = 15 m ✓

Sonucun anlamı: Gözle görülemeyecek kadar küçük 2 milyon hücre uç uca dizildiğinde yalnızca 15 metre eder — yaklaşık beş katlı bir binanın yüksekliği kadar. Bilimsel gösterim, bu tür karşılaştırmaları birkaç satırda yapmayı mümkün kılar.

a) 7,5 mikrometre b) $7{,}5 \cdot 10^3$ nanometre c) 15 metre d) $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ km

14 Bir öğrenci şöyle diyor:

> *"Bilimsel gösterimle yazılmış iki sayıyı çarparsam sonuç da her zaman bilimsel gösterim olur; çünkü katsayıları çarpar, üsleri toplarım."*

a) Bu iddia doğru mudur? Bir karşıt örnek veriniz.
b) İddianın doğru olduğu bir örnek veriniz.
c) İki katsayının çarpımı hangi aralıkta olabilir? Belirleyiniz.
d) (c)'ye dayanarak, düzeltme gerektiğinde üssün en fazla kaç değişeceğini söyleyiniz.

a) İddia YANLIŞTIR.

Karşıt örnek: A = $5 \cdot 10^3$ ve B = $4 \cdot 10^2$ alalım. İkisi de bilimsel gösterimdir (1 ≤ 5 < 10 ve 1 ≤ 4 < 10).

A · B = $(5 \cdot 4) \cdot 10^{3+2}$ = **$20 \cdot 10^5$**

Katsayı 20 ≥ 10 olduğundan sonuç bilimsel gösterim **değildir**. Düzeltelim: virgül 1 sola → 2; üs 1 artar → 6
A · B = $2 \cdot 10^6$

Kontrol: 5000 · 400 = 2 000 000 ✓

b) İddianın doğru olduğu bir örnek.

C = $2 \cdot 10^3$ ve D = $3 \cdot 10^2$ alalım.
C · D = $(2 \cdot 3) \cdot 10^{3+2}$ = **$6 \cdot 10^5$**

Katsayı 6 olduğundan 1 ≤ 6 < 10 ✓ Sonuç doğrudan bilimsel gösterimdir; düzeltme gerekmedi.

Demek ki iddia bazen doğru, bazen yanlıştır. "Her zaman" ifadesi onu yanlış yapan şeydir; belirleyici olan **katsayıların çarpımıdır**.

c) Katsayıların çarpımı hangi aralıkta olabilir?

devamı →

14 *(çözümün devamı)*

İki katsayı a ve b olsun. Bilimsel gösterim koşulu:
$1 \le a < 10$ ve $1 \le b < 10$

En küçük değer: a ve b'nin ikisi de en küçük değerini, yani 1'i alırsa:
$a \cdot b = 1 \cdot 1 = \mathbf{1}$

En büyük değer: İkisi de 10'a yaklaşırsa (ama ona ulaşamaz):
$a \cdot b$, $10 \cdot 10 = 100$'e yaklaşır ama **100'e ulaşamaz**.

Öyleyse çarpım için: $\mathbf{1 \le a \cdot b < 100}$

d) Üs en fazla ne kadar değişir?

(c)'deki aralığı ikiye ayıralım:

Durum 1: $1 \le a \cdot b < 10$ → katsayı zaten uygundur, **düzeltme gerekmez**, üs değişmez. ((b) şıkkındaki örnek böyleydi.)

Durum 2: $10 \le a \cdot b < 100$ → katsayı iki basamaklıdır. Virgülü **yalnızca 1 basamak** sola kaydırmak onu 1 ile 10 arasına getirmeye yeter; üs de **1 artar**. ((a) şıkkındaki örnek böyleydi: $20 \cdot 10^5 \to 2 \cdot 10^6$.)

Sonuç: Bilimsel gösterimdeki iki sayının çarpımında üs, üslerin toplamından **en fazla 1 fazla** olabilir. Çarpım 100'e ulaşamadığı için iki basamaklık bir kaydırma **hiçbir zaman gerekmez**.

a) Yanlış; $(5 \cdot 10^3) \cdot (4 \cdot 10^2) = 20 \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^6$ b) $(2 \cdot 10^3) \cdot (3 \cdot 10^2) = 6 \cdot 10^5$ c) $1 \le a \cdot b < 100$ d) Üs en fazla 1 artar

15 Aşağıdaki kartlar veriliyor.

Katsayı kartları: $0{,}45 \cdot 6{,}3 \cdot 72$
Kuvvet kartları: $10^{-5} \cdot 10^{3} \cdot 10^{8}$

Her katsayı kartı bir kuvvet kartıyla eşleştirilerek üç sayı oluşturulacaktır. Her kart yalnızca **bir kez** kullanılabilir.

a) Katsayı kartlarından hangileri tek başına bilimsel gösterime uygundur? Neden?
b) Kartları sırasıyla $0{,}45$—10^8, $6{,}3$—10^3, 72—10^{-5} biçiminde eşleştirip üç sayının bilimsel gösterimini yazınız.
c) (b)'deki üç sayıyı büyükten küçüğe sıralayınız.
d) Oluşabilecek en büyük sayıyı veren eşleştirmeyi kurup bu sayıyı bilimsel gösterimle yazınız.

a) Hangi katsayı uygundur?
Koşul: $1 \le a < 10$

0,45 → 1'den küçük ×
6,3 → $1 \le 6{,}3 < 10$ ✓
72 → 10'dan büyük ×

devamı →

15 *(çözümün devamı)*

Yalnızca **6,3** uygundur. Bu kart hangi kuvvetle eşleşirse eşleşsin, oluşan sayı **doğrudan** bilimsel gösterim olur; diğer iki kartta ise mutlaka bir düzeltme adımı gerekir.

b) Verilen eşleştirme.

1. sayı: $0{,}45\cdot10^{8}$
Katsayı 1'den küçük → virgül **1 sağa**: 0,45 → 4,5; üs **1 azalır**: 8 − 1 = 7
= $4{,}5\cdot10^{7}$

2. sayı: $6{,}3\cdot10^{3}$
Katsayı zaten uygun → **= $6{,}3\cdot10^{3}$** (düzeltme yok)

3. sayı: $72\cdot10^{-5}$
Katsayı 10'dan büyük → virgül **1 sola**: 72 → 7,2; üs **1 artar**: −5 + 1 = −4
= $7{,}2\cdot10^{-4}$

c) Sıralama. Üçü de bilimsel gösterimde olduğundan yalnızca üslere bakmak yeterlidir: 7 > 3 > −4

$4{,}5\cdot10^{7} > 6{,}3\cdot10^{3} > 7{,}2\cdot10^{-4}$

Kontrol: 45 000 000 > 6300 > 0,00072 ✓

d) En büyük sayıyı kurma.

Bir sayıyı büyütmek için hem **katsayının** hem **üssün** büyük olması gerekir. Kartlar arasında en büyük kuvvet **10^{8}**, en büyük katsayı ise **72**'dir. Bu ikisini eşleştirelim:

$72\cdot10^{8}$

Bilimsel gösterime çevirelim: virgül 1 sola → 7,2; üs 1 artar → 9
= $7{,}2\cdot10^{9}$ (= 7 200 000 000)

Neden başka bir eşleştirme daha büyük olamaz? 10^{8} kartı başka bir katsayıya verilseydi en fazla $6{,}3\cdot10^{8}$ elde edilirdi; bu ise $7{,}2\cdot10^{9}$'un onda birinden bile azdır. Kalan iki kartın eşleştirilme biçimi ise sonucu etkilemez.

Bu durumda kalan kartlar: 6,3—10^{3} ve 0,45—10^{-5} (= $4{,}5\cdot10^{-6}$) ya da 0,45—10^{3} (= $4{,}5\cdot10^{2}$) ve 6,3—10^{-5}. Her iki durumda da en büyük sayı **$7{,}2\cdot10^{9}$** olarak kalır.

a) Yalnız 6,3 b) $4{,}5\cdot10^{7}$; $6{,}3\cdot10^{3}$; $7{,}2\cdot10^{-4}$ c) $4{,}5\cdot10^{7} > 6{,}3\cdot10^{3} > 7{,}2\cdot10^{-4}$ d) 72 ile 10^{8} → $7{,}2\cdot10^{9}$