KONU ANLATIMLI SORU ÇÖZÜMLERİ

Ondalık İfadelerin Karekökleri ve Gerçek Sayılar

© Buse Hoca · Matematik Sınıfım (busehoca.com). Bu belge **CC BY-NC 4.0** lisanslıdır: ticari olmayan amaçlarla, kaynak gösterilerek çoğaltılabilir ve paylaşılabilir.

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 — Ondalık ifadelerin kareköklerileyle işlem

Aşağıdaki kareköklerı bulunuz ve son şıkta verilen işlemi yapınız.
a) √0,09
b) √1,21
c) √0,0025
d) √0,09 + √1,21 − √0,0025

1 a) √0,09

Önce ondalık ifadeyi kesre çevirelim. Virgülden sonra **iki** basamak var; payda **100** olur:

0,09 = **9/100**

Payın ve paydanın karekökünü ayrı ayrı alalım:

√(9/100) = √9 / √100 = **3/10**

Ondalık gösterime çevirelim: **0,3**

Kontrol: 0,3 · 0,3 = 0,09 ✓

2 b) √1,21

1,21 sayısında virgülden sonra iki basamak var:

1,21 = **121/100**

√(121/100) = √121 / √100 = **11/10** = **1,1**

Kontrol: 1,1 · 1,1 = 1,21 ✓

Not: Sayı 1'den büyük olduğu için karekökü de 1'den büyük çıktı. Bu her zaman böyledir: 1'den büyük sayıların karekökü 1'den büyük, 1'den küçük pozitif sayıların karekökü ise **kendisinden büyük** ama 1'den küçüktür.

3 c) √0,0025

0,0025 sayısında virgülden sonra **dört** basamak var; payda **10 000** olur:

0,0025 = **25/10 000**

√(25/10 000) = √25 / √10 000 = **5/100** = **0,05**

Kontrol: 0,05 · 0,05 = 0,0025 ✓

Örüntü: Dört basamaklı bir ondalık ifadenin karekökü **iki** basamaklı çıktı. Basamak sayısı yarıya indi.

4 d) Üç sonucu işleme sokalım

Bulduğumuz değerleri yerine yazalım:

0,3 + 1,1 − 0,05

İşlem önceliği gereği soldan sağa gidelim:

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 1 **Ondalık ifadelerin kareköklerıyle işlem** (devam)

0,3 + 1,1 = **1,4**

1,4 − 0,05 = **1,35**

Çıkarmayı basamak basamak yapalım:

1,40 − 0,05 = **1,35** (basamakları eşitlemek için 1,4 = 1,40 yazıldı)

Sonuç: 1,35

Uyarı: Bu işlem **karekök içinde** yapılamaz. √0,09 + √1,21 ifadesi √1,30 değildir; karekök toplama üzerine dağılmaz. Her karekök ayrı ayrı bulunup sonra toplanmalıdır.

Kontrol edelim: √1,30 ≈ 1,14 iken doğru sonuç 1,4'tür ✓

Sonuç: a) 0,3 b) 1,1 c) 0,05 d) 1,35

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Alandan kenara ve çevreye**

Alanı **2,56 br²** olan kare biçiminde bir bölge veriliyor.
a) Bölgenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.
b) Bölgenin çevresini bulunuz.
c) Alanı 4 katına çıkarılırsa yeni kenar uzunluğu kaç br olur?
d) Yeni çevre kaç br'dir?

1 **a) Kenar uzunluğu**

Karede **alan = kenar · kenar** olduğuna göre **kenar = √alan**'dır.

Kenar = √2,56

Ondalık ifadeyi kesre çevirelim (virgülden sonra iki basamak):

2,56 = **256/100**

√(256/100) = √256 / √100 = **16/10** = **1,6 br**

Kontrol: 1,6 · 1,6 = 2,56 ✓

2 **b) Çevre**

Karenin çevresi bir kenarın **4 katıdır**:

Çevre = 4 · 1,6 = **6,4 br**

Uyarı: Karekök sana yalnız **kenarı** verir. Çevreyi bulmak için ayrıca 4 ile çarpmak gerekir; bu adımı atlamak bu konudaki en yaygın hatadır.

3 **c) Alan 4 katına çıkarsa**

Yeni alan: 2,56 · 4 = **10,24 br²**

Yeni kenar = √10,24

Kesre çevirelim:

10,24 = **1024/100**

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 2 **Alandan kenara ve çevreye** (devam)

√(1024/100) = √1024 / √100 = **32/10** = **3,2 br**

Kontrol: 3,2 · 3,2 = 10,24 ✓

Gözlem: Alan 4 katına çıktı, kenar **2 katına** çıktı (1,6 → 3,2).

Neden? Alan kenarın kendisiyle çarpımıdır. Kenar 2 katına çıkarsa alan 2 · 2 = 4 katına çıkar. Tersinden bakarsak, alan 4 katına çıkınca kenar 2 katına çıkar.

4 d) Yeni çevre

Yeni çevre = 4 · 3,2 = **12,8 br**

Kontrol: Eski çevre 6,4 br idi; yeni çevre 12,8 br, yani tam **2 katı** ✓

Genel kural: Karede alan 4 katına çıkarsa

- kenar **2 katına** çıkar,
- çevre de **2 katına** çıkar.

Çevre kenarla doğru orantılıdır; bu yüzden kenar kaç katına çıkarsa çevre de o kadar katına çıkar. Alan ise kenarın karesiyle ilgilidir; o yüzden farklı davranır.

Sonuç: a) 1,6 br b) 6,4 br c) 3,2 br d) 12,8 br

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Devirli ondalık ifadeleri kesre çevirme**

Aşağıdaki devirli ondalık ifadeleri rasyonel sayıya çeviriniz.
a) $0,\overline{4}$
b) $2,\overline{45}$
c) $1,2\overline{7}$
d) (a) ve (b) şıklarında bulduğunuz kesirleri toplayınız.

1 a) 0,4 devirli

Devreden kısım: **4** · Devretmeyen kısım: **yok**

Pay: Sayının tamamı 4'tür; devretmeyen kısım olmadığı için 0 çıkarılır.
4 − 0 = **4**

Payda: Bir devreden basamak var → bir tane **9**. Devretmeyen basamak yok → hiç sıfır eklenmez.
Payda = **9**

$0,\overline{4}$ = **4/9**

Kontrol: 40 : 9 → 4 (kalan 4), 40 : 9 → 4 (kalan 4)... → 0,444... ✓

2 b) 2,45 devirli (45 devrediyor)

Devreden kısım: **45** · Virgülden sonra devretmeyen basamak: **yok**

Pay: Sayının tamamı virgülsüz olarak **245**'tir. Devretmeyen kısım **2**'dir (tam kısım).

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 3 **Devirli ondalık ifadeleri kesre çevirme** (devam)

245 − 2 = **243**

Payda: İki devreden basamak → iki tane **9** → **99**

$2,\overline{45}$ = 243/99

Sadeleştirelim. Pay ve payda 9'a bölünür:
243 : 9 = 27 · 99 : 9 = 11

= 27/11

Kontrol: 27/11 bölmesinde 270 : 11 → 24 (kalan 6), 60 : 11 → 5 (kalan 5), 50 : 11 → 4 (kalan 6)... → 2,4545... ✓

3 **c) 1,27 (yalnız 7 devrediyor)**

Devreden kısım: **7** · Virgülden sonra devretmeyen basamak: **2**

Pay: Sayının tamamı **127**'dir. Devretmeyen kısım **12**'dir (tam kısım 1 ve devretmeyen basamak 2).
127 − 12 = **115**

Payda: Bir devreden basamak → bir **9**; bir devretmeyen basamak → bir **0** → payda **90**

$1,2\overline{7}$ = 115/90

Sadeleştirelim. Pay ve payda 5'e bölünür:
115 : 5 = 23 · 90 : 5 = 18

= 23/18

Kontrol: 230 : 18 → 12 (kalan 14), 140 : 18 → 7 (kalan 14), 140 : 18 → 7 (kalan 14)... → 1,2777... ✓

4 **d) İki kesri toplayalım**

Toplayacağımız kesirler: **4/9** ve **27/11**

Paydaları eşitlemek için ortak payda bulalım. 9 ile 11 aralarında asal olduğuna göre ortak payda **9 · 11 = 99**'dur.

4/9 = (4 · 11)/(9 · 11) = **44/99**
27/11 = (27 · 9)/(11 · 9) = **243/99**

Toplayalım:
44/99 + 243/99 = **287/99**

Sadeleşir mi? 287 = 7 · 41, 99 = 9 · 11. Ortak bölen yok; kesir **en sade hâldedir**.

Sonuç: 287/99

Yaklaşık değeri: 287 : 99 ≈ 2,899

Mantık kontrolü: 0,444... + 2,4545... ≈ 2,899 ✓

Sonuç: a) 4/9 b) 27/11 c) 23/18 d) 287/99

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Sayıları kümelere göre sınıflandırma**

Aşağıdaki sayılar veriliyor:

$\sqrt{25}$ · $\sqrt{8}$ / $\sqrt{2}$ · $0,\overline{4}$ · $\sqrt{13}$ · π · -3 · $7/2$

a) Her sayının değerini en sade hâliyle yazınız.
b) İrrasyonel olanları belirleyiniz.
c) Doğal sayı olanları belirleyiniz.
d) Bu sayıların hepsi gerçek sayı mıdır?

1 a) Sayıları sadeleştirelim

$\sqrt{25}$: 25 tam karedir → $\sqrt{25}$ = **5**

$\sqrt{8}$ / $\sqrt{2}$: Bölmede kök içleri bölünür:
$\sqrt{(8 : 2)}$ = $\sqrt{4}$ = **2**

$0,\overline{4}$: Devirli ondalık; kesre çevirelim:
(4 − 0)/9 = **4/9**

$\sqrt{13}$: 13 tam kare değildir; sadeleşmez → **$\sqrt{13}$** (≈ 3,606)

π: Sadeleşmez → **π** (≈ 3,1416)

-3: Zaten en sade → **-3**

7/2: Sadeleşmez → **7/2 = 3,5**

2 b) İrrasyonel olanlar

Bir sayının irrasyonel olması için a/b biçiminde **yazılamaması** gerekir.

- **$\sqrt{25}$ = 5** → 5/1 biçiminde yazılır → rasyonel
- **$\sqrt{8}/\sqrt{2}$ = 2** → 2/1 biçiminde yazılır → rasyonel
- **$0,\overline{4}$ = 4/9** → zaten kesir → rasyonel
- **$\sqrt{13}$** → 13 tam kare değil → **irrasyonel** ✓
- **π** → açılımı düzensiz sürer → **irrasyonel** ✓
- **-3** → −3/1 → rasyonel
- **7/2** → zaten kesir → rasyonel

Cevap: $\sqrt{13}$ ve π irrasyoneldir.

Dikkat: $\sqrt{25}$ ve $\sqrt{8}/\sqrt{2}$ ifadelerinde karekök işareti olması onları irrasyonel yapmaz. Önce sadeleştirip sonra karar vermek gerekir.

3 c) Doğal sayı olanlar

Doğal sayılar 0, 1, 2, 3, ... biçimindedir; negatif ya da kesirli olamazlar.

- **$\sqrt{25}$ = 5** → **doğal sayı** ✓
- **$\sqrt{8}/\sqrt{2}$ = 2** → **doğal sayı** ✓
- **4/9** → kesirli, 1'den küçük → doğal sayı değil
- **$\sqrt{13}$ ≈ 3,606** → tam sayı değil → doğal sayı değil

devamı →

ÇÖZÜMLÜ SORU 4 **Sayıları kümelere göre sınıflandırma** (devam)

- **π ≈ 3,14** → tam sayı değil → doğal sayı değil
- **−3** → negatif → doğal sayı değil (ama tam sayıdır)
- **7/2 = 3,5** → tam sayı değil → doğal sayı değil

Cevap: √25 ve √8/√2 doğal sayıdır.

Bu iki sayı aynı zamanda tam sayı, rasyonel sayı ve gerçek sayıdır; çünkü **N** ⊂ **Z** ⊂ **Q** ⊂ **R**'dir.

4 **d) Hepsi gerçek sayı mı?**

Evet, hepsi gerçek sayıdır.

Gerçek sayılar kümesi, rasyonel ve irrasyonel sayıların **birleşimidir**:

R = Q ∪ I

Listemizdeki sayılara bakalım:

- Rasyonel olanlar: √25, √8/√2, $0,\overline{4}$, −3, 7/2 → hepsi R'nin elemanı
- İrrasyonel olanlar: √13, π → bunlar da R'nin elemanı

Her sayı ya rasyoneldir ya irrasyoneldir; üçüncü bir seçenek yoktur. Bu yüzden **her sayı bir gerçek sayıdır**.

Özet tablo:

√25 → N, Z, Q, R

√8/√2 → N, Z, Q, R

−3 → Z, Q, R

$0,\overline{4}$ → Q, R

7/2 → Q, R

√13 → I, R

π → I, R

Dikkat edilirse **R sütunu her satırda doludur**; bu, gerçek sayılar kümesinin hepsini kapsadığını gösterir.

Sonuç: b) √13 ve π irrasyonel c) √25 ve √8/√2 doğal d) Hepsi gerçek sayıdır