KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Ondalık Gösterimlerin Çözümlenmesi ve Bilimsel Gösterim

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 — Çözümleme ve çözümlemeden sayıya dönüş

a) 407,08 sayısını 10'un kuvvetlerini kullanarak çözümleyiniz.
b) $5\cdot10^2 + 3\cdot10^0 + 8\cdot10^{-2}$ ifadesine karşılık gelen ondalık gösterimi yazınız.
c) 6,2x4 sayısının çözümlenmiş hâli $6\cdot10^0 + 2\cdot10^{-1} + 5\cdot10^{-2} + 4\cdot10^{-3}$ olduğuna göre x kaçtır?
d) (a) ve (b) şıklarındaki sayıların **toplamını** bulunuz.

1 a) Basamakları belirle

407,08 sayısının rakamlarını basamaklarıyla eşleştirelim:

4 → yüzler → 10^2

0 → onlar → 10^1

7 → birler → 10^0

0 → onda birler → 10^{-1}

8 → yüzde birler → 10^{-2}

Tam çözümleme:

$407{,}08 = 4\cdot10^2 + 0\cdot10^1 + 7\cdot10^0 + 0\cdot10^{-1} + 8\cdot10^{-2}$

Basamak değeri 0 olan terimler yazılmayabilir:

$$\mathbf{407{,}08 = 4\cdot10^2 + 7\cdot10^0 + 8\cdot10^{-2}}$$

Kontrol: 400 + 7 + 0,08 = 407,08 ✓

2 b) Eksik basamaklara 0 yaz

$5\cdot10^2 + 3\cdot10^0 + 8\cdot10^{-2}$

Hangi basamakların eksik olduğuna bakalım: 10^2, 10^0 ve 10^{-2} var; $\mathbf{10^1}$ ve $\mathbf{10^{-1}}$ **yok**. Bu basamaklara **0** yazılır.

Basamakları büyükten küçüğe dizelim:

$10^2 \to 5 \cdot 10^1 \to \mathbf{0} \cdot 10^0 \to 3 \cdot 10^{-1} \to \mathbf{0} \cdot 10^{-2} \to 8$

Sayı: **503,08**

Kontrol: 500 + 3 + 0,08 = 503,08 ✓

Sık yapılan hata: Bu ifadeyi "538" ya da "53,8" diye okumak. Eksik üsler atlanmamalıdır.

3 c) Basamağı eşleştir

6,2x4 sayısında rakamların basamakları:

6 → birler → 10^0

2 → onda birler → 10^{-1}

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Çözümleme ve çözümlemeden sayıya dönüş** (devam)

x → yüzde birler → 10^{-2}

4 → binde birler → 10^{-3}

Verilen çözümlemede **10^{-2}** teriminin katsayısı **5**'tir.

x = 5

Kontrol: 6,254 = 6 + 0,2 + 0,05 + 0,004 ✓

4 **d) İki sayıyı topla**

(a) şıkkındaki sayı **407,08**, (b) şıkkındaki sayı **503,08**'dir.

Alt alta toplayalım:

407,08 + 503,08 = **910,16**

Sonucu da çözümleyelim:

$910{,}16 = 9\cdot10^{2} + 1\cdot10^{1} + 1\cdot10^{-1} + 6\cdot10^{-2}$

(Birler basamağı 0 olduğu için 10^{0} terimi yazılmadı.)

Sonuç: a) $4\cdot10^{2} + 7\cdot10^{0} + 8\cdot10^{-2}$ b) 503,08 c) x = 5 d) 910,16

Dikkat: Çözümlemeden sayıya dönerken en büyük üsten en küçüğe kadar hiçbir basamağı atlama; eksik olanlara 0 yaz.

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Virgül kaydırma ve üs değişimi**

Aşağıdaki eşitliklerde boş bırakılan yerleri doldurunuz.

a) $4{,}52\cdot10^{5} = \ldots\ldots\cdot10^{3}$

b) $0{,}0007\cdot10^{4} = 7\cdot10^{\cdots\cdots}$

c) $3200\cdot10^{-6} = \ldots\ldots\cdot10^{-3}$

d) $9{,}87\cdot10^{4} = 98{,}7\cdot10^{x}$ eşitliğinde x kaçtır?

1 **a) Üs azaldı → virgül sağa**

Üs **5**'ten **3**'e düştü; yani üs **2 azaldı**.

Üs azalınca katsayı **büyümelidir**. Katsayıyı büyütmek için virgülü **2 basamak sağa** kaydırırız:

4,52 → 45,2 → **452**

$4{,}52\cdot10^{5} = 452\cdot10^{3}$

Kontrol: $4{,}52\cdot10^{5}$ = 452 000 ve $452\cdot10^{3}$ = 452 000 ✓

2 **b) Katsayı büyüdü → üs azalır**

Katsayı **0,0007**'den **7**'ye çıktı. Virgül kaç basamak kaydı?

0,0007 → 0,007 → 0,07 → 0,7 → 7 → **4 basamak sağa**

Katsayı büyüdüğüne göre üs **4 azalmalıdır**:

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Virgül kaydırma ve üs değişimi** (devam)

4 − 4 = **0**

$0{,}0007 \cdot 10^4 = 7 \cdot 10^0$

Kontrol: $0{,}0007 \cdot 10\,000 = 7$ ve $7 \cdot 10^0 = 7 \cdot 1 = 7$ ✓

3 **c) Üs arttı → virgül sola**

Üs **−6**'dan **−3**'e çıktı. Dikkat: −6'dan −3'e gitmek üssün **3 artması** demektir (−6 + 3 = −3).

Üs artınca katsayı **küçülmelidir**. Katsayıyı küçültmek için virgülü **3 basamak sola** kaydırırız:

3200 → 320 → 32 → **3,2**

$3200 \cdot 10^{-6} = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$

Kontrol: $3200 \cdot 10^{-6} = 3200/1\,000\,000 = 0{,}0032$ ve $3{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}0032$ ✓

Not: Bulduğumuz $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ aynı zamanda bu sayının **bilimsel gösterimidir**; çünkü $1 \leq 3{,}2 < 10$.

4 **d) Negatif üslerde de kural aynı**

$9{,}87 \cdot 10^4 = 98{,}7 \cdot 10^x$

Katsayı **9,87**'den **98,7**'ye çıktı; virgül **1 basamak sağa** kaydı, yani katsayı **10 kat büyüdü**.

Eşitliğin bozulmaması için 10'un kuvveti **10 kat küçülmelidir**; üs **1 azalır**:

x = 4 − 1 = **3**

Kontrol: $9{,}87 \cdot 10^4 = 98\,700$ ve $98{,}7 \cdot 10^3 = 98\,700$ ✓

Kuralın özeti: Katsayı ile üs her zaman **zıt yönde** hareket eder. Biri büyürse diğeri küçülür.

Sonuç: a) 452 b) 0 c) 3,2 d) x = 3

Dikkat: Virgülü kaç basamak kaydırdıysan üssü o kadar değiştir — ama ters yönde: sağa kaydırdıysan azalt, sola kaydırdıysan arttır.

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Bilimsel gösterime çevirme**

Aşağıdaki sayıların bilimsel gösterimlerini yazınız.
a) 62 500 000
b) 0,00000408
c) $0{,}45 \cdot 10^{7}$
d) $780 \cdot 10^{-9}$

1 a) Büyük sayı — virgül sola

62 500 000 sayısında virgül, en sağda gizlidir: 62 500 000**,**0

Katsayıyı 1 ile 10 arasına getirmek için virgülü ilk rakamdan hemen sonraya taşıyalım:
6**,**25

Virgülü kaç basamak sola kaydırdık? 62 500 000 → 6,25 → **7 basamak**
Sola kaydırdık → üs **7 artar** (0 + 7 = 7)

$62\,500\,000 = 6{,}25 \cdot 10^{7}$

Kontrol: 1 ≤ 6,25 < 10 ✓ Bilimsel gösterim.

2 b) Küçük sayı — virgül sağa

0,00000408

Katsayıyı 1 ile 10 arasına getirelim. Sıfır olmayan ilk rakam **4**'tür; virgülü onun hemen arkasına taşıyalım:
4**,**08

Virgülü kaç basamak sağa kaydırdık?
0,00000408 → 0,0000408 → 0,000408 → 0,00408 → 0,0408 → 0,408 → 4,08 → **6 basamak**

Sağa kaydırdık → üs **6 azalır** (0 − 6 = −6)

$0{,}00000408 = 4{,}08 \cdot 10^{-6}$

Kontrol: 1 ≤ 4,08 < 10 ✓

Pratik ipucu: Küçük sayılarda üs, virgülden sonra sıfır olmayan ilk rakama kadar sayılan basamak sayısının **negatifidir**. Burada 4 rakamı 6. basamaktadır → üs −6.

3 c) Katsayı 1'den küçük

$0{,}45 \cdot 10^{7}$ ifadesi bilimsel gösterim **değildir**; çünkü katsayı 0,45 < 1'dir.

Katsayıyı büyütmek için virgülü **1 basamak sağa** kaydıralım:
0,45 → **4,5**
Katsayı büyüdü → üs **1 azalır**: 7 − 1 = **6**

$0{,}45 \cdot 10^{7} = 4{,}5 \cdot 10^{6}$

Kontrol: 0,45·10 000 000 = 4 500 000 ve $4{,}5 \cdot 10^{6} = 4\,500\,000$ ✓

4 d) Katsayı 10'dan büyük

$780 \cdot 10^{-9}$ ifadesi bilimsel gösterim **değildir**; çünkü katsayı 780 ≥ 10'dur.

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Bilimsel gösterime çevirme** (devam)

Katsayıyı küçültmek için virgülü **2 basamak sola** kaydıralım:

780 → 78 → **7,8**

Katsayı küçüldü → üs **2 artar**: −9 + 2 = **−7**

$780 \cdot 10^{-9} = 7{,}8 \cdot 10^{-7}$

Kontrol: $780 \cdot 10^{-9} = 0{,}00000078$ ve $7{,}8 \cdot 10^{-7} = 0{,}00000078$ ✓

Dikkat: Negatif üste "artmak", sayı doğrusunda sağa gitmektir: −9 + 2 = −7. İşaretine bakıp "küçüldü" demek yaygın bir hatadır.

Sonuç: a) $6{,}25 \cdot 10^{7}$ b) $4{,}08 \cdot 10^{-6}$ c) $4{,}5 \cdot 10^{6}$ d) $7{,}8 \cdot 10^{-7}$

Dikkat: Önce katsayıyı $1 \le |a| < 10$ aralığına getir, sonra virgülün kaydığı basamak kadar üssü ters yönde değiştir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Sıralama ve birim dönüşümü**

a) $A = 3 \cdot 10^{8}$, $B = 45 \cdot 10^{7}$ ve $C = 0{,}6 \cdot 10^{9}$ sayılarını büyükten küçüğe sıralayınız.
b) Bu üç sayıdan hangisi bilimsel gösterim biçimindedir?
c) Bir virüsün çapı $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ m'dir. 1 nanometre = 10^{-9} m olduğuna göre bu virüsün çapı kaç nanometredir?
d) 20 000 · 750 000 işleminin sonucunu bilimsel gösterimle yazınız.

1 **a) Kuvvetleri eşitle**

Üç sayıyı da **10^{7}** ile yazalım.

$A = 3 \cdot 10^{8}$ → üs 1 azalacak, virgül 1 sağa → **$30 \cdot 10^{7}$**

$B =$ **$45 \cdot 10^{7}$** (zaten uygun)

$C = 0{,}6 \cdot 10^{9}$ → üs 2 azalacak, virgül 2 sağa → **$60 \cdot 10^{7}$**

Artık kuvvetler aynı; yalnızca katsayılara bakalım:

60 > 45 > 30

C > B > A

Kontrol (açık yazımla): A = 300 000 000, B = 450 000 000, C = 600 000 000 ✓

2 **b) Bilimsel gösterim koşulunu uygula**

Bilimsel gösterimde katsayı **$1 \le |a| < 10$** olmalıdır.

$A = 3 \cdot 10^{8}$ → katsayı 3 · $1 \le 3 < 10$ ✓ → **bilimsel gösterimdir**

$B = 45 \cdot 10^{7}$ → katsayı $45 \ge 10$ × → değildir (doğrusu $4{,}5 \cdot 10^{8}$)

$C = 0{,}6 \cdot 10^{9}$ → katsayı $0{,}6 < 1$ × → değildir (doğrusu $6 \cdot 10^{8}$)

Yalnızca **A** bilimsel gösterim biçimindedir.

Bütün sayıları bilimsel gösterimle yazarsak sıralama daha da kolaylaşır:

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Sıralama ve birim dönüşümü** (devam)

A = $3\cdot10^{8}$, B = $4{,}5\cdot10^{8}$, C = $6\cdot10^{8}$ → üsler eşit → 6 > 4,5 > 3 → **C > B > A** ✓

3 **c) Birim dönüşümü**

1 nanometre = 10^{-9} m'dir. Virüsün çapı ise $1{,}2\cdot10^{-7}$ m.

"Kaç nanometre?" sorusu, $1{,}2\cdot10^{-7}$ m'nin içinde kaç tane 10^{-9} m olduğunu sorar.

Çapı **10^{-9}** ile yazalım: üs −7'den −9'a gidecek, yani **2 azalacak** → katsayı **2 basamak büyür**:

1,2 → 12 → **120**

$1{,}2\cdot10^{-7}$ m = **$120\cdot10^{-9}$ m**

10^{-9} m = 1 nanometre olduğuna göre:

Çap = 120 nanometredir.

Mantık kontrolü: Nanometre metreden çok daha küçük bir birim olduğu için sayının **büyümesi** beklenir. 120 > 1,2 ✓ Makul.

4 **d) Çarpma ve son düzeltme**

Önce iki sayıyı 10'un kuvvetleriyle yazalım:

20 000 = **$2\cdot10^{4}$**

750 000 = **$7{,}5\cdot10^{5}$**

Çarpmada **katsayılar çarpılır, üsler toplanır**:

$(2\cdot10^{4})\cdot(7{,}5\cdot10^{5}) = (2\cdot7{,}5)\cdot10^{4+5}$ = **$15\cdot10^{9}$**

Bu doğru bir sonuçtur ama **bilimsel gösterim değildir**; çünkü 15 ≥ 10.

Katsayıyı düzeltelim: virgül 1 sola → 1,5; üs 1 artar → 10

$15\cdot10^{9} = 1{,}5\cdot10^{10}$

Kontrol: 20 000 · 750 000 = 15 000 000 000 ve $1{,}5\cdot10^{10}$ = 15 000 000 000 ✓

Sonuç: a) C > B > A b) Yalnız A c) 120 nanometre d) $1{,}5\cdot10^{10}$

Dikkat: Çarpmada üsleri topladıktan sonra katsayıya mutlaka bir kez daha bak; çoğu zaman son bir düzeltme gerekir.